

发电公司的不完全信息竞价博弈模型

任玉琰, 邹小燕, 张新华

(重庆大学经济与工商管理学院, 重庆市 400044)

摘要: 运用博弈论中的第一价格暗标拍卖原理, 研究发电公司的不完全信息竞价博弈模型。该模型考虑了发电公司的单位成本、竞价成功的可能性概率及预期的市场清除价格等因素, 通过求解模型得出发电公司报价的一般表达式。最后用算例说明了该方法的合理性和可操作性。

关键词: 竞价策略; 电力市场; 发电公司; 不完全信息; 博弈论

中图分类号: TM73; F123.9

0 引言

在电力市场环境下, 研究发电公司的竞价策略是一个热点问题, 各种研究成果不断涌现^[1~5]。文献[6]对这些成果进行了详细的综述, 认为发电公司进行策略性竞价主要有以下 3 种方法: ①基于预测市场出清价(MCP)的策略性竞价方法; ②基于预测其他竞争对手的竞价行为的方法; ③基于博弈论的策略性竞价方法。第 3 种方法大体又可分为 2 类: 第 1 类是基于矩阵博弈模型; 第 2 类是基于寡头(oligopoly)博弈模型, 包括 Cournot 模型、Stackelberg 模型和供给函数模型(supply function model)。

文献[7]在假定电力市场中每个发电公司的报价电量相同且都为—单位的基础上, 运用拍卖原理分析了发电公司的竞价博弈模型, 所构造的模型和结论在理论上具有重要价值。但在实际电力市场中, 由于机组容量等因素, 各发电公司的报价电量并不相同且远大于—单位。同时, 在竞价博弈过程中发电公司对竞争对手成本的信息并不完全知道, 因而发电公司最优竞价策略的制定更为复杂。研究发电公司在这种情况下的竞价策略具有十分重要的意义。

本文在文献[7]的基础上, 运用博弈论中的第一价格暗标拍卖原理, 针对浙江电力市场的模型和规则, 研究当各发电公司的报价电量不同时, 发电公司的不完全信息竞价策略模型。

1 第一价格暗标拍卖原理概述

第一价格暗标拍卖(the first-price sealed auction)是许多拍卖形式中的一种^[8]。在这种拍卖方式中, 投标人同时将自己的报价写下来装入一个信

封, 密封后交给拍卖人; 拍卖人打开信封, 报价最高者即为赢者, 按他的报价支付价格, 拿走被拍卖的物品。这里, 每个投标人的策略是根据自己对该物品的评价和对其他投标人的评判来选择的。投标人是否能够成功是由他自己的报价和其他投标人的报价共同决定。当该投标人的报价大于其他人的报价时, 支付则等于他对物品的评价减去他的报价; 当该投标人的报价小于任何其他一个投标人的报价时, 支付为 0。使得该投标人的期望支付最大化的报价即为该投标人的最优报价策略。

下面以 2 个投标人的情况为例进行介绍。 $i=1, 2$, 令 $b_i \geq 0$ 为投标人 i 的报价, v_i 为拍卖物品对投标人 i 的价值。假定 v_i 只有 i 自己知道(因而 v_i 是投标人 i 的类型), 但 2 个投标人都知道 v_i 独立地取自定义在区间 $[0, 1]$ 上的均匀分布函数。投标人 i 的支付如下:

$$u_i(b_i, b_j, v_i) = \begin{cases} v_i - b_i & b_i > b_j \\ \frac{v_i - b_i}{2} & b_i = b_j \\ 0 & b_i < b_j \end{cases}$$

这里, 假定如果 2 个投标人报价相同, 拍卖品在这 2 人间随机地分配。但这个假设不重要, 因为在连续分布情况下, 相同出价的概率为 0。

假定投标人 i 的报价 $b_i(v_i)$ 是其价值 v_i 的严格递增可微函数。显然, $b_i > 1 \geq v_i$ 不可能是最优的, 因为没有人愿意付出比物品的价值更高的价格。由于博弈是对称的, 因而只需考虑对称的均衡报价策略: $b = b^*(v)$ 。给定 v 和 b , 投标人 i 的期望支付为:

$$u_i = (v - b)P(b_j < b)$$

式中: $P(b_j < b)$ 代表 $b_j < b$ 的概率。

根据对称性, $b_j = b^*(v_j)$, 所以

$$P(b_j < b) = P(b^*(v_j) < b) =$$

$$P(v_j < b^{*-1}(b)) = \Phi(b)$$

式中, $\Phi(b) = b^*{}^{-1}(b)$, 是 b^* 的逆函数。

因此, 投标人 i 面临的问题是:

$$\max_b u_i = (v - b)P(b_j < b) = (v - b)\Phi(b)$$

通过求解上式, 即可得到投标人的最优报价策略。

2 不完全信息竞价博弈模型的建立

2.1 市场规则及基本假定

浙江电力市场作为我国电力市场的试点之一, 已成功运行了 2 年多, 积累了丰富的经验, 其运营结果对我国未来的电力改革具有借鉴意义^[9]。文献[9]对浙江省电力市场的模型和规则做了比较详细的介绍, 本文不再详述。本文的研究工作是针对浙江电力市场的模型和规则进行的。

假设市场上有 $n+1$ 个发电公司参与市场竞价, 不失一般性, 我们研究发电公司 k 的竞价策略。在采用统一市场清除价的电力市场中, 按照竞价规则, 每个发电公司可以分时段投标, 但我们只研究其仅报 1 个容量段的情形^[9]。假设发电公司 k 只有 1 台机组参加竞价, 上报电量为其最大可供电量 q_k , 报价为 b_k , 上网电量用 q_{kg} 表示。

假设目前的电力供需情况是电力供大于求, 即 $\sum_{i=1}^n q_i + q_k > Q$, 其中在单一买方的市场中, 需求 Q 是随机无弹性的; q_i 表示发电公司 k 的竞争对手 i 的上报电量。

假设所有发电公司的上报电量为最大可供电量, 是已知的。用 ω 表示发电公司 k 预期的市场清除价。发电公司的成本一般用二次函数表示, 即

$$C_k(q_k) = \alpha_k + \frac{\beta_k q_k^2}{2}$$

式中: α_k 为机组的容量成本, $\alpha_k > 0$; β_k 为电量成本的变化率, $\beta_k > 0$; C_k 为发电公司 k 的成本。

假设发电公司 k 的报价 b_k 是其单位成本 c_k 的函数, 即 $b_k = B(c_k)$ 且 $B(\cdot)$ 是单调函数, 这是符合实际的, 因为发电公司报价时是以成本为基础的。我们用 b_i 表示发电公司 k 的竞争对手 i 的报价, 发电公司 k 在制定报价策略时认为其竞争对手是理性的, 他们的报价也是单位成本的函数, 即 $b_i = B(c_i)$, 其中 c_i 是发电公司 i 的单位成本, 其他发电公司并不知道其具体数值, 但可以根据以往的市场信息(包括对手以前的报价、市场清除价等)对它进行估计。文献[10]对此进行了详细介绍。为了便于表述, 我们假设发电公司 k 认为所有竞争对手的单位成本都服从 $[c_1, c_2]$ 区间, 分布密度函数为 $f(x)$ 。

2.2 不完全信息下发电公司竞价成功的概率

发电公司参加实时市场竞价, 有以下 3 种可能的结果:

a. 发电公司 k 竞价成功, 其报价低于市场清除价, 即 $b_k < \omega$ 。

b. 发电公司 k 竞价成功, 其报价等于市场清除价, 即 $b_k = \omega$ 。在这种情况下, 有 2 种可能发生: 一种是上报电量完全被采用, 即上网电量等于上报电量; 另一种是上报电量只有一部分被采用, 即上网电量小于上报电量。

c. 发电公司 k 竞价失败, $b_k > \omega$ 。

分别用 $P_r(B(c_i) < B(c_k) = b_k)$ 和 $P_r(B(c_i) > B(c_k) = b_k)$ 表示发电公司 i 的报价低于发电公司 k 的报价和高于发电公司 k 的报价的概率。那么,

$$P_r(B(c_i) < b_k) = P_r(c_i < B^{-1}(b_k) = c_k)$$

$$P_r(B(c_i) > b_k) = P_r(c_i > B^{-1}(b_k) = c_k)$$

2.2.1 发电公司 k 竞价失败的概率

如果发电公司 k 竞价失败, 且有 m 个发电公司竞标成功, 那么至少有 m 个发电公司的报价低于发电公司 k 的报价 b_k 。因为各发电公司的上报电量和该时段的需求是已知的, m 是可以计算出来的。

用 $L_k(B^{-1}(b_k))$ 表示发电公司 k 竞价失败的概率, 有:

$$\left\{ \begin{aligned} L_k(B^{-1}(b_k)) &= \sum_{j=m}^n \binom{n}{j} P_r^j(c_i < B^{-1}(b_k)) \cdot \\ &\quad P_r^{n-j}(c_i > B^{-1}(b_k)) \\ \lambda q_m + \sum_{j=1}^{m-1} q_j &= Q \end{aligned} \right. \quad (1)$$

式中: λ 表示第 m 个发电公司的上网电量占上报电量的比重, $0 < \lambda \leq 1$ 。

如果 m 不惟一, 则将各个 m 所求的概率相加即可。

2.2.2 发电公司 k 竞价成功的概率

a. $b_k = \omega$ 的概率

此时发电公司 k 的上网电量可能不等于上报电量, 且上网电量有多种可能值。用 $\sigma_j (j=1, 2, \dots, m)$ 表示上网电量占上报电量的比重, 即 $q_{kg} = \sigma_j q_k$, 此时有 n_j 个发电公司竞标成功, 那么有 $n_j - 1$ 个发电公司的报价低于发电公司 k 的报价 b_k , 市场清除价为发电公司 k 的报价。用 $H_k^i(B^{-1}(b_k))$ 表示发电公司 k 的上网电量占上报电量的比重为 σ_j 的概率, 则

$$\left\{ \begin{aligned} H_k^i(B^{-1}(b_k)) &= \binom{n}{n_j - 1} P_r^{n_j - 1}(c_i < B^{-1}(b_k)) \cdot \\ &\quad P_r^{n - (n_j - 1)}(c_i > B^{-1}(b_k)) \\ \sum_{i=1}^{n_j - 1} q_i + \sigma_j q_k &= Q \end{aligned} \right.$$

若发电公司 k 竞价成功, 市场清除价等于其报价 b_k 的概率用 $H_k(B^{-1}(b_k))$ 表示, 则

$$H_k(B^{-1}(b_k)) = \sum_j H_k^i(B^{-1}(b_k)) \quad (2)$$

b. $b_k < \omega$ 的概率

用 $R_k(B^{-1}(b_k))$ 表示发电公司 k 竞价成功, 其报价 b_k 小于市场清除价的概率, 根据 3 种情况发生概率之间的关系, 得到:

$$R_k(B^{-1}(b_k)) = 1 - L_k(B^{-1}(b_k)) - H_k(B^{-1}(b_k)) \quad (3)$$

此时发电公司 k 的上报电量 q_k 完全被市场采用。

计算上述 3 种概率的顺序并不是固定不变的, 可以根据实际情况将容易计算的概率先计算出来, 然后通过三者之间的关系求出较难计算的概率。

2.3 发电公司的支付函数

a. 发电公司 k 竞价成功, 且 $b_k < \omega$ 时的支付

当发电公司 k 的报价低于市场清除价时, 根据市场结算规则, 发电公司 k 的支付为:

$$u_k = q_k(\omega - c_k)$$

b. 发电公司 k 竞价成功, 且 $b_k = \omega$ 时的支付

当发电公司 k 竞价成功, 其报价等于市场清除价时, 其上网电量有多重可能值。用 σq_k 表示这种情况下的上网电量, 其中 σ 为 σ_j 的加权平均值, 即

$$\sigma = \sum_j \sigma_j \frac{H_k^j(B^{-1}(b_k))}{H_k(B^{-1}(b_k))}$$

发电公司 k 的支付为:

$$u_k = q_k[\sigma b_k - \sigma c_k(\sigma q_k)]$$

式中: $c_k(\sigma q_k)$ 表示当发电量为 σq_k 时的单位成本。

根据成本函数 $C_k(q_k) = \alpha_k + \beta_k q_k^2/2$, 可以得到如下关系:

$$c_k(\sigma q_k) = \frac{c_k}{\sigma} - \frac{\beta_k q_k(1 - \sigma^2)}{2\sigma} \quad (4)$$

那么, 发电公司 k 的支付可表示为:

$$u_k = q_k \left[\sigma b_k - c_k + \frac{\beta_k q_k(1 - \sigma^2)}{2} \right]$$

c. 发电公司竞价失败时的支付

发电公司竞价失败, 其支付为 0, 即 $u_k = 0$ 。

2.4 发电公司的竞价博弈模型及其求解

发电公司的最优报价策略就是使其期望支付(利润)最大化, 即:

$$\max \pi_k(b_k) = q_k \left[\sigma b_k - c_k + \frac{\beta_k q_k(1 - \sigma^2)}{2} \right] \cdot H_k(B^{-1}(b_k)) + q_k(\omega - c_k) \cdot R_k(B^{-1}(b_k)) \quad (5)$$

发电公司 k 的期望利润最大化的条件是:

$$\frac{d\pi_k}{db_k} = 0$$

式(5)等号两边关于 b_k 求导, 并令其等于 0, 然后将等式两边同时除以 dc_k/db_k , 并将 $b_k = B(c_k)$ 代入, 整理得:

$$\sigma \left[\frac{dB(c_k)}{dc_k} H_k(c_k) + B(c_k) \frac{dH_k(c_k)}{dc_k} \right] =$$

$$\left[c_k - \frac{\beta_k q_k(1 - \sigma^2)}{2} \right] \frac{dH_k(c_k)}{dc_k} - (\omega - c_k) \frac{dR_k(c_k)}{dc_k} \quad (6)$$

由于 k 可为任意一个发电公司, 用 H' 表示 dH/dc , R' 表示 dR/dc , 因此任一发电公司的竞价策略为:

$$\sigma \frac{d(BH)}{dc} = c(H' + R') - \frac{\beta q(1 - \sigma^2)}{2} H' - \omega R' \quad (7)$$

将式(7)等号两边从 c 到 c_2 对 c 积分, 得:

$$\sigma [B(c_2)H(c_2) - B(c)H(c)] = \int_c^{c_2} (H' + R') c dc - \omega [R(c_2) - R(c)] - \frac{\beta q(1 - \sigma^2)}{2} [H(c_2) - H(c)] \quad (8)$$

因为当任一发电公司的报价 $c = c_2$ 时, 可认为其中标的可能性为 0, 即 $H(B^{-1}(b) = c_2) = 0$, $R(B^{-1}(b) = c_2) = 0$, $L(B^{-1}(b) = c_2) = 1$ 。那么通过简化式(8), 可以得到发电公司最优报价 $B(c)$ 的表达式为:

$$B(c) = \frac{c}{\sigma} + \frac{\int_c^{c_2} [H(c) + R(c)] dc}{\sigma H(c)} - \frac{\beta q(1 - \sigma^2)}{2\sigma} - \frac{(\omega - c)R(c)}{\sigma H(c)} \quad (9)$$

从上述分析所得出的发电公司最优报价 $B(c)$ 的表达式中可以看出, 发电公司的最优报价由它的单位成本、最大可供电量、竞价成功的两种可能性的概率、预期的市场清除价格以及电量成本的变化率来确定。而竞价成功的两种可能性概率是根据电力需求量、参加竞价的发电公司数量、其他发电公司成本的分布函数计算得到的。

3 算例分析

下面以一个简单的算例进行分析。假设电力市场中有 5 个注册发电公司, 其中发电公司 k 有 4 个竞争对手。发电公司 k 的最大可供电量 $q_k = 500 \text{ MW} \cdot \text{h}$, 其成本函数的系数为: $\alpha_k = 60\,000$, $\beta_k = 0.263$ 。那么发电公司 k 的成本函数为 $C_k = 60\,000 + 0.131\,5q_k^2$, 其平均成本 $c_k = C_k/q_k$, 经计算得, $c_k = 185.747 \text{ 元}/(\text{MW} \cdot \text{h})$ 。该时段的电力需求量 $Q = 1\,900 \text{ MW/h}$, 其 4 个对手的最大可供电量分别为: $700 \text{ MW} \cdot \text{h}$, $400 \text{ MW} \cdot \text{h}$, $500 \text{ MW} \cdot \text{h}$, $300 \text{ MW} \cdot \text{h}$ 。发电公司 k 估计其竞争对手的平均成本都服从 $[160, 220]$ 区间上的均匀分布。

根据电力的需求情况, 如果发电公司 k 竞价失败, 其他 4 个发电公司的报价小于发电公司 k 的报

价,那么,

$$L_k(B^{-1}(b_k)) = P_r^4(c_i < c_k)P_r^0(c_i > c_k) = 0.034$$

如果发电公司的报价等于市场清除价,上网电量有以下3种可能的值:

a. 上网电量为 $400 \text{ MW} \cdot \text{h}$, 即 $\sigma_1 = 0.8$, 此时只有对手2竞价失败, 那么 $H_k^1(B^{-1}(b_k)) = P_r^3(c_i < c_k)P_r(c_i > c_k) = 0.045$;

b. 上网电量为 $500 \text{ MW} \cdot \text{h}$, 即 $\sigma_2 = 1.0$, 此时只有竞争对手3竞价失败, 那么 $H_k^2(B^{-1}(b_k)) = 0.045$;

c. 上网电量为 $300 \text{ MW} \cdot \text{h}$, 即 $\sigma_2 = 0.6$, 此时只有对手4竞价失败, 那么 $H_k^3(B^{-1}(b_k)) = 0.045$ 。

发电公司 k 的报价等于市场清除价的概率为 $H_k(B^{-1}(b_k)) = 0.135$, 那么, $\sigma = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3 = 0.8$ 。

发电公司 k 竞价成功, 其报价小于市场清除价的概率为 $R_k(B^{-1}(b_k)) = 0.831$ 。我们假设其市场清除价 $\omega = 220 \text{ 元}/(\text{MW} \cdot \text{h})$ 。

根据求出的发电公司报价的一般表达式, 发电公司 k 的报价为: $b_k = 248.45 \text{ 元}/(\text{MW} \cdot \text{h})$ 。

4 结语

随着我国发电侧电力市场的建立, 发电公司的竞价问题成为研究热点。本文运用博弈论中的第一价格暗标拍卖原理, 针对浙江电力市场的模型和规则, 研究当各发电公司的报价电量不同且不为一单位时, 发电公司的不完全信息竞价策略模型。该模型考虑了发电公司的单位成本、竞价成功的两种可能性的概率以及其预期的市场清除价格等因素。通过求解模型得出发电公司报价的一般表达式。最后, 用算例说明了该方法的合理性和可操作性。本文尚未研究发电公司在竞价过程中如何进行合作, 这个问题将是下一步的研究课题。

参考文献

1 于尔铿, 周京阳, 张学松 (Yu Erkeng, Zhou Jingyang, Zhang

Xuesong). 电力市场竞价模型的原理 (Bidding Model and Bidding Principle for Power Markets). 电力系统自动化 (Automation of Electric Power Systems), 2001, 25(1): 24~27

- 2 李 灿, 龚乐年 (Li Can, Gong Lenian). 基于市场总体信息的发电公司优化竞价策略 (Optimal Bidding Strategy for Generators Based on Market Global Information). 电力系统自动化 (Automation of Electric Power Systems), 2002, 26(3): 15~18
- 3 尚金成, 黄永皓, 张维存, 等 (Shang Jincheng, Huang Yonghao, Zhang Weicun, et al). 一种基于博弈论的发电商竞价策略模型与算法 (A Model and Algorithm of Game Theory Based Bidding Strategy for an Independent Power Provider). 电力系统自动化 (Automation of Electric Power Systems), 2002, 26(9): 12~15
- 4 戴 彦, 韩祯祥, 娄 为 (Dai Yan, Han Zhenxiang, Lou Wei). 浙江省电力市场竞价分析 (Price Bidding Analysis in Zhejiang Electricity Market). 电力系统自动化 (Automation of Electric Power Systems), 2002, 26(9): 26~29
- 5 刁勤华, 林济铿, 倪以信, 等 (Diao Qinhu, Lin Jikeng, Ni Yixin, et al). 博弈论及其在电力市场中的应用 (Game Theory and Its Applications in Power Markets). 电力系统自动化 (Automation of Electric Power Systems), 2001, 25(1): 19~23
- 6 文福拴 (Wen Fushuan), David A K. 电力市场中的投标策略 (Bidding Strategy in Power Market). 电力系统自动化 (Automation of Electric Power Systems), 2000, 24(14): 1~6
- 7 Hao Shangyou. A Study of Basic Bidding Strategy in Clearing Pricing Auctions. IEEE Trans on Power Systems, 2000, 15(3): 975~980
- 8 张维迎 (Zhang Weiying). 博弈论与信息经济学 (Game Theory and Informational Economics). 上海: 上海三联书店 (Shanghai: Shanghai Sanlian Bookstore), 1996
- 9 马 莉, 文福拴 (Ma Li, Wen Fushuan), David A K. 采用分段报价规则的竞价策略初探 (A Preliminary Investigation on Bidding Strategies Employing Step-wise Bidding Rules). 电力系统自动化 (Automation of Electric Power Systems), 2002, 26(9): 16~19
- 10 Wolak F A. Identification and Estimation of Cost Function Using Observed Bid Data: An Application to Electricity Markets. NBER Working Paper 8191, 2001

任玉琰 (1944—), 女, 教授, 博士生导师, 主要从事电力技术经济、电力市场理论等研究。

邹小燕 (1979—), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为博弈论及其在电力市场中的应用。E-mail: cq_zxy@163.com

张新华 (1973—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为博弈论及其在电力市场中的应用。

BIDDING MODEL OF POWER PLANT COMPANY WITH INCOMPLETE INFORMATION

Ren Yulong, Zou Xiaoyan, Zhang Xinhua

(Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: The bidding model of power plant company with incomplete information in unilateral open electricity market is analyzed by using the first-price-sealed bid auction. In this model, many factors such as the unit cost of the power plant company, the probability of winning the bid, the expected clearing market price et al, are considered. Then the general bidding expression of the power plant company is deduced by solving this model. At last, a simple numerical example is presented to illustrate the presented method.

This project is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 70071036).

Key words: bidding strategy; electricity market; power plant company; incomplete information; game theory