

不确定非线性多智能体系统的分布式模糊自适应镇定控制

王巍^{1,2}, 王丹¹, 彭周华¹

(1. 大连海事大学 轮机工程学院, 辽宁 大连 116026; 2. 辽宁工业大学 电气工程学院, 辽宁 锦州 121001)

摘要: 针对一类具有未知非线性和未知参数摄动的非线性多智能体系统, 提出一种分布式模糊自适应镇定控制方法. 基于邻接智能体信息和部分智能体的自身信息, 分别设计静态耦合和动态耦合的分布式模糊自适应控制律. 基于 Lyapunov 稳定性理论, 证明了所提出的控制器能使得系统状态最终稳定于原点的邻域内. 仿真实例验证了所提出方法的有效性.

关键词: 非线性多智能体系统; 镇定控制; 模糊自适应控制; 分布式控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Distributed fuzzy adaptive stabilization control for uncertain nonlinear multi-agent systems

WANG Wei^{1,2}, WANG Dan¹, PENG Zhou-hua¹

(1. School of Marine Engineering, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China; 2. School of Electrical Engineering, Liaoning University of Technology, Jinzhou 121001, China. Correspondent: WANG Dan, E-mail: dwangdl@gmail.com)

Abstract: A distributed fuzzy adaptive control approach is proposed for uncertain nonlinear multi-agent systems with unknown nonlinearities and unknown parametric perturbation. Distributed fuzzy adaptive controllers with static coupling gain and adaptive coupling gain are designed based on the relative states of neighboring agents and a subset of absolute states of the agents. Based on Lyapunov stability theory, the proposed fuzzy adaptive controllers guarantee the states of all agents converge to a small neighborhood of the origin. A simulation example is provided to show the effectiveness of the proposed method.

Key words: nonlinear multi-agent systems; stabilization control; fuzzy adaptive control; distributed control

0 引言

多智能体系统是由一群具备一定感知、通信、计算和执行能力的智能体通过通信等方式关联成的一个网络系统. 对于此类大规模网络系统, 采用分布式控制方法比传统的集中式控制方法更为灵活, 操作更为方便. 目前, 对智能体系统分布式控制的研究已经取得较多成果: 文献[1]将图论和 Nyquist 稳定性判据用于分布式协调控制; 文献[2]提出采用分解的方法解决线性耦合多智能体系统 H_∞ 控制问题; 文献[3-6]分别研究了一阶、二阶、高阶和线性多智能体系统的分布式协同控制问题; 文献[7-8]研究了存在外界干扰和不确定性的多智能体系统的分布式 H_∞ 系统控制问题. 但是, 文献[1-8]均假设智能体的动态模型

已知并且是完全一致的, 这样的假设较为严格, 在实际中也难以满足.

在实际控制系统中, 由于测量的准确度、传感器的精度和环境变化等因素, 系统存在各种不确定性. 文献[9]研究了参数不确定的线性多智能体系统的分布式鲁棒控制, 每个智能体的系统矩阵一致但存在范数有界的参数不确定性. 因为模糊逻辑系统和神经网络可以以任意精度逼近致密集上任意光滑函数, 所以模糊逻辑系统和神经网络技术常用于处理存在未知非线性的控制系统. 文献[10]对存在未知非线性的一阶多智能体系统, 提出了基于神经网络的自适应协同控制律. 在此基础上, 文献[11-12]基于神经网络研究了存在未知非线性的二阶和高阶多智能体系统的协

收稿日期: 2012-12-10; 修回日期: 2013-04-27.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61074017, 61273137, 51209026); 中央高校基本科研业务费专项基金项目; 辽宁省教育厅科学研究一般项目(L2013244, L2013202); 辽宁工业大学教师科研启动基金项目(X201313).

作者简介: 王巍(1980—), 女, 讲师, 博士生, 从事多智能体系统、智能控制的研究; 王丹(1960—), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性系统的自适应控制、多船舶运动控制理论、电力电子技术应用等研究.

同控制问题.

本文在此基础上, 进一步研究了一类不确定非线性多智能体系统的分布式镇定控制问题. 每个智能体系统具有相同的系统矩阵, 但是系统矩阵存在范数有界的不确定性, 同时系统存在未知非线性. 本文选用模糊逻辑系统逼近多智能体系统存在的未知非线性, 基于模糊逻辑系统设计静态耦合模糊自适应控制器和动态耦合模糊自适应控制器. 最后通过实例验证了所提出方法的有效性.

本文主要贡献如下: 1) 文献[9]仅考虑了系统参数存在摄动, 本文除考虑到系统参数摄动外, 还考虑了系统本身存在的未知非线性, 基于模糊逻辑系统研究存在未知非线性的多智能体系统的分布式镇定控制问题; 2) 文献[10-12]研究的仅是系统模型是 Brunovsky 形式的多智能体系统, 本文将线性系统的控制方法与模糊自适应控制方法相结合, 研究了一类更广泛的非线性多智能体系统的分布式控制问题, 文献[10-12]只是本文研究的多智能体系统的特例; 3) 文献[9-12]提出的控制算法均要求每个智能体知道整个通信网络的拓扑结构, 本文设计的动态耦合模糊自适应控制器只依赖于每个智能体的局部信息, 不需要知道通信网络的拓扑结构.

1 预备知识

文中所涉及到的数学符号如下: I_N 为 N 维单位阵, $\|\cdot\|$ 为向量的 2-范数, $\|\cdot\|_F$ 为矩阵的 F 范数, $\|\cdot\|_\infty$ 为矩阵的 ∞ 范数, $\bar{\sigma}(\cdot)$ 和 $\underline{\sigma}(\cdot)$ 分别为矩阵的最大、最小奇异值, $\text{tr}(\cdot)$ 为矩阵的迹, $\text{diag}(\lambda_i)$ 为第 i 个元素是 λ_i 的对角阵, $\otimes$ 为 Kronecker 积, $\min(a, b) = (a, a \leq b; b, a > b)$, $\max(a, b) = (b, a \leq b; a, a > b)$.

考虑由 N 个智能体组成的网络系统, 利用有向图描述智能体之间通信的拓扑关系. 下面对文中所涉及及图论的相关知识进行简单的介绍.

有向图是由若干给定的顶点和连接两顶点的边所构成的图形, 记为 $G = \{\nu, \varepsilon, A\}$. 其中: $\nu = \{n_1, n_2, \dots, n_N\}$ 为所有顶点组成的集合, $\varepsilon = \{(n_i, n_j) \in \nu \times \nu\}$ 为边组成的集合, A 为邻接矩阵, 顶点 n_i 为智能体 i ; 边 $(n_i, n_j) \in \varepsilon$ 为智能体 j 能够获取智能体 i 的信息. 定义智能体 i 的邻接集合 $N_i = \{j | (n_i, n_j) \in \varepsilon\}$, 邻接矩阵 $A = [a_{ij}] \in R^{N \times N}$ 定义如下:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & (n_i, n_j) \in \varepsilon; \\ 0, & (n_i, n_j) \notin \varepsilon. \end{cases}$$

假设顶点与自身没有连通性, 即 $a_{ii} = 0$. 如果 $a_{ij} = a_{ji}$, 则有向图 G 是双向图, 此种情况下, 如果任意两个顶点都存在一条路径, 则称 G 是连通图. 有向图 G 的拉普拉斯矩阵 $L = [L_{ij}] \in R^{N \times N}$ 定义为

$$L_{ij} = \begin{cases} -a_{ij}, & i \neq j; \\ \sum_{j \in N_i} a_{ij}, & i = j. \end{cases}$$

2 系统描述

考虑由 N 个智能体组成的不确定非线性多智能体系统, 智能体 i 的动态模型如下:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= (A + \Delta A_i)x_i + B(u_i + f_i(x_i)), \\ i &= 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $x_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}]^T \in R^n$ 为状态向量; $u_i = [u_{i1}, u_{i1}, \dots, u_{im}]^T \in R^m$ 为控制输入; $f_i(x_i) = [f_{i1}(x_i), f_{i2}(x_i), \dots, f_{im}(x_i)]^T \in R^m$ 为未知非线性; A 和 B 为适当维数的系统矩阵和输入矩阵; ΔA_i 为适当维数的时变矩阵, 表示系统模型中结构的不确定性.

假设 1 有向图 G 是双向连通图, 且至少有一个智能体能够获得自身的状态信息.

假设 2 参数不确定矩阵 ΔA_i 是范数有界的, 其形式为

$$\Delta A_i = D F_i(t) E.$$

其中: D, E 为已知适当维数的常数矩阵; $F_i(t)$ 为未知函数矩阵, 其每个元素是 Lebesgue 可测的函数, 并满足 $F_i^T(t) F_i(t) < \rho^2 I$, ρ 为给定正常数.

引理 1^[13] 自治系统 $\dot{x} = (A_0 + D F_i(t) E)x$. 其中: $x \in R^n$ 为状态向量, A_0 为适当维数的系统矩阵, $D, E, F_i(t)$ 的定义同假设 2. 该系统二次型稳定的充分必要条件为:

- 1) A_0 是 Hurwitz;
- 2) $\|E(sI - A_0)^{-1}D\|_\infty < 1/\rho$.

引理 2^[13] 对于引理 1 中的系统, 1) 和 2) 成立的等价条件为

$$P(A_0 + D F_i(t) E) + (A_0 + D F_i(t) E)^T P + Q < 0,$$

其中 P 和 Q 为正定对称矩阵.

控制目标如下: 基于模糊逻辑系统, 设计分布式模糊自适应控制器 u_i , 使闭环系统所有信号一致最终有界, 系统状态稳定于原点的邻域内, 且状态的稳态误差尽可能小.

3 分布式模糊自适应控制器的设计

本节设计静态耦合模糊自适应控制器和动态耦合模糊自适应控制器, 基于 Lyapunov 稳定性理论, 对系统进行稳定性分析, 推导出系统稳定的充分条件.

3.1 静态耦合模糊自适应控制器的设计

定义 1 智能体 i 的局部误差为

$$e_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij}(x_i - x_j) + d_i x_i,$$

其中 a_{ij} 为邻接矩阵 A 的第 i 行第 j 列的元素. 若智能

体 i 能获得自身的状态信息, 则 $d_i = 1$, 否则 $d_i = 0$.

智能体 i 的控制器设计成如下形式:

$$u_i = u_{in} - u_{iad}, \quad (2)$$

其中 u_{in} 为线性控制律, 且

$$u_{in} = cKe_i, \quad (3)$$

c 为待确定的常数, $K \in R^{m \times n}$ 为反馈控制增益, 取 $K = -B^T P$, P 为正定对称矩阵, 可由如下线性矩阵不等式 (LMI) 求出:

$$\begin{bmatrix} AX + XA^T - BB^T & \rho D & XE^T & X \\ \rho D^T & -I & 0 & 0 \\ EX & 0 & -I & 0 \\ X & 0 & 0 & -Q^{-1} \end{bmatrix} < 0. \quad (4)$$

$X = P^{-1}$, Q 为正定对称矩阵.

由于系统中存在未知非线性 $f_i(x_i)$, 设计多输入多输出模糊逻辑系统^[14]. 模糊规则 R^l : 如果 x_{i1} 是 F_{i1}^l , 且 $\dots$, 且 x_{in} 是 F_{in}^l , 则 y_{i1} 是 G_{i1}^l , 且 $\dots$, 且 y_{im} 是 G_{im}^l , $l = 1, 2, \dots, r$. 其中: $x_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}]^T$ 和 $y_i = [y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{im}]^T$ 分别为模糊逻辑系统的输入和输出; F_{ip}^l 和 G_{iq}^l 为模糊集合, $p = 1, 2, \dots, n$, $q = 1, 2, \dots, m$; r 为模糊规则数. 采用单点模糊化、乘积推理、加权平均反模糊化可得到模糊逻辑系统的第 j 个输出为

$$y_{ij} = \theta_{ij}^T \xi_i(x_i).$$

其中: $\theta_{ij}^T = [\theta_{ij}^1, \theta_{ij}^2, \dots, \theta_{ij}^r]$, θ_{ij}^l 为 G_{ij}^l 的隶属函数取得最大值的点; $\xi_i(x_i) = [\xi_{i1}, \xi_{i2}, \dots, \xi_{ir}]^T$, ξ_{il} 定义为

$$\xi_{il}(x_i) = \frac{\prod_{p=1}^n \mu_{F_{ip}^l}(x_{ip})}{\sum_{l=1}^r \prod_{p=1}^n \mu_{F_{ip}^l}(x_{ip})}.$$

定义 $\Phi_i(x_i) = [\xi_i^T(x_i), \xi_i^T(x_i), \dots, \xi_i^T(x_i)]_{mr \times 1}^T$, $\theta_i^T = \text{diag}[\theta_{i1}^T, \theta_{i2}^T, \dots, \theta_{im}^T]$, 则模糊逻辑系统的输出为

$$y_i = \theta_i^T \Phi_i(x_i). \quad (5)$$

根据万能逼近定理, 模糊逻辑系统 (5) 可以以任意精度逼近未知函数 $f_i(x_i)$. 定义最优参数

$$\theta_i^* = \arg \min_{\theta_i \in U_{\theta_i}} [\sup |f_i(x_i) - \theta_i^T \Phi_i(x_i)|],$$

其中 U_{θ_i} 为 θ_i 的约束集, 则模糊最小逼近误差 $\epsilon_i = f_i(x_i) - \theta_i^{*T} \Phi_i(x_i)$.

为了补偿系统的未知非线性, 将 u_{iad} 设计为如下形式:

$$u_{iad} = \theta_i^T \Phi_i(x_i). \quad (6)$$

由式 (1) 和 (2) 得到智能体 i 的闭环方程

$$\dot{x}_i = (A + \Delta A_i)x_i + B[cKe_i - \tilde{\theta}_i^T \Phi_i(x_i) + \epsilon_i], \quad (7)$$

其中 $\tilde{\theta}_i = \theta_i - \theta_i^*$ 为参数估计误差. 定义

$$x = [x_1^T, x_2^T, \dots, x_N^T]^T,$$

$$f(x) = [f_1^T(x_1), f_2^T(x_2), \dots, f_N^T(x_N)]^T,$$

$$\tilde{\theta} = \text{diag}(\tilde{\theta}_i),$$

$$\Phi(x) = [\Phi_1^T(x_1), \Phi_2^T(x_2), \dots, \Phi_N^T(x_N)]^T,$$

$$\epsilon = [\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_N]^T, \Delta = \text{diag}(F_i(t)),$$

则多智能体系统的闭环方程为

$$\dot{x} = [I_N \otimes A + cH \otimes BK + (I_N \otimes D)\Delta(I_N \otimes E)]x + (I_N \otimes B)[- \tilde{\theta}^T \Phi(x) + \epsilon], \quad (8)$$

其中 $H = L + \text{diag}(d_i)$.

引理 3^[9] 若有向图 G 双向连通且至少有一个智能体能获得自己的信息, 则 H 是正定对称矩阵.

定理 1 给出了系统 (8) 稳定的充分条件.

定理 1 对于多智能体系统 (1), 选取控制律 (2), 控制律的耦合增益 c 满足

$$c > \frac{1}{2 \min_{i=1,2,\dots,N} (\lambda_i)}, \quad (9)$$

其中 λ_i 为 H 的第 i 个特征值. θ_i 的自适应率选取如下:

$$\dot{\theta}_i = T_{\theta_i}[\Phi_i(x_i)e_i^T PB - k_{\theta}\theta_i], \quad (10)$$

其中 T_{θ_i} 、 k_{θ} 为可调正实数, 则闭环系统的所有信号一致最终有界, 状态向量 x 稳定于原点的邻域内, 且满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x\| \leq \gamma_1, \quad (11)$$

其中 γ_1 为正实数.

证明 多智能体系统的闭环方程可以表示为

$$\dot{x} = \bar{A}_1 x + (I_N \otimes B)[- \tilde{\theta}^T \Phi(x) + \epsilon], \quad (12)$$

其中 $\bar{A}_1 = I_N \otimes A + cH \otimes BK + (I_N \otimes D)\Delta(I_N \otimes E)$. 定义

$$T_i(s) = E(sI_n - A - c\lambda_i BK)^{-1}D,$$

$$T(s) = \bar{E}(sI_{nN} - I_N \otimes A - cH \otimes BK)^{-1}\bar{D}.$$

其中: $\bar{E} = (I_N \otimes E)$, $\bar{D} = (I_N \otimes D)$. 由引理 3 可知, H 是正定对称矩阵, 则一定存在单位正交变换 $U^T H U = \text{diag}(\lambda_i)$, 有

$$(U^T \otimes I_N)T(s)(U \otimes I_N) =$$

$$\bar{E}(sI_{nN} - I_N \otimes A - c \text{diag}(\lambda_i) \otimes BK)^{-1}\bar{D} =$$

$$\text{diag}(T_i(s)).$$

由 $\|T(s)\|_{\infty} = \max_{i=1,2,\dots,N} \|T_i(s)\|_{\infty}$ 和引理 1 可知

$$\dot{x} = \bar{A}_1 x. \quad (13)$$

二次型稳定的充分必要条件为:

1) $A + c\lambda_i BK$ 是 Hurwitz;

2) $\|T_i(s)\|_{\infty} < 1/\rho$.

根据引理 2, 上述条件等价于

$$PA + A^T P - 2c\lambda_i P B B^T P + PDF_i(t)E + E^T F_i^T(t)D^T P + Q < 0. \quad (14)$$

由式 (9) 和 Schur 补定理可知, 式 (14) 成立的充分条件为式 (4). 取 Lyapunov 函数

$$V_1 = \frac{1}{2}x^T(I_N \otimes P)x + \frac{1}{2}\text{tr}(\tilde{\theta}^T T_{\theta}^{-1} \tilde{\theta}),$$

其中 $T_{\theta} = \text{diag}(T_{\theta i})$. 将 $K = -B^T P$ 和式 (12) 代入 V_1 的导数, 有

$$\dot{V}_1 = \frac{1}{2}x^T[(I_N \otimes P)\bar{A}_1 + \bar{A}_1^T(I_N \otimes P)]x + x^T(I_N \otimes PB)(-\tilde{\theta}^T \Phi(x) + \epsilon) + \text{tr}(\tilde{\theta}^T T_{\theta} \dot{\tilde{\theta}}). \quad (15)$$

将式 (10) 代入 (15) 可得

$$\dot{V}_1 = \frac{1}{2}x^T[(I_N \otimes P)\bar{A}_1 + \bar{A}_1^T(I_N \otimes P)]x + x^T(I_N \otimes PB)\epsilon - k_{\theta}\text{tr}(\tilde{\theta}^T \theta).$$

而系统 (13) 是二次型稳定的, 则一定存在正定对称矩阵 $\bar{Q}_1$ 使得

$$\dot{V}_1 \leq -\frac{1}{2}x^T(\bar{Q}_1)x + x^T(I_N \otimes PB)\epsilon - k_{\theta}\text{tr}(\tilde{\theta}^T \theta).$$

由 θ_i^* , ϵ_i 的范数均有界, 有 $\|\theta^*\|_F \leq \theta_M$, $\|\epsilon\| \leq \epsilon_M$, 其中 θ_M, ϵ_M 为正实数, 进而有

$$\dot{V}_1 \leq -\frac{1}{2}\underline{\sigma}(\bar{Q}_1)\|x\|^2 - k_{\theta}\|\tilde{\theta}\|_F^2 + \bar{\sigma}(PB)\epsilon_M\|x\| + k_{\theta}\theta_M\|\tilde{\theta}\|_F. \quad (16)$$

将式 (16) 改写成矩阵形式

$$\dot{V}_1 \leq -z_1^T S_1 z_1 + h_1 z_1. \quad (17)$$

其中

$$z_1 = \begin{bmatrix} \|x\| \\ \|\tilde{\theta}\|_F \end{bmatrix}, S_1 = \begin{bmatrix} \underline{\sigma}(\bar{Q}_1)/2 & 0 \\ 0 & k_{\theta} \end{bmatrix}, h_1 = [\bar{\sigma}(PB)\epsilon_M \quad k_{\theta}\theta_M].$$

则有

$$\dot{V}_1 \leq -\underline{\sigma}(S_1)\|z\|^2 + \|h_1\|\|z_1\|. \quad (18)$$

定义 $\underline{R}_1 = \min[\underline{\sigma}(P), T_{\theta i}^{-1}]$, $\bar{R}_1 = \max[\bar{\sigma}(P), T_{\theta i}^{-1}]$, 有

$$\frac{1}{2}\underline{R}_1\|z_1\|^2 \leq V_1 \leq \frac{1}{2}\bar{R}_1\|z_1\|^2. \quad (19)$$

由式 (18) 和 (19) 可以得到如下不等式:

$$\dot{V}_1 \leq \alpha_1 V_1 + \beta_1 \sqrt{V_1}. \quad (20)$$

其中: $\alpha_1 = 2\underline{\sigma}(S_1)/\bar{R}_1$, $\beta_1 = \sqrt{2}\|h_1\|/\sqrt{\underline{R}_1}$. 求解不等式 (20) 得到

$$\sqrt{V_1(t)} \leq \sqrt{V_1(0)}e^{-\frac{\alpha_1}{2}t} + \frac{\beta_1}{\alpha_1}(1 - e^{-\frac{\alpha_1}{2}t}). \quad (21)$$

因为 $\lim_{t \rightarrow \infty} \sqrt{V_1(t)} = \beta_1/\alpha_1$, 所以闭环系统的所有信号一致最终有界^[15], 状态向量的上界为

$$\gamma_1 = \frac{\|h_1\|\bar{R}_1}{\underline{\sigma}(S_1)\sqrt{\underline{R}_1\underline{\sigma}(P)}}. \quad \square$$

注 1 由式 (9) 可以看出, 线性控制器 u_{in} 中耦合增益 c 的取值与网络通信的拓扑结构有关. 控制器增

益 K 的取值通过求解 LMI(4) 确定, 故耦合增益 c 不可以归于控制器增益 K .

注 2 线性控制器 u_{in} 保证系统的线性部分在存在参数摄动的情况下仍然稳定, 系统允许的参数摄动上界 $\rho_{\max}$ 可以通过求解如下具有线性矩阵不等式约束的最优化问题得到:

$$\begin{aligned} \max \quad & \rho > 0, \\ \text{s.t.} \quad & \text{LMI(4)}. \end{aligned} \quad (22)$$

3.2 动态耦合模糊自适应控制器的设计

第 3.1 节设计的控制器要求耦合增益 c 的选取满足 $c > 1/(2 \min_{i=1,2,\dots,N}(\lambda_i))$, 但是 $\min_{i=1,2,\dots,N}(\lambda_i)$ 是全局信息, 要求每个智能体知道整个通信网络的拓扑结构. 本节为了去除上述条件, 将分布式模糊自适应控制律设计为如下形式:

$$u_i = c_i K e_i - u_{iad}, \quad (23)$$

其中 c_i 为自适应耦合增益, 其自适应率选取为

$$\dot{c}_i = T_{ci}(e_i^T P B B^T P e_i - k_c c_i), \quad (24)$$

T_{ci}, k_c 为可调正实数.

定理 2 对于多智能体系统 (1), 选取控制律 (23), 控制律中耦合增益 c_i 的自适应率选取为式 (24), θ_i 的自适应率选取为式 (10), 则闭环系统的所有信号一致最终有界, 状态向量 x 稳定于原点的邻域内, 且满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x\| \leq \gamma_2, \quad (25)$$

其中 γ_2 为正实数.

证明 由式 (1), (23) 得到系统的闭环方程为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \bar{A}_2 x + [(C - \text{diag}(\omega))H \otimes BK]x + \\ & (I_N \otimes B)[-\tilde{\theta}^T \Phi(x) + \epsilon]. \end{aligned} \quad (26)$$

其中: $\bar{A}_2 = I_N \otimes A + \omega H \otimes BK + (I_N \otimes D)\Delta(I_N \otimes E)$, $C = \text{diag}(c_i)$, ω 为有界常数, 上界为 ω_M . 由第 3.1 节的推导可知

$$\dot{x} = \bar{A}_2 x. \quad (27)$$

二次型稳定的充分条件为

$$\begin{aligned} PA + A^T P - 2\omega\lambda_i P B B^T P + \\ PDF_i(t)E + E^T F_i^T(t)D^T P + Q < 0. \end{aligned} \quad (28)$$

选取 ω 充分大, 使其满足 $2\omega\lambda_i > 1$, 则式 (28) 成立的充分条件为式 (4).

取 Lyapunov 函数

$$\begin{aligned} V_2 = \\ \frac{1}{2}x^T(I_N \otimes P)x + \frac{1}{2}\text{tr}(\tilde{\theta}^T T_{\theta}^{-1} \tilde{\theta}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \frac{(c_i - \omega)^2}{T_{ci}}. \end{aligned}$$

与第 3.1 节的推导过程类似, 将 $K = -B^T P$ 、式 (10), (24), (26) 代入 V_2 的导数, 得到

$$\dot{V}_2 =$$

$$\frac{1}{2}x^T[(I_N \otimes P)\bar{A}_2 + \bar{A}_2^T(I_N \otimes P)]x + x^T(I_N \otimes PB)\epsilon - k_\theta \text{tr}(\tilde{\theta}\tilde{\theta}) - k_c \sum_{i=1}^N (c_i - \omega)c_i.$$

系统(27)是二次型稳定的, 则一定存在正定对称矩阵 $\bar{Q}_2$ 使得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -\frac{1}{2}\underline{\sigma}(\bar{Q}_2)\|x\|^2 + \bar{\sigma}(PB)\epsilon_M\|x\| - k_\theta\|\tilde{\theta}\|_F^2 + \\ & k_\theta\theta_M\|\tilde{\theta}\|_F - k_c\|\tilde{C}\|_F^2 + k_c\omega_M\|\tilde{C}\|_F, \end{aligned} \quad (29)$$

其中 $\tilde{C} = C - \text{diag}(\omega)$. 将不等式(29)改写成矩阵的形式为

$$\dot{V}_2 \leq -z_2^T S_2 z_2 + h_2 z_2. \quad (30)$$

其中

$$z_2 = \begin{bmatrix} \|x\| \\ \|\tilde{\theta}\|_F \\ \|\tilde{C}\|_F \end{bmatrix}, \quad S_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\underline{\sigma}(\bar{Q}_2) & 0 & 0 \\ 0 & k_\theta & 0 \\ 0 & 0 & k_c \end{bmatrix},$$

$$h_2 = [\bar{\sigma}(PB)\epsilon_M \quad k_\theta\theta_M \quad k_c\omega_M].$$

定义

$$\underline{R}_2 = \min[\underline{\sigma}(P), T_{\theta_i}^{-1}, T_{c_i}^{-1}],$$

$$\bar{R}_2 = \max[\bar{\sigma}(P), T_{\theta_i}^{-1}, T_{c_i}^{-1}].$$

可以推导出 $\lim_{t \rightarrow \infty} \sqrt{V_2(t)} = \beta_2/\alpha_2$. 其中

$$\alpha_2 = 2\underline{\sigma}(S_2)/\bar{R}_2, \quad \beta_2 = \sqrt{2}\|h_2\|/\sqrt{\underline{R}_2}.$$

因此闭环系统的所有信号一致最终有界^[15], 状态向量的上界为

$$\gamma_2 = \frac{\|h_2\|\bar{R}_2}{\underline{\sigma}(S_2)\sqrt{\underline{R}_2}\underline{\sigma}(P)}. \quad \square$$

注3 本文提出的分布式控制算法不要求多智能体的数学模型完全一致, 只要具有相同类型即可. 对于异构的多智能体系统, 若采用此控制算法, 则 H 与控制器增益 K 会耦合在一起且无法分离, 无法通过 LMI(4) 求出控制器增益 K , 因此文中所提出的控制算法不能应用于异构多智能体系统的镇定控制问题.

4 仿真分析

本节通过一个简单的例子, 验证第3.2节所提出控制算法的有效性. 考虑非线性不确定多智能体控制系统(1), 其中

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -0.5 \\ 1 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$E = [0.1 \ 0.2 \ 0], \quad F_i(t) = \sin(t), \quad f_i(x_i) = x_{i3}^2 \sin(x_{i1}),$$

$i = 1, 2, 3, 4.$

智能体之间的通信网络由图1所示. 智能体3获得自己的信息, 解式(4)得到 $\rho_{\max} = 13.8$. 当 $\rho = 5$ 时, 有

$$K = [1.0398 \ 1.0022 \ -7.9332],$$

$$P = \begin{bmatrix} 1.2472 & 0.3466 & -2.2870 \\ 0.3466 & 0.6708 & -1.3487 \\ -2.2870 & -1.3487 & 10.2202 \end{bmatrix}.$$

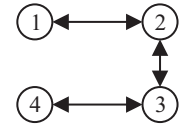


图1 通信网络图

仿真过程中, 取

$$T_{\theta 1} = T_{\theta 2} = T_{\theta 3} = T_{\theta 4} = 100,$$

$$k_{\theta 1} = k_{\theta 2} = k_{\theta 3} = k_{\theta 4} = 0.1.$$

仿真结果如图2~图5所示. 由图2可见, 系统状态一致最终稳定于原点的极小邻域内. 由图5可见, 系统的初始值选取较大, 导致未知非线性幅值很大, 所以在0.5s之前跟踪误差比较大, 模糊逻辑系统很快逼近上未知非线性, 逼近误差在原点的极小邻域内, 跟踪效果较好.

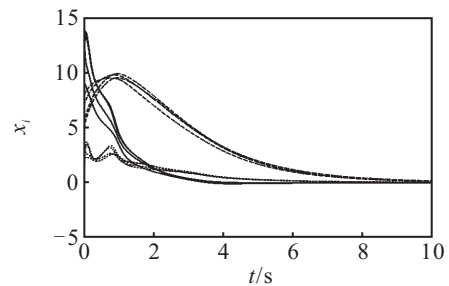


图2 多智能体系统的状态 x_i

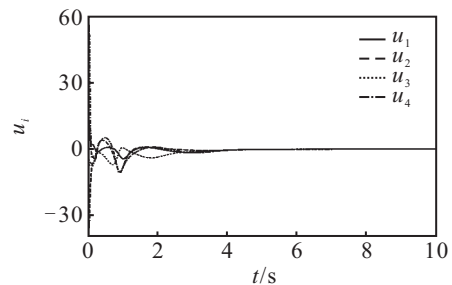


图3 分布式控制器 u_i

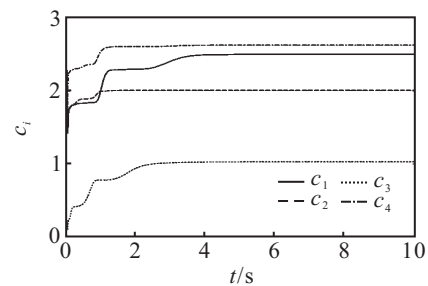


图4 自适应耦合增益 c_i

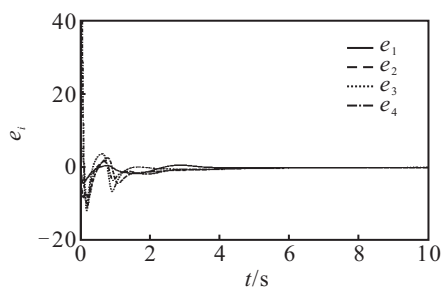


图5 模糊逻辑系统的逼近误差 e_i

5 结 论

针对系统具有未知非线性和未知参数摄动的多智能体系统,研究了分布式镇定控制问题.在智能体之间的通信网络拓扑结构是双向连通的情况下,设计分布式模糊自适应控制器保证系统的状态最终稳定于原点的邻域内.仿真结果进一步验证了所提出控制算法的有效性.

参考文献(References)

- [1] Fax J A, Murray R M. Information flow and cooperative control of vehicle formations[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(9): 1465-1476.
- [2] Massioni P, Verhaegen M. Distributed control for identical dynamically coupled systems: A decomposition approach[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2009, 54(1): 124-135.
- [3] Olfati S R, Murray R. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(9): 1520-1533.
- [4] Ren W. On consensus algorithms for double-integrator dynamics[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2008, 53(6): 1503-1509.
- [5] Li Z K, Duan Z S, Chen G. Consensus of multiagent systems and synchronization of complex networks: A unified viewpoint[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems I, 2010, 57(1): 213-224.
- [6] Ma C, Zhang J. Necessary and sufficient conditions for consensus ability of linear multi-agent systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2010, 55(5): 1263-1268.
- [7] Lin P, Jia Y. Distributed robust H_∞ consensus control in directed networks of agents with timedelay[J]. Systems and Control Letters, 2008, 57(8): 643-653.
- [8] Li Z K, Duan Z S, Chen G R. On H_2 and H_∞ performance regions of multi-agent systems[J]. Automatica, 2011, 47(4): 797-803.
- [9] Li Z K, Duan Z S, Xie L H, et al. Distributed robust control of linear multi-agent systems with parameter uncertainties[J]. Int J of Control, 2012, 85(8): 1039-1050.
- [10] Das A, Lewis F L. Distributed adaptive control for synchronization of unknown nonlinear networked systems[J]. Automatica, 2010, 46(12): 2014-2021.
- [11] Das A, Lewis F L. Cooperative adaptive control for synchronization of second-order systems with unknown nonlinearities[J]. Int J of Robust and Nonlinear Control, 2011, 21(13): 1509-1524.
- [12] Zhang H W, Lewis F L. Adaptive cooperative tracking control of higher-order nonlinear systems with unknown dynamics[J]. Automatica, 2012, 48(7): 1432-1439.
- [13] Pramod P K, Ian R P. Robust stabilization of uncertain linear systems: Quadratic stabilizability and H_∞ control theory[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1990, 35(3): 356-361.
- [14] Tong S C, Li H X. Fuzzy adaptive sliding-mode control for MIMO nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2003, 11(3): 354-360.
- [15] Hassan K Khali. Nonlinear systems[M]. Beijing: Publishing House of Electric Industry, 2007: 168-174.

(责任编辑: 郑晓蕾)