

一种非对称的证据冲突度量方法

王万清^a, 赵拥军^a, 黄洁^a, 孙亮^b

(解放军信息工程大学 a. 导航与空天目标工程学院, b. 信息系统工程学院, 郑州 450002)

摘要: D-S 证据理论是一种重要的决策级信息融合方法, 冲突度量是该理论的重要组成部分. 已有冲突计算方法不具备非对称性, 在度量基本概率赋值与其他证据间冲突时无法体现相互间差异. 鉴于此, 提出一种非对称证据冲突度量方法. 该方法以冲突度量的非对称关系为基础, 通过向 Jusselme 距离模型中引入包含关系矩阵和非包含度因子, 使得所提出方法能够表达证据间相互支持程度的差异. 实验结果验证了所提出方法的有效性.

关键词: 信息融合; D-S 理论; 证据冲突; 冲突度量; 非对称关系

中图分类号: TP911.72

文献标志码: A

An asymmetrical measure for evidence conflict

WANG Wan-qing^a, ZHAO Yong-jun^a, HUANG Jie^a, SUN Liang^b

(a. Institute of Navigation and Aerospace Objects Engineering, b. Institute of Information System Engineering, Information Engineering University of PLA, Zhengzhou 450002, China. Correspondent: WANG Wan-qing, E-mail: wwqing3232@163.com)

Abstract: D-S evidence theory is an important information fusion method in decision level, of which the conflict measure is important component. However, the existing conflict measures can not proclaim the mutual difference between evidences for lack of asymmetry. Accordingly, an asymmetrical method is proposed based on the inherent asymmetry of conflict measure. By importing inclusion metric and non-inclusive factor, the method can express the difference of mutual support degrees between evidence, and the experimental results show the effectiveness of the proposed method.

Key words: information fusion; D-S theory; evidence conflict; conflict measure; asymmetrical relationship

0 引言

证据理论由 Dempster 于 1967 年首次提出, 后经 Shafer 进一步发展完善, 所以又称为 D-S 理论, 是一种重要的决策级信息融合方法^[1]. 在实际应用中, 由于恶劣天气、人为干扰、时空失配等问题的存在, 多个传感器提供的证据之间可能存在冲突, 使用 Dempster 规则合成冲突证据会产生与直觉悖论的结果. 冲突证据处理一直是证据理论研究的热点之一^[2-5]. 随着证据理论在图像融合、目标识别、人工智能等领域的应用, 人们发现证据冲突度量不仅是冲突证据处理的前提, 而且可用于解决信源可靠性评估^[6]、数据异常分析^[7]等问题, 证据冲突度量方法也逐渐受到国内外学者的关注. 传统证据理论通过相乘累加两个相交为空集焦元的基本概率赋值(BPA)度量证据冲突(冲突系数 k), 但是对于两个相同的证据 k

却给出了非零的计算结果, 所以, k 并不能全面衡量证据间的冲突程度^[4]. 文献[6]认为证据距离可以反映证据间的不一致程度, 定义了 Jusselme 证据距离作为证据冲突度量, 该方法将证据相似性与证据冲突性视为相反的概念对待, 得出了其他证据与空 BPA (Vacuous BPA, $m(\Theta) = 1$) 存在冲突的结论. 事实上, 任何证据与空 BPA 均不存在冲突, 该问题可通过向 Jusselme 距离公式中引入包含度因子^[8]或辅助矩阵^[9]来解决. 另一类方法是将 k 和证据距离相结合作为冲突度量方法, 例如文献[10]使用 k 和博弈信度距离构成二元组, 文献[11]将文献[10]方法中的博弈信度距离替换为 Jusselme 距离构成二元组, 文献[12]和文献[13]则使用 k 与上述两种距离的函数定义冲突度量. 此类方法综合了两者的优点, 但是并未解决之前指出的问题. 从证据冲突在信源可信度估计中的

收稿日期: 2012-12-11; 修回日期: 2013-02-25.

基金项目: 国家 863 计划项目(2011AA7031015); 国防重点项目(AA11002003).

作者简介: 王万清(1983—), 男, 博士生, 从事多源信息融合与态势分析的研究; 赵拥军(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事雷达信号处理与信息处理等研究.

应用可以看出,证据支持度是证据间的相似性测度函数,它与证据冲突度是一对相反的概念^[14].任何证据与空 BPA 间均不存在冲突,空 BPA 不支持任何其他证据,所以证据冲突度量需具备非对称性.

现有的冲突度量方法一般基于冲突系数 k 和证据距离构建,而集合的交运算和距离度量都满足对称性关系,所以它们不能体现证据间相互冲突程度的差异.针对此问题,本文在分析证据冲突度量的非对称关系基础上,提出一种非对称的证据冲突度量方法.该方法以 Jousselme 距离模型为基础,引入了包含关系矩阵和非包含度因子,使得新方法具备了非对称性.实验结果验证了所提出方法的有效性.

1 典型冲突度量方法

证据理论的基本概念可参见相关文献,本节重点介绍典型冲突度量方法.

1.1 Dempster 冲突系数

经典证据理论使用冲突系数 k 描述证据间的冲突,当 $k \rightarrow 1$ 时表示证据间高度冲突,该方法目前仍广泛使用^[7,15].对于辨识框架 Θ 上两个完全相同的 BPA,它们之间相互支持, k 却给出非零的结果,这显然是不合理的,如下例所示.

例 1 三维辨识框架 $\Theta = \{A, B, C\}$ 上的两个 BPA m_1 和 m_2 分别为

$$m_1(A) = m_1(B) = m_1(C) = 1/3,$$

$$m_2(A) = m_2(B) = m_2(C) = 1/3.$$

计算得 $k = 2/3$, 所以它不能全面反映证据间的冲突程度.

1.2 基于证据距离的冲突度量

证据距离在一定程度上可以体现证据间差异,文献[6]使用 Jousselme 距离定义两个证据间的冲突为

$$\text{Conf}(m_1, m_2) = d(m_1, m_2). \quad (1)$$

实际上, Jousselme 距离函数可以表示两个证据之间焦元和信度分配的综合影响,但无法描述证据间的包含关系,使得式(1)在度量证据 m 与 $m_\Theta(\Theta) = 1$ 间冲突时存在 $\text{Conf}(m, m_\Theta) \neq 0$ 的情况,该结论不合理^[8]. Martin 引入包含度因子 δ_{inc} 将式(1)修正为

$$\text{Conf}'(m_1, m_2) = (1 - \delta_{\text{inc}}(m_1, m_2))d(m_1, m_2). \quad (2)$$

1.3 二维冲突度量

文献[10]引入博弈信度距离 difBetP 以弥补 k 的不足,定义了二元组冲突描述方法.对于辨识框架 Θ 上的两个 BPA m_1 和 m_2 ,它们之间的冲突二元组为

$$\text{cf}(m_1, m_2) = \langle k, \text{difBetP} \rangle. \quad (3)$$

文献[10]同时给出了二元组与阈值 ε 比较的 4 种情况,并讨论了 Dempster 规则的适用条件.文献

[12]指出了文献[10]方法的不足,并使用 Jousselme 距离 d 代替 difBetP 构造了另一种冲突二元组

$$\text{cf}'(m_1, m_2) = \langle k, d \rangle. \quad (4)$$

2 非对称冲突度量方法

2.1 冲突度量的非对称关系

目前冲突度量还没有明确的定义,文献[10]仅给出了冲突的定性描述.

定义 1 (证据冲突)^[10] 证据理论中,两个证据间的冲突可以定性地认为一个证据强烈地支持假设 A ,另一个证据强烈地支持假设 B ,且 $A \cap B = \emptyset$.

如果将定义 1 中描述的证据作为假设 A' ,则证据间的冲突可以理解为证据间的不支持程度.不同信源提供的证据信息量不同,对应的 BPA 体现的不确定程度也不同.不确定度小的 BPA 可以完全支持不确定度大的 BPA,反之则不一定成立,如下例所示.

例 2 二维辨识框架 $\Theta = \{A, B\}$ 上的两个证据 m_1 和 m_2 , m_1 为直言 BPA(Categorical BPA), m_2 为空 BPA(Vacuous BPA),满足

$$m_1(A) = 1, m_1(B) = m_1(A \cup B) = 0,$$

$$m_2(A) = m_2(B) = 0, m_2(A \cup B) = 1.$$

由于 m_1 是贝叶斯 BPA,其焦元全部为单点集合,将 m_1 从幂集空间投影到正交概率空间 $\Omega = \{A, B\}$,投影后的概率分布可以精确地表示为

$$p_1(A) = m^{\Theta \downarrow \Omega}(A) = 1, p_1(B) = p_1(\bar{A}) = 0. \quad (5)$$

因为元素 A 和 B 互不相容,所以有

$$p_1(A \cup B) = p_1(A) + p_1(B) = 1. \quad (6)$$

将式(7)结果拓展到幂集空间得

$$m'_1(A \cup B) = p_1^{\Omega \uparrow \Theta}(A \cup B) = 1. \quad (7)$$

可见,证据 m_1 经过两次转换后可得出证据 m_2 ,证据 m_1 是证据 m_2 的充分条件.但是,由证据 m_2 无法得到证据 m_1 , m_1 与 m_2 间的相互支持程度并不相同,两者间的相互冲突程度也不相同,所以证据冲突度量应该满足非对称性.

2.2 非对称冲突度量

Jousselme 证据距离满足距离的公理化定义,且具有与其他方法相比更优良的性质^[15].以 Jousselme 距离模型为基础,非对称关系证据冲突度量可以定义如下.

定义 2 假设 Θ 为辨识框架,两个证据提供的 BPA 分别为 m_1 和 m_2 ,它们之间的非对称冲突为

$$\text{NSConf}(m_1, m_2) =$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}(m_1 - m_2)^T \underline{\underline{D}}(\delta_{\text{inc}} \underline{\underline{\text{INC}}})(m_1 - m_2)}. \quad (8)$$

其中: $\underline{D}$ 为 Jaccard 距离矩阵, 其元素值为

$$D(A, B) = \begin{cases} 1, & A = B = \emptyset; \\ |A \cap B| / |A \cup B|, & \forall A, B \in 2^\Theta. \end{cases} \quad (9)$$

$\underline{INC}$ 为包含关系布尔矩阵, 表示两个 BPA 焦元间的单向包含关系, 假设 m_1, m_2 的核分别为 C_1, C_2 , 矩阵 $\underline{INC}$ 的元素值为

$$INC(i, j) = \begin{cases} 1, & f_j^2 \supseteq f_i^1; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (10)$$

$$f_i^1 \in C_1, f_j^2 \in C_2.$$

δ_{ninc} 为非包含度, 有

$$\delta_{\text{ninc}} = 1 - \frac{1}{|C_1||C_2|} \sum_{f_i^1 \in C_1} \sum_{f_j^2 \in C_2} INC(f_i^1, f_j^2). \quad (11)$$

如果 $f_i^1 \subseteq f_j^2$, 则 $INC(f_i^1, f_j^2) = 1$, 否则 $INC(f_i^1, f_j^2) = 0$.

例3 假设三维辨识框架 $\Theta = \{A, B, C\}$ 上的两个 BPA 分别为

$$\begin{aligned} m_1(\{A\}) &= 0.1, m_1(\{B\}) = 0.1, \\ m_1(\{A, C\}) &= 0.8; \\ m_2(\{A\}) &= 0.1, m_2(\{C\}) = 0.4, \\ m_2(\{B, C\}) &= 0.5. \end{aligned}$$

证据 m_1 的核为 $C_1 = \{\{A\}, \{B\}, \{A, C\}\}$, 证据 m_2 的核为 $C_2 = \{\{A\}, \{C\}, \{B, C\}\}$, 由于 $\{B\} \subseteq \{B, C\}$, 根据式 (10) 可得包含关系矩阵为

$$INC(m_1, m_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

计算得到证据 m_2 对于 m_1 的非包含度为

$$\delta_{\text{ninc}} = 1 - \frac{1 \times 2}{3 \times 3} = \frac{7}{9}.$$

3 实验分析

实验1 实验采用第1节的例1, 计算得

$$NSConf(m_1, m_2) = 0,$$

所以本文方法可以解决冲突系数 k 存在的问题.

实验2 实验采用第2节的例2, 计算得

$$NSConf(m_1, m_2) = 0.0000,$$

$$NSConf(m_2, m_1) = 0.7071.$$

$NSConf(m_1, m_2) = 0$, 表明证据 m_1 与空 BPA m_2 间不存在冲突, 这是因为 $\{A\} \subseteq \{A, B\}$ 使得 $\delta_{\text{ninc}} = 0$, 此时 $\underline{INC}$ 为全零矩阵. $NSConf(m_2, m_1) = 0.7071$, 表明证据 m_2 不能完全支持 m_1 . 证据 m_1 与 m_2 间的冲突存在非对称性, 与例2的分析结果一致.

实验3 实验采用文献 [10] 的例6, 辨识框架为

$\Theta = \{1, 2, \dots, 20\}$, 两个 BPA 为

$$\begin{aligned} m_1(\{2\ 3\ 4\}) &= 0.05, m_1(\{7\}) = 0.05, \\ m_1(\Theta) &= 0.1, m_1(A) = 0.8; \\ m_2(\{1\ 2\ 3\ 4\ 5\}) &= 1. \end{aligned}$$

BPA m_1 中的 A 表示辨识框架 Θ 的子集, 集合 A 从 $\{1\}$ 开始, 依次增加一个元素直到全集 Θ . 本文方法与已有方法的计算结果如表1所示, 冲突的变化曲线如图1所示.

表1 实验3结果

A	k	difBetP	Conf	Conf'	NSConf(·)	
					m_1, m_2	m_2, m_1
1	0.05	0.605	0.7858	0.3929	0.5397	0.6707
1,2	0.05	0.426	0.6867	0.3433	0.4625	0.5866
1,2,3	0.05	0.248	0.5705	0.2853	0.3695	0.4876
1,...,4	0.05	0.125	0.4237	0.2118	0.2432	0.3612
1,...,5	0.05	0.125	0.1323	0.0661	0.1072	0.0716
1,...,6	0.05	0.258	0.3884	0.1942	0.4047	0.2337
1,...,7	0.05	0.355	0.5359	0.2680	0.5362	0.3135
1,...,8	0.05	0.425	0.5705	0.2853	0.5764	0.3611
1,...,9	0.05	0.480	0.6187	0.3094	0.6227	0.3951
1,...,10	0.05	0.525	0.6554	0.3277	0.6578	0.4208
1,...,11	0.05	0.560	0.6844	0.3422	0.6856	0.4410
1,...,12	0.05	0.591	0.7082	0.3541	0.7083	0.4576
1,...,13	0.05	0.617	0.7281	0.3640	0.7273	0.4715
1,...,14	0.05	0.639	0.7451	0.3726	0.7435	0.4833
1,...,15	0.05	0.658	0.7599	0.3800	0.7575	0.4937
1,...,16	0.05	0.675	0.7730	0.3865	0.7697	0.5028
1,...,17	0.05	0.689	0.7846	0.3923	0.7806	0.5109
1,...,18	0.05	0.702	0.7951	0.3975	0.7904	0.5182
1,...,19	0.05	0.714	0.8046	0.4023	0.7993	0.5249
1,...,20	0.05	0.725	0.8133	0.4067	0.8073	0.5311

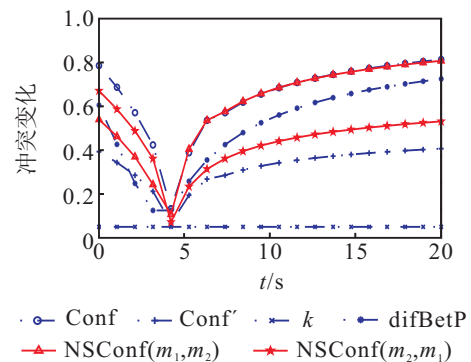


图1 冲突变化曲线

由图1可见, 随着集合 A 的变化, 冲突系数 k 始终为 0.05, Conf 方法、Conf' 方法、difBetP 方法和本文方法的冲突变化趋势一致. 曲线 $NSConf(m_1, m_2)$ 与曲线 $NSConf(m_2, m_1)$ 不同, 表明本文方法满足非对称关系. 当集合 A 中元素个数小于 5 时, $NSConf(m_1, m_2) < NSConf(m_2, m_1)$, 这是因为此时 BPA m_1 比 m_2 提供的信息量大, m_1 对 m_2 的支持程度比 m_2 支持 m_1 的程度大. 当集合 A 中元素个数大于 4 时, 情况相反.

4 结 论

证据冲突度量是 D-S 证据理论的重要组成部分, 本文在分析证据冲突度量方法的非对称性关系的基础上, 通过在 Jousselme 距离中引入包含关系矩阵和非包含度因子, 提出了一种能够体现证据间相互支持程度差异的非对称证据冲突度量方法, 并通过实验对比验证了所提出方法的有效性. 本文只通过实验表明了所提出方法的有效性, 下一步要深化其在冲突证据合成等问题中的应用, 该方法的性质也需在工程应用中得到检验.

参考文献(References)

- [1] Shafer G. A Mathematical theory of evidence[M]. Princeton: Princeton University Press, 1976.
- [2] 杨风暴, 王肖霞. D-S 证据理论的冲突证据合成方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2010: 65-72.
(Yang F B, Wang X X. Combination method of conflictive evidences in D-S evidence theory[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2010: 65-72.)
- [3] Denoeux T. The cautious rule of combination for belief functions and some extensions[C]. Int Conf on Information Fusion. Florence: IEEE, 2006: 1-8.
- [4] Osswald C, Martin A. Understanding the large family of Dempster-Shafer theory's fusion operators-a decision-based measure[C]. Int Conf on Information Fusion. Florence: IEEE, 2006: 1-7.
- [5] Martin A, Osswald C. Toward a combination rule to deal with partial conflict and specificity in belief functions theory[C]. Int Conf on Information Fusion. Quebec: IEEE, 2007: 1-8.
- [6] Martin A, Jousselme A L, Osswald C. Conflict measure for the discounting operation on belief functions[C]. Int Conf on Information Fusion. Cologne: IEEE, 2008: 1-8.
- [7] Klein J, Colot O. Singular sources mining using evidential conflict[J]. Int J of Approximate Reasoning, 2011, 52(9): 1433-1451.
- [8] Martin A. About conflict in the theory of belief functions[C]. The 2nd Int Conf on Belief Functions. Compiègne: Springer, 2012: 161-168.
- [9] Zhang X G, Li Y, Zhang Y J, et al. A new method to measure conflict in evidence theory[J]. J of Computational Information Systems, 2012, 8(12): 4865-4872.
- [10] Liu W R. Analyzing the degree of conflict among belief functions[J]. Artificial Intelligence, 2006, 170: 909-924.
- [11] 蒋雯, 张安, 邓勇. 改进的二元组冲突表示方法[J]. 红外与激光工程, 2009, 38(5): 936-940.
(Jiang W, Zhang A, Deng Y. Improved two-dimensional measure for evidence conflict[J]. Infrared and Laser Engineering, 2009, 38(5): 936-940.)
- [12] 蒋雯, 彭进业, 邓勇. 一种新的证据冲突表示方法[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(3): 562-563.
(Jiang W, Peng J Y, Deng Y. New representation method of evidential conflict[J]. Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(3): 562-563.)
- [13] Peng Y, Shen H R. Combination rule for belief functions based on improved measure of conflict[C]. IEEE Int Conf on Information Theory and Information Security. Beijing: IEEE, 2010: 1134-1138.
- [14] 蒋黎明, 何加浪, 张宏. D-S 证据理论中一种新的冲突证据融合方法[J]. 计算机科学, 2011, 38(4): 236-238.
(Jiang L M, He J L, Zhang H. New fusion approach for conflicting evidence in D-S theory of evidence[J]. Computer Science, 2011, 38(4): 236-238.)
- [15] Jousselme A L, Maupin P. Distances in evidence theory: Comprehensive survey and generalizations[J]. Int J of Approximate Reasoning, 2012, 53: 118-145.
- [16] Smarandache F, Martin A, Osswald C. Contradiction measures and specificity degrees of basic belief assignments[C]. Int Conf on Information Fusion. Chicago: IEEE, 2011: 1-8.

(责任编辑: 郑晓蕾)