

# 基于模糊连接度的图像分割及算法\*

潘建江<sup>+</sup>, 杨勋年, 汪国昭

(浙江大学 数学系 计算机图像图形研究所, 浙江 杭州 310027)

## An Image Segmentation and Its Algorithm Based on Fuzzy Connectedness

PAN Jian-Jiang<sup>+</sup>, YANG Xun-Nian, WANG Guo-Zhao

(Institute of Computer Graphics and Image Processing, Department of Mathematics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

+ Corresponding author: E-mail: mathpan@163.net, <http://www.zju.edu.cn>

Received 2003-09-29; Accepted 2003-12-08

Pan JJ, Yang XN, Wang GZ. An image segmentation and its algorithm based on fuzzy connectedness. *Journal of Software*, 2005,16(1):67-76. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/16/67.htm>

**Abstract:** In this paper, a modification to the fuzzy connectedness image segmentation is presented. Through checking the property affinity between the seed pixel and the pixel along the optimal path which has the largest fuzzy connectedness from the pixel to seed pixel, good results can be achieved, especially for those objects with blurred boundary. Additionally, an image-scanning mechanism algorithm for detecting optimal paths is proposed to calculate the fuzzy connectedness between pixels and the seed pixel one by one. This algorithm can make full use of the properties of fuzzy connectedness and property affinity, and detect the optimal path between two pixels effectively. Experimental examples show that the new method is simple, fast, and works well for some images.

**Key words:** image segmentation; fuzzy subset; fuzzy connectedness; algorithm; optimal path

**摘要:** 提出了一种基于模糊连接度图像分割的方法,在模糊连接度分割的基础上增加了最优路径(即与种子点的所有路径中连接度最大的路径)上各点相对于种子点的属性相似度的检验,使之能在待分割对象边界比较模糊的情况下取得理想的分割结果.同时提出了一种基于图像扫描机制的算法,它以种子点为中心,逐个计算邻居点相对于种子点的模糊连接度,该算法充分利用模糊连接度和属性相似度的性质,能简单、快速地找到两点间的最优路径.实验结果表明,该方法快速、有效地提高了图像分割的质量.

**关键词:** 图像分割;模糊子集;模糊连接度;算法;最优路径

中图法分类号: TP391 文献标识码: A

图像分割是把图像中互不相交、具有特殊涵义的区域区分出来.每个区域内像素的属性满足一定的一致

\* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60303015 (国家自然科学基金); the National Grand Fundamental Research 973 Program of China under Grant No.2002CB312101 (国家重点基础研究发展规划(973))

**作者简介:** 潘建江(1977-),男,浙江金华人,博士,主要研究领域为图像处理与可视化,计算机图形学;杨勋年(1971-),男,博士,副教授,主要研究领域为几何造型,计算机图形图像,计算几何;汪国昭(1944-),男,教授,博士生导师,主要研究领域为计算机辅助几何设计,计算机图形学,医学图像三维重建.

性<sup>[1]</sup>,如灰度值相近或纹理特征相似.图像分割是图像分析的关键步骤,是一种低层次的计算机视觉技术.计算机视觉中的图像理解包括目标检测、特征提取和模式识别等,都依赖于图像分割的质量.尽管已经有了许多分割方法,但是到目前为止还不存在一种通用的方法,同时也没有一个判断分割质量的标准,因为它与人的主观认识有密切联系,被认为是计算机视觉处理中的一个瓶颈技术.

目前图像分割主要有以下 3 类方法:一是阈值分割<sup>[2-4]</sup>,它借助于图像的整体信息,如直方图来决定阈值的选取;二是基于边界的分割<sup>[5,6]</sup>,它主要借助于各种边界算子对图像处理得到边界,然后再得到用户感兴趣的区域,其主要问题是如何从得到的分散的边界组成闭合的边界,从而得到待分割的区域;三是区域增长法<sup>[7-9]</sup>.通过寻找与用户输入种子点相似属性的像素来得到一块区域,最简单的形式是从一个像素出发,检查其邻域,判断是否与种子点具有相似的性质,若相似,则加入当前区域,否则不添加,直至区域不再增长为止.

自从 Zadeh 于 1965 年提出模糊数学的概念之后,Rosenfeld 等人在 1979 年首先把模糊连接度的概念引入到图像处理中<sup>[10,11]</sup>.Udupa 在此基础上提出了基于模糊连接度的图像分割框架<sup>[12-14]</sup>,在此框架内,对象的定义和标识有了很好的表述.He Hao 等人对模糊连接度的路径作了推广定义<sup>[15]</sup>,认为路径不仅具有强度,同时还应有宽度,对带有噪声的图像取得了较好的分割结果.Lin Yao 等人在模糊连接度分割的基础上提出了一个提取轮廓线的处理框架<sup>[16]</sup>.

我们知道,分割后的区域应具有空间上连通性和属性的相似性,由于模糊连接度只考虑了路径上的局部信息,对有些物体边界模糊的图像会得到一些不合理的结果,本文在模糊连接度分割的基础上,增加了最优路径上各点相对于种子点的属性相似度的检验,使之能较好地解决上述问题.同时设计了一个寻找两点间最优路径的算法,它充分利用模糊连接度和属性相似度的性质,计算简单,能快速地找出两点间的最优路径.

本文第 1 节介绍基于模糊连接度图像分割的基本知识.第 2 节提出本文的方法.第 3 节提出一种模糊连接度分割的算法.第 4 节给出一些实验结果.第 5 节是讨论和总结.

## 1 模糊连接度图像分割的基本知识

### 1.1 模糊子集,隶属函数,模糊关系

设  $X$  为参考集, $X$  上的模糊子集  $A$  定义为

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X\}, \quad \mu_A : X \rightarrow [0,1] \quad (1)$$

其中  $\mu_A$  称为  $A$  在  $X$  上的隶属函数.

$X$  上的二元模糊关系  $\rho$  定义为  $X \times X$  上的模糊子集:

$$\rho = \{(x, y), \mu_\rho(x, y) \mid (x, y) \in X \times X\}, \quad \mu_\rho : X \times X \rightarrow [0,1] \quad (2)$$

### 1.2 模糊空间元素(spel: space elements)邻近关系,模糊数字空间

设  $n$  维欧氏空间  $R^n$  被  $n$  族相互垂直的超平面分割成一些超立方体,这些超立方体称为空间元素(spel),当  $n=2$  时,这些空间元素称为像素,当  $n=3$  时,则称为体素.设这些超立方体的中心坐标为  $n$  元的整数,则它对应于  $Z^n$  中的一个点.若  $Z^n$  上的模糊关系  $\alpha$  是自反的、对称的,则称为模糊空间元素的邻近关系.它描述了两个空间元素的位置邻近关系,一般要求  $\alpha$  的隶属函数  $\mu_\alpha(c, d) (c, d \in Z^n)$  是  $c, d$  距离  $\|c - d\|$  的递减函数.

$(Z^n, \alpha)$  被称为模糊数字空间.

### 1.3 场,隶属场

设  $C \subset Z^n$ , 称  $S = (C, f)$  为模糊数字空间  $(Z^n, \alpha)$  上的场,其中  $f$  为:  $C \rightarrow R$  的函数,该函数反映了空间元素的某种属性,如图像上像素点的亮度值或纹理结构属性.

若  $f$  的值域为  $[0,1]$ , 则称  $S$  为  $(Z^n, \alpha)$  上的隶属度场.

### 1.4 模糊空间元素的相似度

设  $S = (C, f)$  是  $(Z^n, \alpha)$  上的一个隶属度场,若  $C$  上的一个模糊关系  $\kappa$  满足自反性和对称性,称为  $S$  上模糊空间元素的相似度.实际上,一般取  $\kappa$  的隶属函数  $\mu_\kappa(c, d)$  为  $\mu_\alpha(c, d), f(c), f(d)$ , 甚至是  $c, d$  的函数.

对于  $c, d \in C, \mu_{\kappa} = h(\mu_{\alpha}(c, d), f(c), f(d), c, d)$ .

### 1.5 模糊连接度 $\xi$

设  $S = (C, f)$  是  $(Z^n, \alpha)$  上的一个隶属度场,  $\kappa$  为  $S$  上模糊空间元素相似度, 在  $S$  中从  $c$  到  $d$  路径  $\rho_{cd}$  的路径定义为: 一个空间元素的序列  $\langle c^1, c^2, \dots, c^m \rangle (m \geq 2)$ , 其中  $c^i (i = 1..m) \in C, c^1 = c, c^m = d$ . 当然,  $S$  中从  $c$  到  $d$  有许多条路径, 对于每条路径  $\rho_{cd}$  都有一个最弱的链接, 即  $\rho_{cd}$  上相邻两个元素的相似度的最小值, 它决定了路径  $\rho_{cd}$  的连接度, 记为

$$\mu_{\chi}(\rho_{cd}) = \min(\mu_{\kappa}(c^1, c^2), \mu_{\kappa}(c^2, c^3), \dots, \mu_{\kappa}(c^{m-1}, c^m)) \quad (4)$$

则从  $c$  到  $d$  的模糊连接度定义为所有路径中最大的连接度. 记  $C$  中从  $c$  到  $d$  的所有路径为  $P_{cd}$ , 模糊连接度定义为  $C$  上的模糊关系, 其隶属函数为

$$\mu_{\xi}(c, d) = \max_{\rho_{cd} \in P_{cd}} [\mu_{\chi}(\rho_{cd})] \quad (5)$$

使  $\mu_{\xi}(c, d)$  达到最大的路径我们称为从  $c$  到  $d$  的模糊连接度的最优路径, 记为  $\rho_{cd}^{opt}$ .

容易证明,  $\xi$  是  $C$  中相似的模糊关系(即具有自反性, 对称性, 传递性)<sup>[12]</sup>.

### 1.6 模糊对象抽取

对于给定的  $C, \kappa, \xi, x \in [0, 1]$  和种子点  $o \in C$ , 记  $[o]_x = \{c \in C \mid \mu_{\xi}(o, c) \geq x\}$ , 则称寻找如下模糊子集  $O_{\theta_x}$  的过程为包含  $o$  的模糊对象的抽取.

$$\mu_{O_{\theta_x}}(c) = \begin{cases} f(c), & c \in [o]_{\theta_x} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

文献[12]的一个重要结果是式(4)定义的模糊关系是一个相似的模糊关系, 因此可以证明如下定义的关系  $\xi_{\theta_x}$ :

$$\mu_{\xi_{\theta_x}}(c, d) = \begin{cases} 1, & \text{iff } \mu_{\xi}(c, d) \in \theta_x \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \text{其中 } \theta_x = [x, 1], x \in [0, 1] \quad (7)$$

是传统集中的等价关系. 文献[12]的另一个重要结果是由等价关系  $\xi_{\theta_x}$  定义的等价类的寻找只需寻找  $[o]_x$  即可, 这样可以大大简化计算.

## 2 结合属性相似度检验的图像分割

考虑二维灰度图像上有如下一条路径:  $\rho = \langle c_0, c_1, c_2, \dots, c_{254}, c_{255} \rangle$ .



Fig.1 Path

图 1 路径

其中  $c_0$  为种子点, 每个像素的亮度为  $f(c_i) = i$ , 即该路径上的像素的亮度值逐个递增, 假如我们取邻近度函数为

$$\mu_{\alpha}(c, d) = \begin{cases} 1, & \text{如果 } \|c - d\| \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

相似度函数为

$$\mu_{\kappa}(c, d) = \mu_{\alpha}(c, d) e^{\frac{1}{1 + |f(c) - f(d)|}} \quad (9)$$

则根据模糊连接度的定义, 可以证明在此情况下, 路径  $\rho = \langle c_0, c_1, c_2, \dots, c_{254}, c_{255} \rangle$  是图像中从  $c_0 \sim c_{255}$  所有路径中模糊连接度最大的, 并且对于图像中任意点  $d (d \neq c_0)$ , 我们有

$$\mu_{\xi}(c_0, c_{255}) \geq \mu_{\xi}(c_0, d),$$

因此, 最后分割的结果是要么所得的区域仅包含种子点  $c_0$ , 或者所得的区域必然包括点  $c_{255}$ , 而这与分割的要求显然是相悖的.

该问题产生的原因是由于在定义模糊连接度时仅仅考虑了路径上相邻两点之间的属性关系而未考虑该路径的整体信息,即虽然路径上每对相邻的点都有很大的相似度,从而整条路径的连接度很大,但路径首尾两点的属性未必具有很大的相似性.

文献[12]是通过采用如下的相似度函数来解决这个问题的:

$$\mu_{\alpha}(c,d)=\mu_{\alpha}(c,d)\left[\omega_1 e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{(f(c)+f(d))/2-m_1}{s_1}\right)^2}+\omega_2\left(1-e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{(f(c)-f(d))/-m_2}{s_2}\right)^2}\right)\right] \quad (10)$$

其中 $\mu_{\alpha}(c,d)$ 同式(6), $\omega_1+\omega_2=1$ , $m_1,s_1,m_2,s_2$ 分别为一块区域 $A$ 内各点属性值的平均、标准方差及其该区域梯度幅度值的平均值、标准方差,而区域 $A$ 是由用户选取或者使用其他分割方法如直方图阈值分割得到的,但是增加了用户的交互次数,并且所得的分割结果与区域 $A$ 有关.

下面我们对文献[12]中的模糊连接度分割过程增加最优路径上各点与种子点的属性相似度的检验,使之能够较好地解决上述问题.

**定义 1.** 模糊空间元素的属性相似度:设 $S=(C,f)$ 是 $(Z^n,\alpha)$ 上的一个隶属场,若 $C$ 上的一个模糊关系 $\varphi$ 满足自反性和对称性,并且其隶属函数与空间元素的位置无关,我们称其为 $S$ 上的模糊空间元素的属性相似度.一般取 $\varphi$ 的隶属函数 $\mu_{\varphi}(c,d)$ 为 $f(c),f(d)$ 的函数:

$$\text{对于 } c,d \in C, \quad \mu_{\varphi} = g(f(c),f(d)) \quad (11)$$

**定义 2.** 路径上各点与种子点的属性相似度 $\psi$ :设 $S=(C,f)$ 是 $(Z^n,\alpha)$ 上的一个隶属度场, $\varphi$ 为 $S$ 上的模糊空间元素属性相似度,设 $c,d \in C$ ,记 $C$ 中从 $c$ 到 $d$ 的所有路径为 $P_{cd},\rho=(c^1,c^2,\dots,c^m) \in P_{cd}, c^1=c, c^m=d$ ,记 $C$ 中所有的路径为 $P_c=\bigcup_{(c,d) \in C \times C} P_{cd}$ ,路径上各点与种子点的属性相似度 $\psi$ 定义为 $P_c$ 上的模糊子集,其隶属函数为

$$\mu_{\psi}(\rho) = \min(\mu_{\varphi}(c^1,c^2),\mu_{\varphi}(c^1,c^3),\dots,\mu_{\varphi}(c^1,c^m)) \quad (12)$$

其中 $m \geq 2$ .

本文的思想是,先用第 1.5 节定义的模糊连接度 $\xi$ 计算出 $C$ 中各点到种子点的模糊连接度和最优路径,然后用定义 2 中定义的路径上各点与种子点的属性相似度 $\psi$ 对得到的最优路径进行计算,使分割后的区域内各点到种子点的模糊连接度大于阈值,而且与种子点的属性相似度也大于阈值,从而保证区域内各点与种子点属性相似,较好地解决了本节开始提出的问题.经过改进后, $C$ 中各点相对于种子点的隶属度可表示为

$$\mu_{\lambda}(c,d) = \min(\mu_{\xi}(c,d),\mu_{\psi}(\rho_{cd}^{opt})) \quad (13)$$

其中 $d \in C, c$ 为种子点.用户可以对通过式(12)计算得到的隶属场进行选取阈值,得到分割结果.

下面给出 $\mu_{\lambda}$ (式(4)定义)和 $\mu_{\psi}$ 的几个性质:

**性质 1.** 记 $C$ 中从 $c$ 到 $d$ 的所有路径为

$$P_{cd},\rho=(c^1,c^2,\dots,c^m) \in P_{cd},\rho^1=(c^1,c^2),\rho^2=(c^1,c^2,c^3),\rho^{m-1}=(c^1,c^2,c^3,\dots,c^m), c^1=c, c^m=d,$$

则

$$\mu_{\lambda}(\rho^i) = \min(\mu_{\lambda}(\rho^{i-1}),\mu_{\lambda}(c^i,c^{i+1})) \quad (i=2..m-1).$$

**性质 2.** 对于上述定义的 $c,d,\rho^1,\rho^2,\dots,\rho^m$ ,则

$$\mu_{\lambda}(\rho^1) \geq \mu_{\lambda}(\rho^2) \geq \dots \geq \mu_{\lambda}(\rho^{m-1}).$$

**性质 3.** 对于性质(1)中定义的 $c,d,\rho^1,\rho^2,\dots,\rho^m$ ,则

$$\mu_{\psi}(\rho^i) = \min(\mu_{\psi}(\rho^{i-1}),\mu_{\varphi}(c^i,c^{i+1})) \quad (i=2..m-1).$$

**性质 4.** 对于性质(1)中定义的 $c,d,\rho^1,\rho^2,\dots,\rho^m$ ,则

$$\mu_{\psi}(\rho^1) \geq \mu_{\psi}(\rho^2) \geq \dots \geq \mu_{\psi}(\rho^{m-1}).$$

上述 4 个性质可以通过 $\mu_{\lambda}$ 和 $\mu_{\psi}$ 的定义得到,此处证明略.这 4 个性质对设计本文的算法非常有用.

记 $[o]_x^{\lambda} = \{c \in C \mid \mu_{\lambda}(o,c) \geq x\}$ ,则下面的定理指出了 $[o]_x^{\lambda}$ 和 $[o]_x$ 之间的关系.

**定理 1.**  $[o]_x^{\lambda}$ 是一个连通的集合.

证明:设 $p,q \in [o]_x^{\lambda}$ ,则 $\mu_{\lambda}(o,p) \geq x, \mu_{\lambda}(o,q) \geq x$ 并且存在两条最优路径:

$$\rho_{op} = \langle p^1, p^2, \dots, p^m \rangle (p^1 = o, p^m = p), \rho_{oq} = \langle q^1, q^2, \dots, q^n \rangle (q^1 = o, q^n = q).$$

由性质 1 和性质 3 可知,  $\mu_\lambda(o, p^i) \geq \mu_\lambda(o, p) \geq x$  ( $i=1..m$ ),  $\mu_\lambda(o, q^j) \geq \mu_\lambda(o, q) \geq x$  ( $j=1..n$ ).

根据  $[o]_x^\lambda$  的定义,  $p^i \in [o]_x^\lambda$  ( $i=1..m$ ),  $q^j \in [o]_x^\lambda$  ( $j=1..n$ ), 因此路径

$$\rho_{pq} = \langle p^m, p^{m-1}, \dots, p^2, o, q^2, \dots, q^n \rangle$$

上的各点都属于  $[o]_x^\lambda$ , 所以  $[o]_x^\lambda$  是连通的. □

**定理 2.**  $[o]_x^\lambda \subseteq [o]_x$ .

证明: 设  $p \in [o]_x$ , 则  $\mu_\lambda(o, p) \geq x \Rightarrow \min(\mu_\xi(o, p), \mu_\psi(\rho_{op}^{pp})) \geq x \Rightarrow \mu_\xi(o, p) \geq x$ , 所以  $p \in [o]_x^\lambda$ , 定理得证. □

定理 1 说明了由本文方法得到的图像中各点相对于种子的隶属度,再由用户选取阈值得到分割结果,得到的仍是一块连通的区域,符合分割的基本要求;定理 2 说明了对于相同的阈值,通过本文方法得到的区域是未加路径上点与种子点属性相似度检验得到的区域的子集,区域内各点与种子点的模糊连接度大于用户选取的阈值,而且其属性值与种子点的属性值的相似度也是大于用户选取的阈值的,这样,用户可以通过调整阈值得到理想的分割结果.

### 3 算 法

本文的图像分割过程主要分为 4 步:首先,由用户在图像中选取种子点;其次,计算图像中各点相对于种子点的模糊连接度,同时得到各点到种子点的最优路径;然后,对得到的最优路径进行各点相对于种子点的属性相似度计算,并且根据式(12)得到图像中各点新的隶属度;最后,用户通过选取阈值来得到分割结果.

#### 3.1 模糊连接度和最优路径的计算

设图像为  $I$ ,  $o$  是用户选取的种子点,我们的算法类似于点集扩张,首先把  $o$  点的模糊连接度置为 1,然后分别计算其邻域内各点相对于  $o$  的连接度(邻域由  $\mu_\alpha$  决定),再由这些邻域的点向外扩张,最后得到一个以  $o$  为根结点的树形结构  $T$ ,树  $T$  中各个结点对应于图像  $I$  中的像素,根结点到树中结点的路径代表了图像中种子点  $o$  到该像素的最优路径,这对于计算该路径上各点相对于种子点  $o$  的属性相似度非常有用,并且树  $T$  中结点保存了该像素相对于种子点  $o$  的模糊连接度.

设算法执行到了第  $k$  步,此时得到的树  $T$  如图 2 所示.

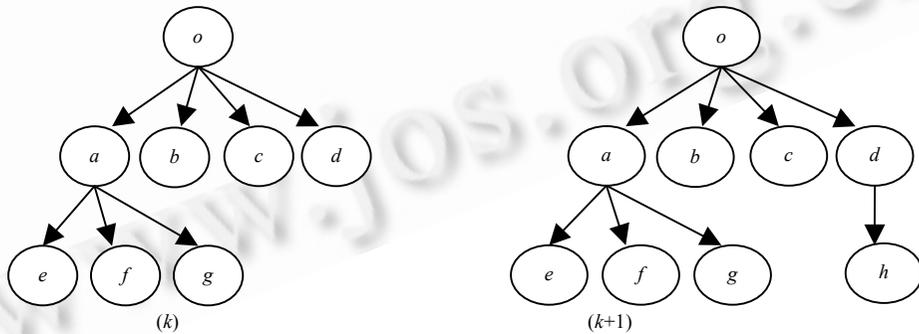


Fig.2 The algorithm flow

图 2 算法流程示意图

本文的策略是模糊连接度大则优先处理,在当前树结构的所有叶子结点中寻找相对于种子点  $o$  的模糊连接度的最大值,然后计算其邻域内各点的相对于种子点  $o$  的模糊连接度.如图 2 所示,此时叶子结点为  $\{b, c, d, e, f, g\}$ ,不妨设此时  $d$  的模糊连接度最大,按照  $\mu_\alpha$  的定义,我们得到图像  $I$  中  $d$  的邻域为

$$N(d) = \{p \in I \mid \mu_\alpha(p, d) = 1\} \tag{14}$$

若对于  $q \in N(d)$  且  $q$  为树中非叶子结点,根据模糊连接度大则优先处理的原则,从  $o$  到  $d$ ,再到  $q$  的模糊连接度要小于等于树中已经得到的从  $o$  到  $q$  的路径的模糊连接度,所以可以不用再计算  $q$  的模糊连接度,此时只需处

理  $N(d)$  中未被处理或为叶子结点的像素:

$$N'(d) = \{p \in N(d) \mid p \text{ 未被处理或为树中的叶子结点}\} \quad (15)$$

对于  $N'(d)$  中未被处理的点,只需根据  $d$  计算其模糊连接度,并把其加为  $d$  的儿子结点;对于  $N'(d)$  中已被处理的点,则根据  $d$  计算其新的模糊连接度,并与其原来的模糊连接度比较,若新的值较大,则将其父结点指向  $d$ ,否则不变.

对于图 2,设  $N'(d) = \{g, h\}$ ,则此时第  $k+1$  步有可能如图 3 所示.

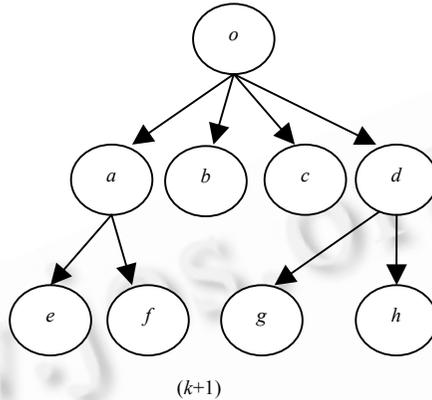


Fig.3 Another possibility in step  $(k+1)$  in Fig.2

图 3 图 2 中第  $k+1$  步的另一种情况

下面给出本算法的伪代码:

**算法 3.1.** 模糊连接度和最优路径算法.

输入:图像  $I$ ,种子点  $o$ ,  $x$  (为 0 到 1 的实数),  $\mu_{\xi}$  (第 1.5 节中定义).

输出:树形结构  $T$ .

中间用到的数据结构: $Q$  为像素的一个列表.

Begin:

0. 把图像  $I$  中  $o$  的模糊连接度设为 1,其他的设为 0,并把  $o$  加入到  $Q$  中;

while( $Q$  非空)

{

1. MaxmembershipPixel= $Q$  中像素模糊连接度最大的像素;

2. if (MaxmembershipPixel 的模糊连接度  $\geq x$ )

{

3. for (each  $c \in N'(\text{MaxMembershipPixel})$ )

{

4. if (从树中  $o$  到 MaxmembershipPixel 再到  $c$  的路径的模糊连接度  $>$   $c$  原来的模糊连接度)

{

5. 把  $c$  的模糊连接度设为新的值;

6. 把  $c$  的父亲指针指向 MaxmembershipPixel;

7. 把  $c$  加入  $Q$ ;

}

}

8. 把 MaxmembershipPixel 从  $Q$  中删除;

}

```

else
9.      退出 while 循环;
}
end.

```

下面的定理证明了算法 3.1 得出的路径是从种子点  $o$  到图像各像素模糊连接度意义上的最优路径之一:

**定理 3.** 设  $c \in I$ , 根据算法 3.1 得出的  $I$  中从  $o$  到  $c$  的路径为

$$\rho = \langle c^1, c^2, \dots, c^m \rangle (c^1 = o, c^m = c).$$

从  $o$  到  $c$  的任意一条路径为

$$\rho' = \langle d^1, d^2, \dots, d^n \rangle (d^1 = o, d^n = c),$$

则  $\mu_\chi(\rho) \geq \mu_\chi(\rho')$ .

证明:(反证法)若  $\mu_\chi(\rho) \geq \mu_\chi(\rho')$ , 即

$$\min(\mu_\kappa(c^1, c^2), \mu_\kappa(c^2, c^3), \dots, \mu_\kappa(c^{m-1}, c^m)) < \min(\mu_\kappa(d^1, d^2), \mu_\kappa(d^2, d^3), \dots, \mu_\kappa(d^{n-1}, d^n)).$$

设  $\mu_\kappa(c^i, c^{i+1}) = \min(\mu_\kappa(c^1, c^2), \mu_\kappa(c^2, c^3), \dots, \mu_\kappa(c^{m-1}, c^m))$  ( $1 \leq i \leq m$ ), 则  $\mu_\kappa(c^i, c^{i+1}) < \mu_\kappa(d^j, d^{j+1})$  ( $j = 1..n$ ), 根据算法 3.1,  $d^j$  的点要先于  $c^{i+2}$  执行, 即使  $i = m - 1$ , 根据算法 3.1, 此时  $c^m = c$  的父结点也要改成  $d^{n-1}$ , 因此, 我们得到的路径将是  $\rho'$  而非  $\rho$ , 这与定理的已知条件相矛盾.  $\square$

在计算树中结点  $d$  的邻域  $N'(d)$  内像素  $d_{N'}$  的模糊连接度时, 根据性质 1, 只需用  $\mu_\kappa$  计算  $d$  与  $d_{N'}$  的相似度, 然后比较  $d$  的模糊连接度与  $\mu_\kappa(d, d_{N'})$ , 取其最小值作为  $d_{N'}$  的值, 然后再与  $d_{N'}$  原来的值作比较, 取其最大值作为  $d_{N'}$  的模糊连接度, 算法的下一步利用了上一步的结果, 这样可以加快算法处理速度.

### 3.2 最优路径各点相对于种子点的属性相似度的计算

经过算法 3.1 的处理后, 我们得到了树形结构  $T$ ,  $T$  中保存了图像中相对于种子点  $o$  的模糊连接度大于或等于用户输入的阈值  $x$  的像素, 同时还有从  $o$  到这些像素的最优路径, 在此基础上, 计算  $T$  中路径上各点相对于种子点  $o$  的属性相似度, 得到最终的隶属度.

**算法 3.2.**  $T$  中路径上各点相对于种子点  $o$  的属性相似度的计算.

输入:  $T, x$  (同算法 3.1),  $\mu_\psi, \mu_\lambda$ ;

输出:  $T_{final}$ .

```

begin
  for ( $T$  中所有从  $o$  到各结点  $c$  的路径)
  {
1.      计算  $\mu_\lambda(o, c)$ ;
2.      更新  $c$  的隶属度
  }
end

```

与算法 3.1 相同, 在计算路径上各点相对于  $o$  的属性相似度时, 可以利用性质 3 来加快算法的处理速度.

## 4 应用及实验结果

### 4.1 图像像素邻近函数 $\mu_\alpha$ 相似度函数 $\mu_\kappa$ 及属性相似度函数 $\mu_\psi$ 的选取

在本文中, 取像素属性为图像的亮度值, 像素邻近函数为

$$\mu_\alpha(c, d) = \begin{cases} 1, & \text{如果 } \|c - d\| \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (16)$$

即取四连通邻近像素, 当然也可以取为八连通邻域, 对本文算法无实质性影响.

为了减少计算量, 本文取  $\mu_\psi$  如下:

$$\mu_{\varphi}(c,d) = \frac{1}{1+k|f(c)-f(d)|} \quad (17)$$

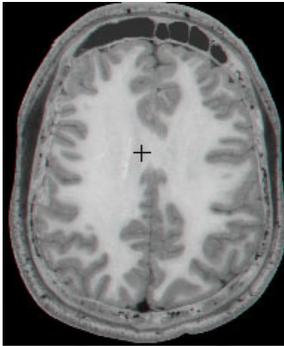
其中  $k \in (0,1]$ , 用于调节像素属性相似度随像素属性变化而变化的幅度, 避免产生像素属性稍一变化而使属性相似度变化过大的现象.

$\mu_{\kappa}$  的选取如下:

$$\mu_{\kappa} = \mu_{\alpha} \mu_{\varphi} \quad (18)$$

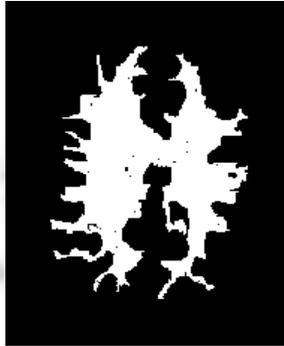
## 4.2 实验结果

图 4 是人体大脑切片图像的分割结果.



(a) The slice of brain, the center of cross is seed

(a) 人体大脑的切片图像, 图中十字形中心点为种子点



(b) The result of segmentation using fuzzy connectedness (threshold is 0.81,  $k=0.05$  in formula (16))

(b) 采用模糊连接度分割得到的结果 (阈值为 0.81, 式(16) $k=0.05$ )



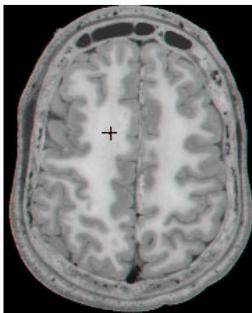
(c) The result of segmentation using our method (threshold is 0.29,  $k=0.05$  in formula (16))

(c) 用本文的方法得到的结果 (阈值为 0.29, (16)式  $k=0.05$ )

Fig.4

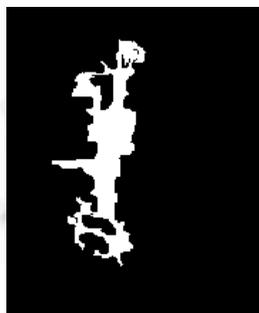
图 4

图 5 是人体大脑切片图像左半脑的分割结果. 图 6 是人体左腿切片图像的骨头分割结果.



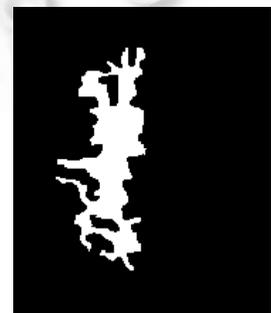
(a) The slice of brain, the center of cross is seed

(a) 人体大脑的切片图像, 图中十字形中心点为种子点



(b) The result of segmentation using fuzzy connectedness (threshold is 0.81,  $k=0.05$  in formula (16))

(b) 采用模糊连接度分割得到的结果 (阈值为 0.81, 式(16) $k=0.05$ )

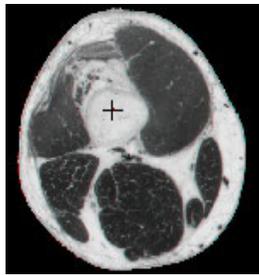


(c) The result of segmentation using our method (threshold is 0.35,  $k=0.05$  in formula (16))

(c) 采用本文的方法得到的结果 (阈值为 0.35, 式(16) $k=0.05$ )

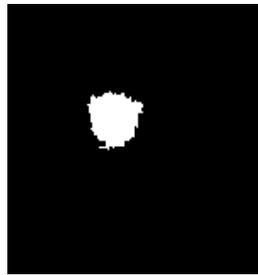
Fig.5

图 5



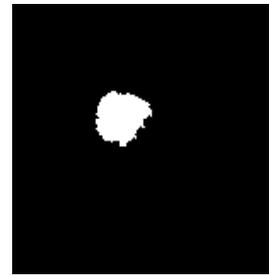
(a) The slice of left leg,  
the center of cross is seed

(a) 人体左腿切片图像,  
图中十字形中心点为种子点



(b) The result of segmentation using fuzzy  
connectedness (threshold is 0.77,  
 $k=0.05$  in formula (16))

(b) 采用模糊连接度分割得到的结果  
(阈值为 0.77,式(16) $k=0.05$ )



(c) The result of segmentation using  
our method (threshold is 0.53,  
 $k=0.05$  in formula (16))

(c) 采用本文的方法得到的结果  
(阈值为 0.53,式(16) $k=0.05$ )

Fig.6

图 6

## 5 结 语

本文提出了一种基于模糊连接度图像分割的新方法,在模糊连接度分割的基础上增加了最优路径上各点相对于种子点的属性相似度的检验,使之能在待分割对象边界比较模糊的情况下取得理想的分割结果;同时提出了一种基于图像扫描机制的算法,该算法充分利用模糊连接度和属性相似度的性质,能够简单、快速地找到两点间的最优路径.进一步的研究包括分割过程的阈值自动选取、算法复杂度的分析等.

## References:

- [1] Pal NR, Pal SK. A review of image segmentation techniques. *Pattern Recognition*, 1993,26(9):1277-1294.
- [2] Sahoo PK, Soltani S, Wong AKC, Chen YC. A survey of thresholding techniques. *Computer Vision Graphical Image Process*, 1988, 41(2):233-260.
- [3] Huang LK, Wang MJJ. Image thresholding by minimizing the measures of fuzziness. *Pattern Recognition*, 1995,28(1):41-51.
- [4] Tobias J, Seara R. Image segmentation by histogram thresholding using fuzzy sets. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2002,11(12):1457-1465.
- [5] Kundu A, Mitra SK. A new algorithm for image edge extraction using a statistical classifier approach. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1987,9(4):569-577.
- [6] Liow YT. A contour tracing algorithm that preserves common boundaries between regions. *CVGIP-Image Understanding*, 1991, 53(3):313-321.
- [7] Adams R, Bischof L. Seeded region growing. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1994,16(6):641-647.
- [8] Mehnert A, Jackway P. An improved seeded region growing algorithm. *Pattern Recognition Letters*, 1997,18(10):1065-1071.
- [9] Vincent L, Soille P. Watersheds in digital spaces: An efficient algorithm based on immersion simulations. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1991,13(6):583-598.
- [10] Rosenfeld A. On connectivity properties of grayscale pictures. *Pattern Recognition*, 1983,16(1):47-50.
- [11] Rosenfeld A. The fuzzy geometry of image subsets. *Pattern Recognition Letters*, 1984,2(5):311-317.
- [12] Udupa JK, Samarasekera S. Fuzzy connectedness and object definition: Theory, algorithm and applications in image segmentation. *Graphical Models and Image Processing*, 1996,58(3):246-261.
- [13] Saha PK, Udupa JK, Odhner D. Scale-Based fuzzy connected image segmentation: Theory, algorithms, and validation. *Computer Vision and Image Understanding*, 2000,77(9):145-174.

- [14] Udupa JK, Saha PK, Lotufo RA. Relative fuzzy connectedness and object definition: Theory, algorithm and applications in image segmentation. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002,24(11):1485-1500.
- [15] He H, Chen YQ. Fuzzy aggregated connectedness for image segmentation. Pattern Recognition, 2001,34(12):2565-2568.
- [16] Lin Y, Tian J, He HG. Image segmentation via fuzzy object extraction and edge detection and its medical application. Journal of X-Ray Science and Technology, 2002,10(1-2):95-106.

\*\*\*\*\*

## 第 10 次全国 Petri 网学术年会暨形式化方法学术讨论会

### 征 文 通 知

由中国计算机学会 Petri 网专业委员会主办的第 10 次全国 Petri 网学术年会暨形式化方法学术讨论会将于 2005 年 10 月在镇江召开（江苏大学承办），会议将对 Petri 网理论及应用，以及并行处理的形式化方法开展广泛、深入的讨论。现发出征文通知。

#### 一、征文范围

Petri 网理论研究；Petri 网在各领域的应用研究；Petri 网工具开发与 Petri 网运行仿真技术；相关的并发模型及仿真技术研究；并行计算与并行处理的形式化方法；其它相关问题的研究。

#### 二、征文要求

1、凡在正式刊物或其他学术会议上发表（或录用）过的论文不再征用；2、投送论文无论录用与否概不退稿，请作者自留底稿；3、会议论文集以《系统仿真学报》增刊出版（部分优秀的论文可推荐到正刊发表），寄送的论文要求按《系统仿真学报》要求的论文格式（可在网上查阅）编辑打印；4、被录用的论文，按要求修改后寄出电子版（软盘），并按规定寄出版面费。5、投送论文请写清联系人姓名、地址、（包括邮政编码），以便联系。

#### 三、重要日期（邮寄以邮戳日期为准）

征文截稿日期：2005 年 5 月 31 日

发出录用或（和）修改通知日期：2005 年 7 月 10 日

编辑打印好的稿件返回日期：2005 年 7 月 31 日

#### 四、联系方式

论文请寄：北京航空航天大学软件学院（邮编 100083）联系人：武晓乐

电话：010-82316479 86354705（小灵通） E-mail: wuxiaole@buaa.edu.cn