第21卷 第1期　　控 制 与 决 策　　2006年1月
Vol 21 No. 1　　Control and Decision　　Jan. 2006

文章编号: 1001-0920(2006)01-0019-05

含正弦扰动的离散时滞系统的次优减振控制

张宝琳, 唐功友, 郑　师, 孙　亮
(中国海洋大学 信息科学与工程学院, 山东 青岛 266071)

摘　要: 研究状态变量含有时滞的线性离散系统在正弦扰动下的前馈-反馈最优减振控制问题. 将系统的最优控制问题转化为非齐次线性两点边值问题族, 利用逐次逼近法得到了系统的最优控制律. 该控制律由解析的前馈-反馈控制律和补偿序列的极限组成. 通过截取补偿序列的有限项, 得到了系统的前馈-反馈次优减振控制律. 仿真结果表明, 该方法对抑制正弦扰动的鲁棒性优于经典反馈最优控制.

关键词: 离散时滞系统; 最优控制; 逐次逼近法; 正弦扰动; 前馈-反馈控制
中图分类号: TP13　　　**文献标识码**: A

Suboptimal Damping Control for Linear Discrete Time-delay Systems with Sinusoidal Disturbances

ZHANG Bao-lin, TANG Gong-you, ZHENG Shi, SUN Liang
(College of Information Science and Engineering, Ocean University of China, Qingdao 266071, China. Correspondent: TANG Gong-you, E-mail: gtang@ouc.edu.cn)

Abstract: Optimal damping control for linear discrete time-delay systems with additive sinusoidal disturbances is considered. The original optimal control problem is transformed into a sequence of nonhomogeneous linear two-point boundary value problems. By using a successive approximation approach, the optimal control law that consists of accurate linear terms and a limit of a sequence of adjoint compensation terms is obtained. A suboptimal control law is obtained by taking the finite-step iteration of the compensation sequence. Simulations show that the proposed algorithm has better robustness with respect to additive sinusoidal disturbances than that of the classical feedback optimal control.

Key words: Discrete time-delay systems; Optimal control; Successive approximation approach; Sinusoidal disturbances; Feedforward and feedback control

1　引　　言

离散时滞系统的分析与综合问题是控制理论与控制工程领域的研究热点和难点. 离散时滞系统可以通过扩维方法将原系统等效为无时滞的高阶系统[1]. 但对于时滞较大或阶数较高的系统, 其最优控制律设计的计算量将按指数规律增长, 导致"维数灾难"问题. 因此, 扩维方法仅适合于时滞不大且原系统阶数较低的系统. 另一方面, 对离散时滞系统直接求二次型性能指标的最优控制, 其最优线性调节器问题将导致求解既含有时滞项又含有超前项的两点边值问题. 该问题无论求精确解还是数值解都很困难[2]. 所以离散时滞系统最优控制的近似方法研究是一个重要的研究课题.

在实际中存在大量带正弦扰动的系统[3,4], 如海洋平台的实时振动控制系统等. 近年来, 关于外部正弦扰动下系统减振控制问题的研究引起了人们的广泛重视[5~9]. 对于在外界正弦扰动力作用下系统的最优控制问题, 用初值问题得到的反馈最优控制对

收稿日期: 2004-12-24; **修回日期**: 2005-03-11.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60574023); 山东省自然科学基金项目(Y2000G02); 青岛自然科学基金项目(05-1-JC-94).
作者简介: 张宝琳(1972—), 男, 宁夏西吉人, 博士生, 从事时滞系统、奇异摄动系统等研究; 唐功友(1953—), 男, 山东烟台人, 教授, 博士生导师, 从事时滞系统和非线性系统及大系统理论与应用的研究.

正弦扰动力的鲁棒性较差[5,6]. 针对含正弦扰动的线性时滞系统, 通过无滞后转换法(逐次逼近法)得到的前馈-反馈次优控制律[9]在抑制正弦扰动方面有良好的鲁棒性.

本文研究线性离散时滞系统在外部正弦扰动下的最优减振控制问题, 利用离散系统最优控制的逐次逼近法[10,11]提出了一种近似的前馈-反馈最优控制律. 首先构造了一族无时滞控制系统序列, 并证明这个序列的解一致收敛于原时滞系统的解; 然后将原时滞系统的最优控制问题简化为求解一族无时滞的最优控制序列问题, 通过迭代计算得到近似的前馈-反馈最优控制律. 仿真结果表明, 与反馈最优控制相比, 本文的方法对抑制正弦扰动有更好的鲁棒性.

2 问题的描述

考虑线性离散时滞系统

$$\begin{aligned}&x(k+1)=Ax(k)+A_1x(k-h)+\\&\qquad Bu(k)+Dv(k),\ k=0,1,\cdots;\\&x(k)=\varphi(k),\ k=-h,-h+1,\cdots,0.\end{aligned}\tag{1}$$

其中: $x\in R^n$ 为状态, $u\in R^r$ 为控制输入, $v\in R^m$ 为外部扰动, A, A_1, B 及 D 是适当维数的矩阵. $\varphi(k)$ 是已知的初始状态, 时滞 h 是正整数. 假设 v 可表示为

$$v(k)=\begin{bmatrix}v_1(k)\\v_2(k)\\\vdots\\v_m(k)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\alpha_1\sin(\omega_1k+\varphi_1)\\\alpha_2\sin(\omega_2k+\varphi_2)\\\vdots\\\alpha_m\sin(\omega_mk+\varphi_m)\end{bmatrix}.\tag{2}$$

其中频率 ω 为已知, 且具有如下关系:

$$-\pi<\omega_1\le\omega_2\le\cdots\le\omega_m\le\pi\tag{3}$$

对于有限时域最优控制问题, 选取如下形式的二次型性能指标:

$$\begin{aligned}J=&\frac{1}{2}x^{\mathrm T}(N)Q_Nx(N)+\\&\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{N-1}[x^{\mathrm T}(k)Qx(k)+u^{\mathrm T}(k)Ru(k)].\end{aligned}\tag{4}$$

对于无限时域的情形, 由于系统存在持续的正弦扰动, 选择通常的无限时域二次型性能指标是不收敛的. 因此, 一般可选取如下形式的二次型平均性能指标[5,6]:

$$J=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N}[x^{\mathrm T}(k)Qx(k)+u^{\mathrm T}(k)Ru(k)].\tag{5}$$

其中: $Q,Q_N\in R^{n\times n}$ 为半正定矩阵, $R\in R^{r\times r}$ 为正定矩阵. 系统的最优控制问题是寻找控制 $u^*(k)$, 使(4) 或(5) 取最小值.

3 有限时域最优控制

为了证明方便, 先引入一个引理. 考虑时变离散时滞系统

$$\begin{aligned}&z(k+1)=G(k)z(k)+G_1(k)z(k-h),\\&k=0,1\cdots,N;\\&z(k)=\xi(k),\ k=-h,-h+1,\cdots,0.\end{aligned}\tag{6}$$

其中: $z\in R^n$ 为状态, $G(k)$ 和 $G_1(k)$ 是适当维数的时变矩阵, $\xi(k)$ 为已知的初始状态.

引理 1[10,11] 定义函数向量序列 $\{z^{(j)}\}$ 为

$$\begin{aligned}&z^{(0)}(k)=\prod_{m=1}^{k}G(k-m)\xi(0),\\&\qquad k=1,2,\cdots,N;\\&z^{(j)}(k)=\\&\prod_{m=1}^{k}G(k-m)\xi(0)+\sum_{i=0}^{k-1}\Big\{\Big[\prod_{m=1}^{k-i-1}G(k-\\&m)\Big]G_1(i)z^{(j-1)}(i-h)\Big\},\ k=1,2,\cdots,N;\\&z^{(j)}(k)=\xi(k),\ k=-h,-h+1,\cdots,0;\\&j=1,2,\cdots.\end{aligned}\tag{7}$$

其中规定

$$\prod_{m=1}^{0}G(k-m)=I.$$

则序列 $\{z^{(j)}\}$ 一致收敛于系统(6) 的解.

系统(1) 关于二次型性能指标(4) 的最优控制问题的充要条件导致求解下列两点边值问题:

$$\begin{aligned}&x(k+1)=Ax(k)+A_1x(k-h)-\\&\qquad BR^{-1}B^{\mathrm T}\lambda(k+1)+Dv(k);\\&\lambda(k)=\\&\begin{cases}Qx(k)+A^{\mathrm T}\lambda(k+1)+A_1^{\mathrm T}\lambda(k+h+1),\\\quad k=0,1,\cdots,N-h-1;\\Qx(k)+A^{\mathrm T}\lambda(k+1),\ k=N-h,\cdots,N-1;\end{cases}\\&x(k)=\varphi(k),\ k=-h,-h+1,\cdots,0;\\&\lambda(N)=Q_Nx(N).\end{aligned}\tag{8}$$

最优控制律由下式确定

$$\begin{aligned}&u(k)=-R^{-1}B^{\mathrm T}\lambda(k+1),\\&\quad k=0,1,\cdots,N-1.\end{aligned}\tag{9}$$

令

$$\begin{aligned}\lambda(k)=&P_1(k)x(k)+P_2(k)v(k)+\\&P_3(k)v_\omega(k)+g(k),\end{aligned}\tag{10}$$

其中

$$\begin{aligned}v_\omega(k)=&\Big[v_1\Big(k-\frac{\pi}{2\omega_1}\Big),v_2\Big(k-\frac{\pi}{2\omega_2}\Big),\\&\cdots,v_m\Big(k-\frac{\pi}{2\omega_m}\Big)\Big]^{\mathrm T}.\end{aligned}\tag{11}$$

为简单起见, 先给出下面一组式子:

$$\begin{aligned}&\Psi_1=\mathrm{diag}\{\cos\omega_1,\cos\omega_2,\cdots,\cos\omega_m\},\\&\Psi_2=\mathrm{diag}\{\sin\omega_1,\sin\omega_2,\cdots,\sin\omega_m\},\\&S(k)=R+B^{\mathrm T}P_1(k)B,\\&L(k)=I-P_1(k)BS^{-1}(k)B^{\mathrm T},\end{aligned}$$

$$M_1(k)=P_1(k)D+P_2(k)\Psi_1+P_3(k)\Psi_2,$$
$$M_2(k)=P_3(k)\Psi_1-P_2(k)\Psi_2. \qquad (12)$$

易知, $v(k)$ 和 $v_\omega(k)$ 满足

$$v(k+1)=\Psi_1 v(k)-\Psi_2 v_\omega(k),$$
$$v_\omega(k+1)=\Psi_2 v(k)+\Psi_1 v_\omega(k). \qquad (13)$$

将式(8) 代入式(10), 通过比较 $x(k)$, $v(k)$ 和 $v_\omega(k)$ 的系数可得 $P_1(k)$, $P_2(k)$ 和 $P_3(k)$ 的矩阵差分方程以及关于伴随向量 $g(k)$ 的差分方程如下:

$$\begin{cases}P_1(k)=Q+A^{\mathrm T}L(k+1)P_1(k+1)A,\\ P_1(N)=Q_N,\ k=0,1,\cdots,N-1;\end{cases} \qquad (14)$$

$$\begin{cases}P_2(k)=A^{\mathrm T}L(k+1)[P_1(k+1)D+\\ \qquad P_2(k+1)\Psi_1+P_3(k+1)\Psi_2],\\ P_2(N)=0,k=0,1,\cdots,N-1;\end{cases} \qquad (15)$$

$$\begin{cases}P_3(k)=A^{\mathrm T}L(k+1)[P_3(k+1)\Psi_1-\\ \qquad P_2(k+1)\Psi_2],\\ P_3(N)=0,\ k=0,1,\cdots,N-1;\end{cases} \qquad (16)$$

$$\begin{cases}g(k)=\\ \begin{cases}A^{\mathrm T}L(k+1)[g(k+1)+\\ P_1(k+1)A_1x(k-h)]+\\ A_1^{\mathrm T}[P_1(k+h+1)x(k+h+1)+\\ P_2(k+h+1)v(k+h+1)+\\ P_3(k+h+1)v_\omega(k+h+1)+\\ g(k+h+1)],\ k=0,1,\cdots,N-h-1;\\ A^{\mathrm T}L(k+1)[g(k+1)+P_1(k+\\ 1)A_1x(k-h)],\ k=N-h,\cdots,N-1;\end{cases}\\ g(N)=0.\end{cases} \qquad (17)$$

当 $P_1(k)$, $P_2(k)$ 和 $P_3(k)$ 求得后, 进一步可得到系统的状态方程和最优控制律分别为

$$\begin{aligned}&x(k+1)=\\ &L^{\mathrm T}(k+1)[Ax(k)+A_1x(k-h)]-\\ &BS^{-1}(k+1)B^{\mathrm T}g(k+1)+[D-\\ &BS^{-1}(k+1)B^{\mathrm T}M_1(k+1)]v(k)-\\ &BS^{-1}(k+1)B^{\mathrm T}M_2(k+1)v_\omega(k),\\ &\qquad k=1,2,\cdots,N-1; \qquad (18)\\ &x(k)=\varphi(k),\ k=-h,-h+1,\cdots,0;\\ &u^*(k)=\\ &-S^{-1}(k+1)B^{\mathrm T}\{P_1(k+1)[Ax(k)+\\ &A_1x(k-h)]+g(k+1)+\\ &M_1(k+1)v(k)+M_2(k+1)v_\omega(k)\},\\ &\qquad k=0,1,\cdots,N-1. \qquad (19)\end{aligned}$$

显然, 为了得到 $u^*(k)$, 需要求解由式(17) 和式(18) 确定的既含有超前项又含有时滞项的两点边值问题. 该问题无论是求精确解还是求数值解都非常困难, 所以有必要研究该类问题的近似解. 为此, 构造关于 $g(k)$ 和 $x(k)$ 的两点边值问题族

$$\begin{cases}g^{(0)}(k)=0,k=0,1,\cdots,N;\\ g^{(j)}(k)=\\ \begin{cases}A^{\mathrm T}L(k+1)[g^{(j)}(k+1)+\\ P_1(k+1)A_1x^{(j-1)}(k-h)]+\\ A_1^{\mathrm T}[P_1(k+h+1)x^{(j-1)}(k+h+1)+\\ P_2(k+h+1)v(k+h+1)+\\ P_3(k+h+1)v_\omega(k+h+1)+\\ g^{(j-1)}(k+h+1)],\\ \quad k=0,1,\cdots,N-h-1;\\ A^{\mathrm T}L(k+1)[g^{(j)}(k+1)+\\ P_1(k+1)A_1x^{(j-1)}(k-h)],\\ \quad k=N-h,\cdots,N-1;\end{cases}\\ g^{(j)}(N)=0,\ j=1,2,\cdots;\end{cases} \qquad (20)$$

$$\begin{cases}x^{(j)}(k+1)=\\ L^{\mathrm T}(k+1)[Ax^{(j)}(k)+A_1x^{(j)}(k-h)]-\\ BS^{-1}(k+1)B^{\mathrm T}g^{(j)}(k+1)+[D-\\ BS^{-1}(k+1)B^{\mathrm T}M_1(k+1)]v(k)-\\ BS^{-1}(k+1)B^{\mathrm T}M_2(k+1)v_\omega(k),\\ \quad k=0,1,\cdots,N-1;\\ x^{(j)}(k)=\varphi(k),\\ k=-h,-h+1,\cdots,0;\ j=0,1,2,\cdots.\end{cases} \qquad (21)$$

对应的控制序列为

$$\begin{aligned}&u^{(j)}(k)=\\ &-S^{-1}(k+1)B^{\mathrm T}\{P_1(k+1)[Ax^{(j)}(k)+\\ &A_1x^{(j)}(k-h)]+g^{(j)}(k+1)+\\ &M_1(k+1)v(k)+M_2(k+1)v_\omega(k)\},\\ &k=0,1,\cdots,N-1;\ j=1,2,\cdots. \qquad (22)\end{aligned}$$

由于 $v(k)$ 和 $v_\omega(k)$ 有界, 根据引理 1, 序列 $\{g^{(j)}(k)\}$, $\{x^{(j)}(k)\}$ 的解序列分别一致收敛于式(17) 和式(18) 的解. 从而控制序列 $\{u^{(j)}(k)\}$ 的解也一致收敛于式(19) 的解.

综上所述, 有下述定理:

定理 1　系统(1) 满足性能指标(4) 的前馈-反馈最优控制律为

$$\begin{aligned}&u^*(k)=\\ &-S^{-1}(k+1)B^{\mathrm T}\{P_1(k+1)[Ax(k)+\\ &A_1x(k-h)]+g^{(\infty)}(k)+\\ &M_1(k+1)v(k)+M_2(k+1)v_\omega(k)\},\\ &\qquad k=0,1,\cdots,N-1. \qquad (23)\end{aligned}$$

其中: $P_1(k)$ 为 Riccati 差分方程(14) 的唯一半正定解, $g^{(\infty)}(k)\triangleq\lim\limits_{j\to\infty}g^{(j)}(k)$, v_ω 和 $M_1(k)$, $M_2(k)$ 分别由式(11) 和式(12) 确定.

4　无限时域最优控制

为证明最优控制的存在唯一性, 先引入如下引

理.

引理 2[12] 设$\bar{A}\in C^{m\times m}$, $\bar{B}\in C^{n\times n}$, $\Gamma\in C^{n\times m}$, 则 Stein 矩阵方程

$$\bar{B}X\bar{A}^{\mathrm{T}}-X=\Gamma \tag{24}$$

有唯一解, 当且仅当下式成立:

$$\lambda_i(\bar{A})\lambda_j(\bar{B})\neq 1,$$
$$i=1,2,\cdots,m;\ j=1,2,\cdots,n. \tag{25}$$

当二次型性能指标选择为式(5) 的形式时, 有下面结论:

定理 2 考虑由式(1) 和式(2) 定义的离散时滞系统关于二次型平均性能指标(5) 的最优控制问题. 假设(A,B) 可控, $(A,Q^{1/2})$ 可观测, 则前馈 - 反馈最优控制律唯一存在, 且可表示为

$$\begin{aligned}u^*(k)=&-S^{-1}B^{\mathrm{T}}\{P_1[Ax(k)+A_1x(k-h)]+\\&g^{(\infty)}(k)+M_1v(k)+M_2v_\omega(k)\}.\end{aligned} \tag{26}$$

其中

$$\begin{aligned}&M_1=P_1D+P_2\Psi_1+P_3\Psi_2,\\&M_2=P_3\Psi_1-P_2\Psi_2;\end{aligned} \tag{27}$$

P_1 为 Riccati 矩阵方程

$$A^{\mathrm{T}}LP_1A+Q-P_1=0 \tag{28}$$

的唯一正定解, 这里$L=I-P_1BS^{-1}B^{\mathrm{T}}$, $S=R+B^{\mathrm{T}}P_1B$; P_2, P_3 为联立矩阵方程组

$$A^{\mathrm{T}}LP_2\Psi_1-P_2=-A^{\mathrm{T}}L(P_1D+P_3\Psi_2), \tag{29}$$
$$A^{\mathrm{T}}LP_3\Psi_1-P_3=A^{\mathrm{T}}LP_2\Psi_2 \tag{30}$$

的唯一解; $g^{(j)}(k)$ 和 $x^{(j)}(k)$ 满足

$$\left\{\begin{aligned}&g^{(0)}(k)=0,\ k=0,1,\cdots,N;\\&g^{(j)}(k)=\\&A^{\mathrm{T}}L[g^{(j)}(k+1)+P_1A_1x^{(j-1)}(k-h)]+\\&A_1^{\mathrm{T}}[P_1x^{(j-1)}(k+h+1)]+\\&P_2v(k+h+1)+P_3v_\omega(k+h+1)+\\&g^{(j-1)}(k+h+1)],\\&\quad k=0,1,\cdots,N-h-1;\\&A^{\mathrm{T}}L[g^{(j)}(k+1)+P_1A_1x^{(j-1)}(k-h)],\\&\quad k=N-h,N-h+1,\cdots;\\&g^{(j)}(\infty)=0,j=1,2,\cdots;\end{aligned}\right. \tag{31}$$

$$\left\{\begin{aligned}&x^{(j)}(k+1)=\\&L^{\mathrm{T}}[Ax^{(j)}(k)+A_1x^{(j)}(k-h)]-\\&BS^{-1}B^{\mathrm{T}}g^{(j)}(k+1)+[D-\\&BS^{-1}B^{\mathrm{T}}M_1]v(k)-BS^{-1}B^{\mathrm{T}}M_2v_\omega(k),\\&\quad k=0,1,2,\cdots;\\&x^{(j)}(k)=\varphi(k),\ k=-h,-h+1,\cdots,0;\\&\quad j=0,1,2,\cdots.\end{aligned}\right. \tag{32}$$

证明 令

$$\lambda(k)=P_1x(k)+P_2v(k)+P_3v_\omega(k)+g(k), \tag{33}$$

类似于有限时域的推导过程, 容易得到式(28)～(32) 以及

$$\begin{aligned}&u^{(j)}(k)=\\&-S^{-1}B^{\mathrm{T}}\{P_1[Ax^{(j)}(k)+A_1x^{(j)}(k-h)]+\\&g^{(j)}(k+1)+M_1v(k)+M_2v_\omega(k)\},\\&\qquad k=0,1,\cdots;\ j=1,2,\cdots.\end{aligned} \tag{34}$$

由(A,B) 可控和$(A,Q^{1/2})$ 可观知, Riccati 矩阵方程(28) 有唯一正定解. 式(29) 和式(30) 又可化为

$$\begin{aligned}&A^{\mathrm{T}}L[P_2\quad P_3]H-[P_2\quad P_3]=\\&[-A^{\mathrm{T}}LP_1D\quad 0].\end{aligned} \tag{35}$$

其中

$$H=\begin{bmatrix}\Psi_1 & -\Psi_2\\ \Psi_2 & \Psi_1\end{bmatrix}.$$

显然H 为正交矩阵, 从而 $|\lambda(H)|=1$. 由离散最优调节器理论得 $|\lambda(A^{\mathrm{T}}L)|<1$. 据引理 2, 矩阵方程(35) 有唯一解$[P_2\quad P_3]$. 于是, 由引理 1 知定理 2 结论成立. □

5 次优控制律的实现算法

事实上, 无法求得最优控制律(23) 和(26) 中的$g^{(\infty)}(k)$, 实际应用中可取 $j=M$ (M 为某确定的自然数) 时的结果, 即将第M 次的结果近似为该问题的解, 从而得到有限时域和无限时域的M 阶前馈 - 反馈次优控制为

$$\begin{aligned}&u_M(k)=\\&-S^{-1}(k+1)B^{\mathrm{T}}\{P_1(k+1)[Ax(k)+\\&A_1x(k-h)]+g^{(M)}(k+1)+\\&M_1(k+1)v(k)+M_2(k+1)v_\omega(k)\},\\&\qquad k=0,1,\cdots,N-1;\end{aligned} \tag{36}$$

$$\begin{aligned}&u_M(k)=\\&-S^{-1}B^{\mathrm{T}}\{P_1[Ax(k)+A_1x(k-h)]+\\&g^{(M)}(k+1)+M_1v(k)+M_2v_\omega(k)\},\\&\qquad k=0,1,\cdots,N-1.\end{aligned} \tag{37}$$

注 1 最优控制律(36) 中的$\{-S^{-1}(k+1)B^{\mathrm{T}}[M_1(k+1)v(k)+M_2(k+1)v_\omega(k)]\}$ 及(37) 中的$\{-S^{-1}B^{\mathrm{T}}[M_1v(k)+M_2v_\omega(k)]\}$是前馈控制补偿项. 它的作用是补偿外界正弦扰动对系统性能的影响.

注 2 对于具体的系统,M 的选取可以根据一定的误差标准确定. 通常, 预先给定控制精度$\epsilon>0$, 并记第 k 次迭代对应的性能指标值为 J_k. 若相邻两次的性能指标值满足

$$\left|\frac{J_{M-1}-J_M}{J_M}\right|<\epsilon \tag{38}$$

时, 将第M 次的$g^{(M)}$ 代入式(36) 或(37) 即可得到系统的前馈 - 反馈次优控制律.

6　实例仿真

考虑由式(1) 和式(2) 描述的二阶离散时滞系统, 其中

$$A = \begin{bmatrix} 0.95 & -0.1 \\ 0.2 & 0.8 \end{bmatrix},\ A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -0.1 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.15 \end{bmatrix},\ D = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \\ 0.1 & -1 \end{bmatrix},$$

$$x(k) = [0 \quad 0]^{\mathrm{T}},\ k = -h, -h+1, \cdots, 0,$$

$$v(k) = \left[0.5\sin\left(\frac{\pi}{10}k + \pi\right) \quad \sin\left(\frac{\pi}{18}k\right)\right]^{\mathrm{T}}.$$

取有限时域二次型平均性能指标(4), 其中 $Q_N = Q = \mathrm{Diag}\{1, 3\}, R = 1$. 采用本文的方法得到的前馈 - 反馈次优控制在不同迭代次数下的性能指标值 J_M 见表 1. 图 1～ 图 3 分别给出了当时滞 $h = 3$ 时, 采用纯反馈次优控制律和前馈 - 反馈次优控制律(36) 的控制量 u 和对应的状态分量 x_1, x_2 的仿真结果. 其中, 实线表示 5 阶前馈 - 反馈次优控制的控制结果, 虚线表示 5 阶纯反馈次优控制的控制结果.

表 1　迭代次数不同时性能指标值 J_M 比较

M	1	2	3	4	5
J_M	4 919.2	1 406.1	1 386.1	1 354.4	1 348.5

在表 1 中, 令 $\epsilon = 0.01$, 由于 $\left|(J_5 - J_4)/J_5\right| < \epsilon$, 从而 $u_5(k)$ 可作为前馈 - 反馈最优控制律 $u^*(k)$. 从图 1～ 图 3 可以看到, 前馈 - 反馈次优控制对外界正弦扰动的鲁棒性明显优于反馈次优控制的情形.

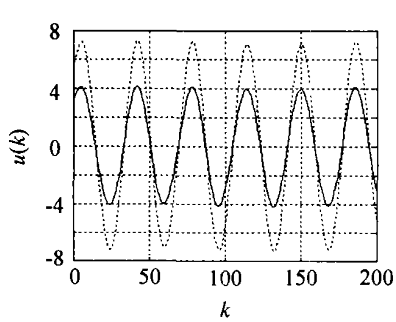

图 1　控制变量 u 的曲线

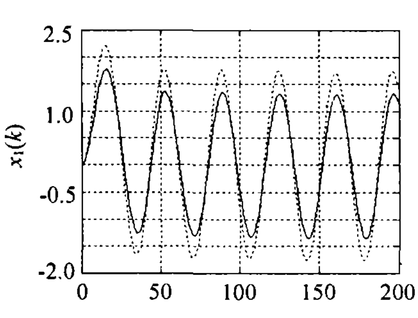

图 2　状态分量 x_1 的曲线

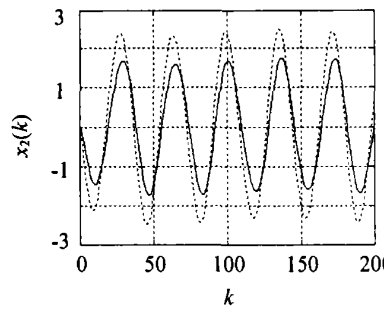

图 3　状态分量 x_2 的曲线

另外, 随着迭代次数的增多, 相应的次优控制对最优控制的逼近程度越高.

7　结　　语

本文利用逐次逼近方法研究了状态变量含有时滞的线性离散系统在外部正弦扰动下的最优减振控制问题. 提出了一种前馈-反馈近似最优减振控制器设计的算法. 仿真结果表明, 与反馈最优控制相比, 本文的结果对正弦扰动具有更好的鲁棒性.

参考文献(References)

[1] Lee T T, Shih C L. Discrete-time Optimal Control for Linear Time-delay Systems with Deterministic Disturbances[J]. *IEE Proceedings*, 1991, 138(6): 573-578.

[2] Zhao X H, Tang G Y. Suboptimal Control of Linear Discrete Large-scale Systems with State Time-delay [A]. *Proc of the 4th Int Conf on Control and Automation*[C]. Montreal Canada, 2003: 404-408.

[3] Wang W, Tang G Y. Feedback and Feedforward Optimal Control for Offshore Jacket Platforms [J]. *China Ocean Engineering*, 2004, 18(4): 515-526.

[4] Hmori H, Miyamoto H, Sano A. Sinusoidal Disturbance Rejection by Plug-in Adaptive Controller [A]. *Proc of the 14th World Congress of IFAC*[C]. Beijing, 1999, I: 289-294.

[5] Lindguist A, Yakubovich V A. Optimal Damping of Forced Oscillations in Discrete-time Systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42(6): 786-802.

[6] Tang G Y. Feedforward and Feedback Optimal Control for Linear Systems with Sinusoidal Disturbances[J]. *High Technology Letters*, 2001, 7(4): 16-19.

[7] Sakin A V, Petrsen IR. Robust Control with Rejection of Harmonic Disturbances [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1995, 40(11): 1968-1971.

[8] Blanchini F, Sznaier M. Persistent Disturbance Rejection via Static-state State Feedback [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1995, 40(6): 1127-1131.

(下转第 33 页)

径实现方案排序, 从而丰富和发展了不确定群决策理论. 值得一提的是: 文中基于美国著名学者 Yager 教授最新提出的C-OWA 集成算子, 给出了一种适合于集成区间互反判断信息的C-OWG 算子, 有关该算子的许多优良性质、及其在其他诸多领域中的应用还有待于研究.

参考文献(References)

[1] Saaty T L. *The Analytic Hierarchy Process*[M]. New York: McGraw-Hill, 1980.

[2] 王莲芬, 许树柏. *层次分析法引论*[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 1990.
(Wang L F, Xu S B. *The Introduction to Analytic Hierarchy Process* [M]. Beijing: China Renmin University Press, 1990.)

[3] Chiclana F, Herrera F, Herrera-Viedma E. Integrating Three Representation Models in Fuzzy Multipurpose Decision Making Based on Fuzzy Preference Relations [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1998, 97(1): 33-48.

[4] Fan Z P, Ma J, Zhang Q. An Approach to Multiple Attribute Decision Making Based on Fuzzy Preference Information on Alternatives [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2002, 131(1): 101-106.

[5] 徐泽水. *不确定多属性决策方法及应用*[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
(Xu Z S. *Uncertain Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.)

[6] 徐泽水. 残缺互补判断矩阵[J]. *系统工程理论与实践*, 2004, 24(6): 91-97.
(Xu Z S. Incomplete Complementary Judgment Matrix [J]. *Systems Engineering—Theory and Practice*, 2004, 24(6): 91-97.)

[7] Xu Z S. Goal Programming Models for Obtaining the Priority Vector of Incomplete Fuzzy Preference Relation [J]. *Int J of Approximate Reasoning*, 2004, 36(3): 261-270.

[8] 徐泽水. 基于残缺互补判断矩阵的交互式群决策方法[J]. *控制与决策*, 2005, 20(8): 913-916.
(Xu Z S. Interactive Approach Based on Incomplete Complementary Judgment Matrices to Group Decision Making[J]. *Control and Decision*, 2005, 20(8): 913-916.)

[9] Yager R R. OWA Aggregation Over a Continuous Interval Argument with Applications to Decision Making [J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics-Part B*, 2004, 34(5): 1952-1963.

[10] Liou T S, Wang M J. Ranking Fuzzy Numbers with Integral Value[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1992, 50: 247-255.

[11] 盛从锋, 徐伟宣, 许宝光. 中国省域投资环境竞争评价研究[J]. *中国管理科学*, 2003, 11(3): 76-81.
(Sheng C F, Xu W X, Xu B G. Study on the Evaluation of Competitiveness of Provincial Investment Environment in China [J]. *Chinese J of Management Science*, 2003, 11(3): 76-81.)

(上接第 23 页)

[9] 唐功友, 赵艳东, 陈显利. 带正弦干扰的线性时滞系统的次优控制[J]. *控制与决策*, 2004, 19(5): 529-533.
(Tang G Y, Zhao Y D, Chen X L. Suboptimal Control for Time-delay Linear Systems Under Sinusoidal Disturbances [J]. *Control and Decision*, 2004, 19(5): 529-533.)

[10] Tang G Y, Wang H H. Successive Approximation Approach of Optimal Control for Nonlinear Discrete-time Systems[J]. *Int J of Systems Science*, 2005, 36(3): 153-161.

[11] Tang G Y, Ma H, Zhang B L. Successive-approximation Approach of Optimal Control for Bilinear Discrete-time Systems [J]. *IEE Proc of Control Theory and Applications*, 2005, 152(6): 636-644.

[12] Klein A, Spreij P. On Stein's Equation, Vandermonde Matrices and Fisher's Information Matrix of Time Series Processes: Part I: The Autoregressive Moving Average Process [J]. *Linear Algebra and Its Applications*, 2001, 329(1-3): 9-47.