

主配电馈线上固定电容器和可调电容器的最佳配置

周双喜, 王 璇

(清华大学电机系, 北京 100084)

摘要: 研究了在主配电馈线上安装固定和可调并联电容器的优化配置问题, 以减少功率与能量损耗, 从而取得最佳净经济节约价值。提出的基于优化技术的通用计算程序可求解最佳固定和可调电容器组容量、最佳安装位置、最佳投切时间。该模型适应不均匀馈电线上实际的无功负荷分配。数字实例证明了代表性的实际主配电馈线上无功优化配置的经济节约价值。

关键词: 主配电馈线; 无功优化; 数学模型

中图分类号: TM 715; TM 727.2

0 引言

众所周知, 由于配电网处在电能输送的末端, 电压低, 损耗大, 降低配电网的损耗具有重要意义。1994 年我国供电线损率平均为 8.73%, 与先进国家相比约差 3% (日本 1995 年供电线损率约为 5.5%), 节能潜力十分巨大。配电网节能有多方面措施, 如降低供电线损率, 采用高效节能电器、配电变压器和电动机的就地无功补偿、电动机调速节能、升压(或降压)运行、实现配电自动化等。本文仅就主配电馈线上固定和可调电容器的最佳配置, 即无功优化问题进行讨论。

通常在涉及电容器配置的无功优化研究中都假定沿馈电线上无功负荷是均匀分布的, 导线截面是一致的。但是, 这在主配电馈线上往往不是这样。由此假定导出的确定馈电线上固定电容器组容量和安装位置的 $[2n/(2n+1)]$ (其中 n 为不小于 1 的整数) 规则^[1], 求得的无功补偿方案可能不是最优, 在节约价值估算上会引起较大误差。

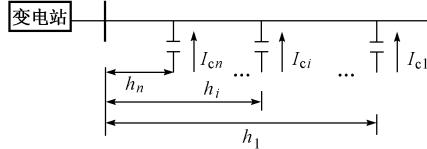
本文阐述了一种可以计算在不均匀导线的主配电馈线上, 当给定安装顺序时如何决定固定与可调电容器的最佳容量、安装位置和投(切)时间的实用程序, 在模拟中采用沿馈电线随时间而变的、不均匀的无功负荷。关于使用电容器的任何讨论都应该考虑由于安装电容器而带来的综合经济效益, 为此本文考虑了固定与可调电容器安装投资的不同。

1 不均匀的负荷和馈电线的数学模型

1.1 规格化等值主配电馈线^[2,3]

为了提供解算各种不同性质设计问题的通用程序, 本文将研究的主配电馈线表示成图 1。图 1 中各电容器的类型不明确。本文用 M 表示固定电容器

组, N 表示可调电容器组。例如, 若第 i 组电容器是可调的, 那么就以 $i \in N$ 表示。



有 n 组固定和/或可调的电容器, 自馈电线末端向变电站依次编号, 其位置与变电站的距离为 h_i ; I_{ci} 表示第 i 组电容器在额定电压下的标幺值无功电流, 或相当于馈电线无功负荷最大值为基值时的标幺值无功容量。

图 1 主配电馈线示意图

Fig. 1 Schematic diagram
of primary distribution feeders

为了简化理论推导, 把一条实际的配电线路处理为一条等值的单位长度均匀的配电线路, 为此:

a. 假定实际配电线上有 k 个线段。选定一个 r_j , 即第 j 条线段每千米的欧姆数, 作为等值均匀配电线路每千米的电阻值。然后, 第 i 段长度修改为:

$$L_{ui} = \frac{L_i r_i}{r_j} \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (1)$$

式中 L_i 是第 i 条线段以千米为单位的实际长度; r_i 是第 i 条线段每千米的欧姆数; L_{ui} 是等值均匀配电线路第 i 段以千米为单位的线段长度。

b. 用等值均匀配电线路表示的主配电馈线的全长为:

$$L_u = \sum_{i=1}^k \frac{L_i r_i}{r_j} \quad (2)$$

第 i 段规格化的等值均匀配电线路长度 L_{ui}^* 为:

$$L_{ui}^* = \frac{L_{ui}}{L_u} \quad (3)$$

此时, 整条主配电馈线被规格化为长度为 1 的线路, 其电阻 r 为整条主配电馈线的电阻, 即:

$$r = \sum_{i=1}^k L_i r_i \quad (4)$$

1.2 电流分布函数

考虑如图 2 代表的一个三相无功负荷分布不均匀的主配电馈线。对于负荷节点有限的主配电馈线，无功电流函数将是阶梯形的，它随着与变电站的距离 x ，由 $x = 1$ 变到 $x = 0$ 而阶跃式地递增。图 3 所示是第 4 节图 6 示例中规格化后的无功电流和距离的关系曲线。

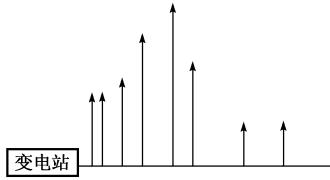


图 2 主配电馈线上的负荷分布
Fig. 2 Reactive load distribution on primary distribution feeders

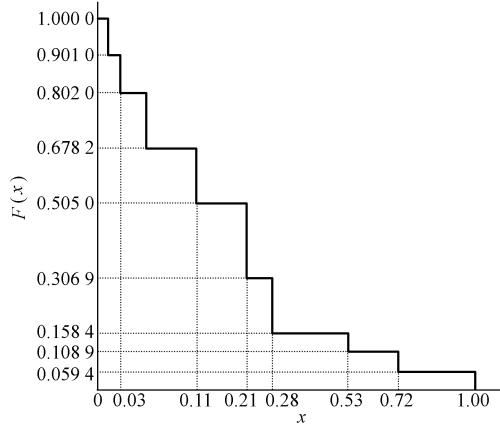


图 3 对应于图 6 的配电线和负荷的规格化无功电流函数 $F(x)$

Fig. 3 The normalized reactive current function $F(x)$ corresponding to the example feeder and loads of Fig. 6

规格化线路上任一点处(离变电站距离为 x)的规格化无功电流密度函数 $f(x)$ 和规格化无功电流函数 $F(x)$ 定义为：

$$f(x) = \frac{I(x)}{I_s} \quad (5)$$

$$F(x) = \sum_{x \leq \tau \leq 1} f(\tau) \quad (6)$$

式中 I_s 是在变电站注入配电线的最大无功电流； x 是从变电站沿规格化等值均匀配电线到该点的距离； $I(x)$ 是 x 处无功电流密度。

无功电流函数反映了主配电馈线上无功电流的空间分布，对于连续的 $F(x)$ ，式(6)的积分形式为 $F(x) = \int_x^1 f(\tau) d\tau$ 。

1.3 馈电线节约价值的表达式

用 S_{LP} 和 S_{LE} 分别表示由于安装电容器后减少

的最大功率与能量损耗。如图 1 所示，当距变电站为 h_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 处配置容量为 I_{ci} ($i = 1, 2, \dots, n$) 的 n 组电容器时，线路减少的总功率损耗 S_{LP} 为补偿前的线路损耗减去补偿后各段线路的损耗：

$$S_{LP} = 3 \left\{ \int_0^1 (I_s F(x))^2 r dx - \left[\int_0^{h_n} (I_s F(x) - \sum_{j=1}^n I_{cj})^2 r dx + \sum_{i=1}^{n-1} \int_{h_{i+1}}^{h_i} (I_s F(x) - \sum_{j=1}^i I_{cj})^2 r dx + \int_{h_1}^1 (I_s F(x))^2 r dx \right] \right\} \quad (7)$$

减少的能量损耗可由两部分的总和表示：一部分为固定与可调电容器在时间间隔 T_s 中所起的作用；另一部分为固定电容器在剩下的 $T - T_s$ 时间中所起的作用。据此得出：

$$S_{LE} = 3 \int_0^{T_s} \left\{ \int_0^1 (I_s(t) F(x))^2 r dx - \left[\int_0^{h_n} (I_s(t) F(x) - \sum_{j=1}^n I_{cj})^2 r dx + \sum_{i=1}^{n-1} \int_{h_{i+1}}^{h_i} (I_s(t) F(x) - \sum_{j=1}^i I_{cj})^2 r dx + \int_{h_1}^1 (I_s(t) F(x))^2 r dx \right] \right\} dt + 3 \int_{T_s}^T \left\{ \int_0^1 (I_s(t) F(x))^2 r dx - \left[\int_0^{h_n} (I_s(t) F(x) - \sum_{\substack{i=1 \\ i \in M}}^n I_{cj})^2 r dx + \sum_{i=1}^{n-1} \int_{h_{i+1}}^{h_i} (I_s(t) F(x) - \sum_{\substack{j=1 \\ j \in N}}^i I_{cj})^2 r dx + \int_{h_1}^1 (I_s(t) F(x))^2 r dx \right] \right\} dt \quad (8)$$

则净节约的最大值函数为：

$$S = K_p S_{LP} + K_e S_{LE} - K_{cf} \sum_{\substack{i=1 \\ i \in M}}^n I_{ci} - K_{cs} \sum_{\substack{i=1 \\ i \in N}}^n I_{ci} \quad (9)$$

式中 K_p 为每单位功率一年的损耗价值， $K_p = \alpha C_p$ ； α 为每年的投资利息率和设备折旧率之和； C_p 表示每千瓦高峰负荷时功率损耗的专门投资费； K_e 表示每单位能耗的价值； K_{cf} (或 K_{cs}) 表示安装单位固定(或可调)电容器的投资价值。

由于净节约最大值 S 与电容器组容量 I_c 、可调电容器投(切)时间 T_s 、电容器组安装位置 h 有关，可通过 S 分别对 I_c 、 T_s 、 h 求偏导，得到 S 的最大值。 S 分别对 I_c 、 T_s 、 h 求偏导将产生 3 个子问题，即最佳电容器组容量、最佳投(切)时间和最佳安装位置。

2 问题求解

2.1 最佳电容器组容量

假如固定的与可调的电容器组的安装位置已知, 可调电容器组的投(切)时间确定, 求解电容器组的容量 I_{ci} 。为此将式(9)对所有 I_{ci} ($i = 1, 2, \dots, n$) 求偏导, 得到:

$$\frac{\partial S}{\partial I_{ci}} = K_p \frac{\partial S_{LP}}{\partial I_{ci}} + K_e \frac{\partial S_{LE}}{\partial I_{ci}} - K_{ci} = 0 \quad (10)$$

这里 $K_{ci} = \begin{cases} K_{cf} & i \in M \\ K_{cs} & i \in N \end{cases}$

式(10)整理(具体推导过程参考文献[2,3]后可得到下列以矩阵形式表示的线性代数方程:

$$\hat{H}I_c = D \quad (11)$$

式中 $I_c = [I_{c1}, I_{c2}, \dots, I_{cn}]^T$, 是将被决定的电容器组容量; \hat{H} 为 $n \times n$ 阶矩阵, 其元素由式

(12)、式(13)确定; D 为 n 维列向量, 其元素由式(14)确定。

当 $i \geq j$ 时,

$$\hat{H}_{ij} = \begin{cases} h_i(K_p + K_e T) & \text{如果 } i \in M \text{ 和 } j \in M \\ h_i(K_p + K_e T_s) & \text{相反} \end{cases} \quad (12)$$

当 $i < j$ 时,

$$\hat{H}_{ij} = \begin{cases} h_j(K_p + K_e T) & \text{如果 } i \in M \text{ 和 } j \in M \\ h_j(K_p + K_e T_s) & \text{相反} \end{cases} \quad (13)$$

$$D_k = \begin{cases} (K_p + K_e TL_f) \int_0^{h_k} I_s F(x) dx - \frac{K_{cf}}{2r} & \text{若 } k \in M \\ (K_p + K_e T_s L_{fs}) \int_0^{h_k} I_s F(x) dx - \frac{K_{cs}}{2r} & \text{若 } k \in N \end{cases} \quad (14)$$

2.2 最佳投(切)时间

假如固定的与可调的电容器组的安装位置以及容量均已确定, 确定可调电容器组的投(切)时间 T_s 。为此, 将式(9)对 T_s 求偏导, 得到:

$$\frac{\partial S}{\partial T_s} = K_c \frac{\partial S_{LE}}{\partial T_s} = 0 \quad (15)$$

式(15)整理后可得到式(16):

$$I_s(T_s) = \sum_{i \in N} \left[h_i I_{ci} \left(\frac{I_{ci}}{2} + \sum_{k=1}^{i-1} I_{ck} \right) \right] + \sum_{j \in M} \left(h_j I_{cj} \sum_{k=1}^{j-1} I_{ck} \right) - \sum_{i \in N} \left(I_{ci} \int_0^{h_i} F(x) dx \right) \quad (16)$$

可调电容器投切时间 T_s 与负荷曲线有密切关系。假如固定和 / 或可调电容器组已安装在馈电线上, 则对图 4 负荷持续曲线, 可根据式(16)求出 T_s 。

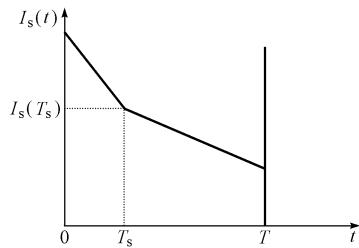


图 4 负荷持续曲线
Fig. 4 Load duration curve

2.3 最佳安装位置

假如固定和(或)可调电容器组的容量已知, 可调电容器组的投(切)时间已确定, 每组电容器位置的次序事先已确定, 确定其在馈电线上的最佳安装位置 h_i 。为此, 将式(9)对所有 h_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 求偏导, 得到:

$$\frac{\partial S}{\partial h_i} = K_p \frac{\partial S_{LPi}}{\partial h_i} + K_e \frac{\partial S_{LEi}}{\partial h_i} = 0 \quad (17)$$

式(17)整理后可得到式(18)、式(19)。

如果 $i \in M$,

$$F(h_i^*) = \frac{1}{I_s(K_p + K_e TL_f)} \left\{ K_p \left(\frac{I_{ci}}{2} + \sum_{k=1}^{i-1} I_{ck} \right) + K_e \left[T \left(\frac{I_{ci}}{2} + \sum_{k=1}^{i-1} I_{ck} \right) + T_s \sum_{k=1}^{i-1} I_{ck} \right] \right\} \quad (18)$$

如果 $i \in N$,

$$F(h_i^*) = \frac{K_p + K_e T_s}{I_s(K_p + K_e T_s L_{fs})} \left(\frac{I_{ci}}{2} + \sum_{k=1}^{i-1} I_{ck} \right) \quad (19)$$

这样第 i ($i = 1, 2, \dots, n$) 组电容器的最佳安装位置可从馈电线的无功电流函数 $F(x)$ (如图 3), 根据式(18)和式(19)得出。

2.4 迭代求解程序

由上述分析可知, 主配电馈线上电容器的最佳配置包含上述 3 个子问题, 它们是相互关联的, 其最优解的迭代计算流程如图 5。在图 5 中, 每个子问题中给定的变量值要随时以新的修正值代替。

求解 3 个子问题可决定: ①最佳的电容器组容量; ②可调电容器组最佳的投切时间, ③最佳的电容器组安装位置。只要当其中的 2 个变量已知时, 就可以决定第 3 个变量。因为本文讨论的是在主配电馈线上通过最佳配置补偿电容器组, 实现节约价值最大, 故可忽略网络中的有功, 而只考虑无功。

正如图 5 中所示, 迭代求解 3 个子问题可得到最佳效果。计算的经验表明, 迭代程序有很好的收敛性, 对 3 组电容器问题一般其迭代次数少于 10。

3 数字实例

3.1 算例

要求在图 6 所示的主配电馈线上安装 2 组固定

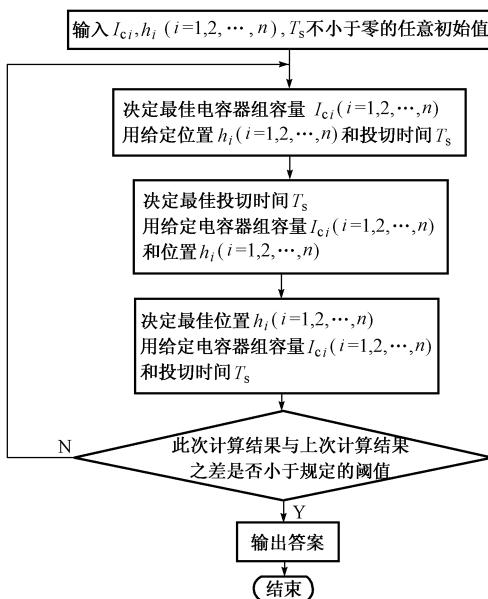


图 5 由 3 个子问题构成的计算迭代程序框图
Fig. 5 Iterative solution procedure structured by three subproblems

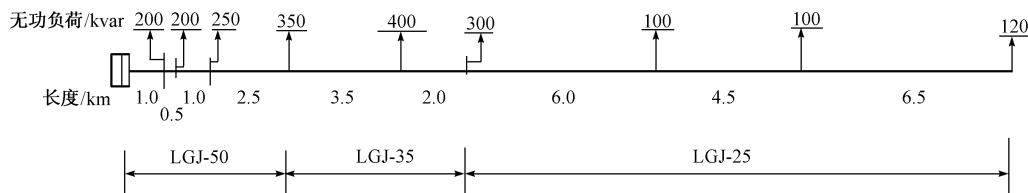


图 6 数字实例
Fig. 6 Numerical example

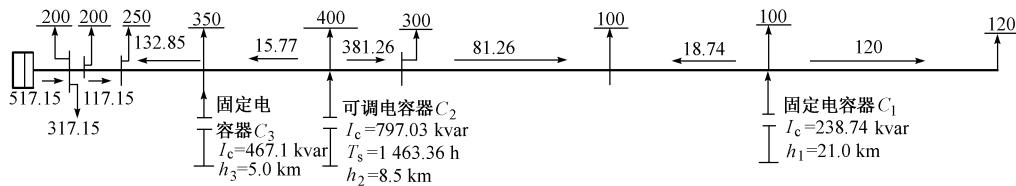


图 7 数字实例优化结果
Fig. 7 Optimal results of the numerical example

表 1 两种无功配置的比较

Table 1 Comparison of two different reactive load distribution

项目	组别	离变电站距离/km	电容器组补偿容量/kvar	每年功率节省费用/(元·年 ⁻¹)	每年能量节省费用/(元·年 ⁻¹)	电容器投资费用/(元·年 ⁻¹)	净节约价值/(元·年 ⁻¹)
本文优化结果	1	21.00	226.44				
	2	8.50	581.51	6172.5	1473.5	3881.5	3764.6
	3	2.50	485.87				
用 $[2n/(2n+1)]$ 规则的结果	1	23.57	577.14				
	2	15.71	577.14	580.8	726.0	5194.3	-3887.5
	3	7.86	577.14				
净节约价值差							
7652.1							

电容器和 1 组可调电容器, 以求由减少功率与能量损耗得到最大的净节约价值。假定可调电容器布置在 2 组固定电容器之间, 决定每组电容器的容量、位置和可调电容器组的投入时间 T_s 。

由给定的安装顺序, 有 $M = \{1, 3\}$, $N = \{2\}$ 。图 5 的解题程序可从先给定任何 2 个变量的起始值开始, 当起始条件为 $h_1 = 15.5$ km, $h_2 = 8.5$ km, $h_3 = 2.5$ km 和 $T_s = 5256$ h, $K_p = 2102.4$ 元/(kW·年), $K_e = 0.3$ 元/(kW·h), $K_{cf} = 3.0$ 元/kvar, $K_{cs} = 5.15$ 元/(kvar·h) (考虑 K_{cf}, K_{cs} 的取值时, 假设 10 年能收回投资费用), 得到优化结果如图 7 所示。其一年投入时间为 1463.4 h。安装这 3 组电容器一年可得 2387.23 元的节约价值。

3.2 比较

应用本文程序与应用 $[2n/(2n+1)]$ 规则的比较结果列于表 1。注意表中每年功率节省费用是指节能推迟新机组安装带来的节省。

由表 1 得: 用本文阐述的计算程序比常规三分之二规则确定主配电馈线上的无功配置能量多节省

747.5 元,而投资费用少 1 312.8 元,则这两项多节约 2060.3 元;若考虑每年的功率多节省 5 591.7 元,则净节约价值增加 7 652.1 元。这证明了本文阐述的计算程序用于主配电馈线上的无功配置确实比常规的三分之二规则要优越得多。当根据均匀负荷决定电容器的容量和安装位置时,净节约价值是 -3 887.49 元/年,综合经济效益是负的。这说明根据均匀负荷的假设确定的无功补偿配置,可带来一些功率、电能的节省,但不能带来经济上的节省。

4 结语

本文阐述的计算程序可以优化在不均匀导线的主配电馈线上,当给定安装顺序时,固定电容器与可调电容器的最佳容量、安装位置和投切时间,从而实现经济效益最佳。在模拟中采用沿馈电线的随时间而变的、不均匀的无功负荷。通过对比实验进一步证明了以往无功优化研究中的假设条件是不切实际的。

OPTIMAL LOCATION OF FIXED AND SWITCHABLE SHUNT CAPACITORS ON PRIMARY DISTRIBUTION FEEDERS

Zhou Shuangxi, Wang Qi (Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: In order to reduce loss of power and energy and to optimize the net monetary savings, this paper studies optimal location of fixed and switchable shunt capacitors on primary distribution feeders. By the new general procedure based on optimization technique, the optimal capacity, the optimal location and the optimal switching on-off time of fixed and switchable shunt capacitors, are solved. The proposed model may also be used to analyze practical reactive load distribution on non-uniform feeders. Numerical examples show that net monetary savings from optimization of reactive load distribution on practical primary distribution feeders are large.

Keywords: primary distribution feeders; reactive power optimization; mathematical model

参 考 文 献

- 孙成宝,李广泽(Sun Chengbao, Li Guangze). 配电网实用技术 (Applied Technology of Power Distribution Networks). 北京: 中国水利水电出版社 (Beijing: Hydraulic Power Press), 1998. 214~229
- Lee S H, Grainger J J. Optimum and Location of Shunt Capacitors for Reduction of Losses on Distribution Feeders. IEEE Trans on PAS, 1981, PAS-100(3):1105~1118
- Grainger J J, Lee S H. Capacity Redesign by Shunt Capacitor Placement on Distribution Feeders: A New Voltage Dependent Mode. IEEE Trans on PAS, 1982, 101(5):1236~1244

周双喜,男,教授,主要从事电力系统分析与稳定控制方面的研究工作。

王琦,女,硕士研究生,从事电力系统电压稳定与无功优化方面的研究工作。