文章编号: 1001-0920(2006)01-0028-06

基于不同类型残缺判断矩阵的群决策方法

徐泽水[1,2]

(1. 清华大学 经济管理学院, 北京 100084; 2. 解放军理工大学 理学院, 南京 211101)

摘 要: 定义了一系列残缺不确定判断矩阵的概念,并且定义了一种连续区间数据有序加权几何(C-OWG)算子. 利用连续区间数据有序加权平均(C-OWA)算子和C-OWG算子等转化途径把不同类型的残缺不确定判断矩阵均一致化为残缺期望值互补判断矩阵, 进而提出一种基于不同类型残缺判断矩阵的群决策方法. 最后通过实例验证了方法的可行性和有效性.

关键词: 群决策; 残缺不确定判断矩阵; C-OWA算子; C-OWG算子; 期望值

中图分类号: C934 **文献标识码**: A

Group Decision Making Method Based on Different Types of Incomplete Judgment Matrices

XU Ze-shui[1,2]

(1. School of Economics and Management, Tsinghua University, Beijing 100084, China; 2. Institute of Sciences, PLA University of Science and Technology, Nanjing 210007, China. E-mail: xu- zeshui@263. net)

Abstract: Various types of incomplete uncertain judgment matrices are defined. A continuous interval argument OWG (C-OWG) operator is introduced and applied, together with C-OWA operator, to transforming the incomplete uncertain judgment matrices into the expected value complementary judgment matrices. Then, a method for group decision making with various types of incomplete judgment matrices is developed. Finally, the feasibility and effectiveness of the developed method is illustrated by a numerical example.

Key words: Group decision making; Incomplete uncertain judgment matrix; C-OWA operator; C-OWG operator; Expected value

1 引 言

在现代大型决策或重要决策中, 为了体现决策的民主性和合理性, 往往需要多个决策者的共同参与(即群决策), 而且决策者常常利用互反和互补判断矩阵来表达自己对决策方案的偏好信息[1~5]. 在群决策过程中, 由于受决策者知识结构、判断水平、个人偏好, 以及客观事物的复杂性与不确定性等诸多主、客观因素的影响, 决策者给出的判断矩阵往往是残缺的[6~8], 且随着网络通信技术的发展, 不同的决策者在针对同一问题的决策过程中所给出的判断矩阵形式往往不尽相同. 因此, 对决策者的偏好信息以不同类型残缺判断矩阵表达的群决策理论与方法研究有着重要的理论意义和实际应用价值.

本文定义了一系列残缺不确定判断矩阵的概念和一种连续区间数据信息有序加权几何(C-OWG)算子. 利用连续区间数据信息有序加权平均(C-OWA)算子[9]和C-OWG算子等多种转化途径把各类残缺不确定判断矩阵均一致化为残缺期望值互补判断矩阵, 进而给出一种基于不同类型残缺判断矩阵的群决策方法.

2 判断矩阵

为了方便起见, 记 $N = \{1, 2, \cdots, n\}$. 设 $A = (a_{ij})_{n\times n}$ 为判断矩阵, 若

$$a_{ij} \in [1/9, 9], a_{ij}a_{ji} = 1, a_{ii} = 1, i, j \in N, \quad (1)$$

收稿日期: 2004-12-07; **修回日期**: 2005-03-22.

基金项目: 国家自然科学基金项目(70571087); 中国博士后科学基金项目(2003034366).

作者简介: 徐泽水(1968—), 男, 安徽南陵人, 教授, 博士后, 从事信息融合与决策分析等研究.

则A 为实互反判断矩阵[1]; 若

$$a_{ij} \in [0,1], a_{ij} + a_{ji} = 1, a_{ii} = 0.5, i, j \in N, \tag{2}$$

则A 为实互补判断矩阵[5]; 若A 中既含残缺元素又含非残缺元素, 则A 为残缺判断矩阵[2], 其中的残缺元素a_{ij} 用未知数"x"表示; 若非残缺元素满足式(1), 则A 为实残缺互反判断矩阵[2]; 若非残缺元素满足式(2), 则A 为实残缺互补判断矩阵[6].

3　残缺不确定判断矩阵

下面对 6 类残缺不确定判断矩阵(非残缺元素分别为区间数、三角模糊数和梯形模糊数的情形)进行探讨:

定义 1　设$\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})_{n\times n}$ 为残缺判断矩阵, 若其中的非残缺元素为区间数, 且满足$\tilde{a}_{ij} = [a_{ij}^{(l)}, a_{ij}^{(u)}]$, $1/9 \le a_{ij}^{(l)} \le a_{ij}^{(u)} \le 9, a_{ij}^{(l)} a_{ji}^{(u)} = 1, a_{ij}^{(u)} a_{ji}^{(l)} = 1, a_{ii}^{(l)} = a_{ii}^{(u)} = 1, i, j \in N$, 则称$\tilde{A}$ 为残缺区间互反判断矩阵; 若非残缺元素满足$\tilde{a}_{ij} = [a_{ij}^{(l)}, a_{ij}^{(u)}], 0 \le a_{ij}^{(l)} \le a_{ij}^{(u)} \le 1, a_{ij}^{(l)} + a_{ji}^{(u)} = 1, a_{ij}^{(u)} + a_{ji}^{(l)} = 1, a_{ii}^{(l)} = a_{ii}^{(u)} = 0.5, i, j \in N$, 则称$\tilde{A}$ 为残缺区间互补判断矩阵.

定义 2　设$\hat{A} = (\hat{a}_{ij})_{n\times n}$ 为残缺判断矩阵, 若$\hat{A}$ 中的非残缺元素为三角模糊数, 且满足$\hat{a}_{ij} = [a_{ij}^{(l)}, a_{ij}^{(m)}, a_{ij}^{(u)}], 1/9 \le a_{ij}^{(l)} \le a_{ij}^{(m)} \le a_{ij}^{(u)} \le 9, a_{ij}^{(l)} a_{ji}^{(u)} = 1, a_{ij}^{(m)} a_{ji}^{(m)} = 1, a_{ij}^{(u)} a_{ji}^{(l)} = 1, a_{ii}^{(l)} = a_{ii}^{(m)} = a_{ii}^{(u)} = 1, i, j \in N$, 则称$\hat{A}$ 为残缺三角模糊互反判断矩阵; 若非残缺元素满足$\hat{a}_{ij} = [a_{ij}^{(l)}, a_{ij}^{(m)}, a_{ij}^{(u)}], 0 \le a_{ij}^{(l)} \le a_{ij}^{(m)} \le a_{ij}^{(u)} \le 1, a_{ij}^{(l)} + a_{ji}^{(u)} = 1, a_{ij}^{(m)} + a_{ji}^{(m)} = 1, a_{ij}^{(u)} + a_{ji}^{(l)} = 1, a_{ii}^{(l)} = a_{ii}^{(m)} = a_{ii}^{(u)} = 0.5, i, j \in N$, 则称$\hat{A}$ 为残缺三角模糊互补判断矩阵.

定义 3　设$\overset{\frown}{A} = (\overset{\frown}{a}_{ij})_{n\times n}$ 为残缺判断矩阵, 若$\overset{\frown}{A}$ 中的非残缺元素为梯形模糊数, 且满足$\overset{\frown}{a}_{ij} = [a_{ij}^{(l)}, a_{ij}^{(m_1)}, a_{ij}^{(m_2)}, a_{ij}^{(u)}], 1/9 \le a_{ij}^{(l)} \le a_{ij}^{(m_1)} \le a_{ij}^{(m_2)} \le a_{ij}^{(u)} \le 9, a_{ij}^{(l)} a_{ji}^{(u)} = 1, a_{ij}^{(m_1)} a_{ji}^{(m_2)} = 1, a_{ij}^{(m_2)} a_{ji}^{(m_1)} = 1, a_{ij}^{(u)} a_{ji}^{(l)} = 1, a_{ii}^{(l)} = a_{ii}^{(m_1)} = a_{ii}^{(m_2)} = a_{ii}^{(u)} = 1, i, j \in N$, 则称$\overset{\frown}{A}$ 为残缺梯形模糊互反判断矩阵; 若非残缺元素满足$\overset{\frown}{a}_{ij} = [a_{ij}^{(l)}, a_{ij}^{(m_1)}, a_{ij}^{(m_2)}, a_{ij}^{(u)}], 0 \le a_{ij}^{(l)} \le a_{ij}^{(m_1)} \le a_{ij}^{(m_2)} \le a_{ij}^{(u)} \le 1, a_{ij}^{(l)} + a_{ji}^{(u)} = 1, a_{ij}^{(m_1)} + a_{ji}^{(m_2)} = 1, a_{ij}^{(m_2)} + a_{ji}^{(m_1)} = 1, a_{ij}^{(u)} + a_{ji}^{(l)} = 1, a_{ii}^{(l)} = a_{ii}^{(m_1)} = a_{ii}^{(m_2)} = a_{ii}^{(u)} = 0.5, i, j \in N$, 则称$\overset{\frown}{A}$ 为残缺梯形模糊互补判断矩阵.

4　残缺期望值判断矩阵

定义 4[9]　设$[a, b]$ 为区间数, 且

$$f_Q([a,b]) = \int_0^1 \frac{\mathrm{d}Q(y)}{\mathrm{d}y}(b - y(b - a))\mathrm{d}y,$$

其中$Q: [0,1] \to [0,1]$ 是具有下列性质的函数: 1) $Q(0) = 0$; 2) $Q(1) = 1$; 3) 当$x > y$ 时, 有$Q(x) \ge Q(y)$. 则称f 为连续区间数据有序加权平均集成算子, 简称为C-OWA 算子. Q 称为基本的单位区间单调函数. 例如, 若取$Q(y) = y^r, r > 0$, 则有$f_Q([a, b]) = \frac{b + ra}{r + 1}$.

基于C-OWA 算子, 下面给出残缺区间互补判断矩阵的残缺期望值判断矩阵概念:

定义 5　设$\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})_{n\times n}$ 为残缺区间互补判断矩阵, 若

$$\tilde{a}_{ij}^{(Q)} = f_Q(\tilde{a}_{ij}) = f_Q([a_{ij}^{(l)}, a_{ij}^{(u)}]) = \int_0^1 \frac{\mathrm{d}Q(y)}{\mathrm{d}y}(a_{ij}^{(u)} - y(a_{ij}^{(u)} - a_{ij}^{(l)}))\mathrm{d}y, i \ge j, \tag{3}$$

且规定$\tilde{a}_{ji}^{(Q)} = 1 - \tilde{a}_{ij}^{(Q)}, j < i$, 其中$\tilde{a}_{ij} = [a_{ij}^{(l)}, a_{ij}^{(u)}]$ 为$\tilde{A}$ 中的非残缺元素, 则称矩阵$\tilde{A}^{(Q)} = (\tilde{a}_{ij}^{(Q)})_{n\times n}$ 为$\tilde{A}$ 的残缺期望值判断矩阵. 显然$\tilde{A}^{(Q)}$ 为残缺实互补判断矩阵.

C-OWA 算子适合于集成区间互补判断元素, 但不适合于集成区间互反判断元素. 例如, 取$Q(y) = y$, 则对于区间互补性判断元素$[0.4, 0.6]$ 和区间互反性判断元素$[1/3, 3]$ 分别有

$$f_Q([0.4, 0.6]) = \frac{0.6 + 1 \times 0.4}{1 + 1} = 0.5,$$

$$f_Q([1/3, 3]) = \frac{3 + 1 \times 1/3}{1 + 1} = \frac{5}{3}.$$

然而在$Q(y) = y$ 情形下, $[1/3, 3]$ 的合理期望值应该为 1.

下面定义一种连续区间数据有序加权几何算子:

定义 6　设$g: \Omega^+ \to R^+$, 若$g_Q([a, b]) = b \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{\int_0^1 \frac{\mathrm{d}Q(y)}{\mathrm{d}y} y \mathrm{d}y}$, 其中: Q 为基本的单位区间单调函数, $\Omega^+ = \{[a, b] \mid b \ge a > 0\}, R^+$ 为正实数集. 则称g 为连续区间数据有序加权几何算子, 简称为C-OWG 算子.

例如, 若取$Q(y) = y^r, r > 0$, 则易知$g_Q([a, b]) = a^{\frac{r}{r+1}} \cdot b^{\frac{1}{r+1}}$. 1) 当$r \to 0$, 则有$g_Q([a, b]) = b$, 此时, 可得到最大值; 2) 当$r = 1/2$, 则有$g_Q([a, b]) = a^{1/3} \cdot b^{2/3}$; 3) $r = 1$, 则有$g_Q([a, b]) = (ab)^{1/2}$, 此即为常用的几何平均, 例如$g_Q([1/3, 3]) = \left(\frac{1}{3} \times 3\right)^{1/2} = 1$; 4) $r \to \infty$, 则有$g_Q([a, b]) = a$, 此时可得到最小值; 5) $r = s/t$, 则有$g_Q([a, b]) = a^{\frac{s}{s+t}} \cdot b^{\frac{t}{s+t}}$.

基于C-OWG 算子, 下面给出残缺区间互反判断矩阵的残缺期望值判断矩阵概念:

定义 7　设$\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})_{n\times n}$ 为残缺区间互反判断

矩阵, 若

$$\widetilde{a}_{ij}^{(Q)} = g_Q(\widetilde{a}_{ij}) = g_Q([a_{ij}^{(l)}, a_{ij}^{(u)}]) =$$
$$a_{ij}^{(u)} \cdot \left(\frac{a_{ij}^{(l)}}{a_{ij}^{(u)}}\right)^{\int_0^1 \frac{\mathrm{d}Q(y)}{\mathrm{d}y} y \mathrm{d}y}, \ i \geq j, \tag{4}$$

且规定 $\widetilde{a}_{ji}^{(Q)} = 1/\widetilde{a}_{ij}^{(Q)}, j < i$, 其中 $\widetilde{a}_{ij} = [a_{ij}^{(l)}, a_{ij}^{(u)}]$ 为 $\widetilde{A}$ 中的非残缺元素, 则称矩阵 $\widetilde{A}^{(Q)} = (\widetilde{a}_{ij}^{(Q)})_{n\times n}$ 为残缺区间互反判断矩阵 $\widetilde{A}$ 的残缺期望值判断矩阵. 显然 $\widetilde{A}^{(Q)}$ 为残缺实互反判断矩阵.

基于文献[10]中的计算三角模糊数期望值公式, 下面给出残缺三角模糊互补判断矩阵的残缺期望值判断矩阵概念.

定义 8　设 $\widehat{A} = (\widehat{a}_{ij})_{n\times n}$ 为残缺三角模糊互补判断矩阵, 若

$$\widehat{a}_{ij}^{(\alpha)} = \frac{1}{2}[(1-\alpha)a_{ij}^{(l)} + a_{ij}^{(m)} + \alpha a_{ij}^{(u)}],$$
$$i \geq j, \ 0 \leq \alpha \leq 1, \tag{5}$$

且规定 $\widehat{a}_{ji}^{(\alpha)} + \widehat{a}_{ij}^{(\alpha)} = 1, j < i$, 其中: $\widehat{a}_{ij} = [a_{ij}^{(l)}, a_{ij}^{(m)}, a_{ij}^{(u)}]$ 为 $\widehat{A}$ 中的非残缺元素, α 值的选择取决于决策者的风险态度, 当 $\alpha > 0.5$ 时, 称决策者是追求风险的; 当 $\alpha = 0.5$ 时, 表示决策者是风险中立的; 当 $\alpha < 0.5$ 时, 表示决策者是厌恶风险的, 则称矩阵 $\widehat{A}^{(\alpha)} = (\widehat{a}_{ij}^{(\alpha)})_{n\times n}$ 为残缺三角模糊互补判断矩阵 $\widehat{A}$ 的残缺期望值判断矩阵. 显然 $\widehat{A}^{(\alpha)}$ 为残缺实互补判断矩阵.

定义 9　设 $\widehat{A} = (\widehat{a}_{ij})_{n\times n}$ 为残缺三角模糊互反判断矩阵, 若

$$\widehat{a}_{ij}^{(\alpha)} = [(a_{ij}^{(l)})^{1-\alpha} a_{ij}^{(m)} (a_{ij}^{(u)})^{\alpha}]^{\frac{1}{2}},$$
$$i \geq j, \ 0 \leq \alpha \leq 1, \tag{6}$$

且规定 $\widehat{a}_{ji}^{(\alpha)} = 1/\widehat{a}_{ij}^{(\alpha)}, j < i$, 其中 $\widehat{a}_{ij} = [a_{ij}^{(l)}, a_{ij}^{(m)}, a_{ij}^{(u)}]$ 为 $\widehat{A}$ 中的非残缺元素, 则称矩阵 $\widehat{A}^{(\alpha)} = (\widehat{a}_{ij}^{(\alpha)})_{n\times n}$ 为残缺三角模糊互反判断矩阵 $\widehat{A}$ 的残缺期望值判断矩阵. 显然 $\widehat{A}^{(\alpha)}$ 为残缺实互反判断矩阵.

定义 10　设 $\overset{\frown}{A} = (\overset{\frown}{a}_{ij})_{n\times n}$ 为残缺梯形模糊互补判断矩阵, 若

$$\overset{\frown}{a}_{ij}^{(\alpha)} = \frac{1}{4}[2(1-\alpha)a_{ij}^{(l)} + a_{ij}^{(m_1)} + a_{ij}^{(m_2)} + 2\alpha a_{ij}^{(u)}],$$
$$i \geq j, \ 0 \leq \alpha \leq 1, \tag{7}$$

且规定 $\overset{\frown}{a}_{ji}^{(\alpha)} + \overset{\frown}{a}_{ij}^{(\alpha)} = 1, j < i$, 其中 $\overset{\frown}{a}_{ij} = [a_{ij}^{(l)}, a_{ij}^{(m_1)}, a_{ij}^{(m_2)}, a_{ij}^{(u)}]$ 为 $\overset{\frown}{A}$ 中的非残缺元素, 则称矩阵 $\overset{\frown}{A}^{(\alpha)} = (\overset{\frown}{a}_{ij}^{(\alpha)})_{n\times n}$ 为残缺梯形模糊互补判断矩阵 $\overset{\frown}{A}$ 的残缺期望值判断矩阵. 显然 $\overset{\frown}{A}^{(\alpha)}$ 为残缺实互补判断矩阵.

定义 11　设 $\overset{\frown}{A} = (\overset{\frown}{a}_{ij})_{n\times n}$ 为残缺梯形模糊互反判断矩阵, 若

$$\overset{\frown}{a}_{ij}^{(\alpha)} = [(b_{ij}^{(l)})^{2(1-\alpha)} b_{ij}^{(m_1)} b_{ij}^{(m_2)} (b_{ij}^{(u)})^{2\alpha}]^{\frac{1}{4}},$$
$$i \geq j, \ 0 \leq \alpha \leq 1, \tag{8}$$

且规定 $\overset{\frown}{a}_{ji}^{(\alpha)} = 1/\overset{\frown}{a}_{ij}^{(\alpha)}, j < i$, 其中 $\overset{\frown}{a}_{ij} = [a_{ij}^{(l)}, a_{ij}^{(m_1)}, a_{ij}^{(m_2)}, a_{ij}^{(u)}]$ 为 $\overset{\frown}{A}$ 中的非残缺元素, 则称矩阵 $\overset{\frown}{A}^{(\alpha)} = (\overset{\frown}{a}_{ij}^{(\alpha)})_{n\times n}$ 为残缺梯形模糊互反判断矩阵 $\overset{\frown}{A}$ 的残缺期望值判断矩阵. 显然 $\overset{\frown}{A}^{(\alpha)}$ 为残缺实互反判断矩阵.

5　决策方法

由于客观事物的复杂性和不确定性, 现代大型决策往往需要多个决策者的积极参与. 下面给出一种基于不同类型残缺判断矩阵的群决策方法. 具体步骤如下:

步骤 1　对于某一群决策问题, 设 $X = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$ 为方案集, $D = \{d_1, d_2, \cdots, d_t\}$ 为决策者集, 决策者的权重向量为 $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_t)^{\mathrm{T}}$. 其中: $\lambda_k \geq 0, \sum_{k=1}^{t} \lambda_k = 1$. 决策者 $d_k \in D$ 在某一准则下利用互反或互补标度[5]对 X 中方案进行两两比较, 并构造残缺判断矩阵(为下列 8 类残缺判断矩阵中的任意一类: 残缺实互补判断矩阵、残缺实互反判断矩阵、残缺区间互补判断矩阵、残缺区间互反判断矩阵、残缺三角模糊互补判断矩阵、残缺三角模糊互反判断矩阵、残缺梯形模糊互补判断矩阵、残缺梯形模糊互反判断矩阵) $C_k = (c_{ij}^{(k)})_{n\times n}, k = 1, 2, \cdots, t$.

步骤 2　利用式(3)～(8) 求得所有残缺不确定判断矩阵的残缺期望值判断矩阵.

步骤 3　将所有残缺实互反判断矩阵(包括残缺期望值判断矩阵中的残缺实互反判断矩阵) 按下式:

$$\mathring{c}_{ij}^{(k)} = \frac{1}{2}(1 + \log_9 c_{ij}^{(k)}) \tag{9}$$

转化为残缺实互补判断矩阵, 其中: $c_{ij}^{(k)}$ 为非残缺元素, 且记相应于决策者 d_k 的残缺实互补判断矩阵为 $\mathring{C}_k = (\mathring{c}_{ij}^{(k)})_{n\times n}, k = 1, 2, \cdots, t$.

步骤 4　利用下式[6]:

$$\bar{c}_{ij}^{(k)} = \begin{cases} \mathring{c}_{ij}^{(k)}, & \mathring{c}_{ij}^{(k)} \neq x; \\ 0.5(w_i^{(k)} - w_j^{(k)} + 1), & \mathring{c}_{ij}^{(k)} = x; \end{cases} \tag{10}$$

和

$$w_i^{(k)} = \frac{2}{n^2} \sum_{j=1}^{n} \bar{c}_{ij}^{(k)}, \ i \in N, \tag{11}$$

求得残缺实互补判断矩阵 $\mathring{C}_k (k = 1, 2, \cdots, t)$ 的排序向量 $w^{(k)} = (w_1^{(k)}, w_2^{(k)}, \cdots, w_n^{(k)})^{\mathrm{T}}, k = 1, 2, \cdots, t$, 其中: $w_i^{(k)} \geq 0, \sum_{i=1}^{n} w_i^{(k)} = 1$. 并把 $w^{(k)} (k = 1, 2, \cdots, t)$ 进行加权集成, 得到综合排序向量 $w = (w_1, w_2, \cdots, w_n)^{\mathrm{T}}$, 其中: $w_i = \sum_{k=1}^{t} \lambda_k w_i^{(k)}, w_i \geq 0, i \in N$,

$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$.

步骤5　利用综合排序向量w对方案$x_i(i=1,2,\cdots,n)$进行排序并择优.

特别地, 若决策者给出的判断矩阵是非残缺的, 则可以给出基于不同类型(非残缺)判断矩阵的群决策方法. 具体步骤如下:

步骤1　对于某一群决策问题, 决策者$d_k\in D$在某一准则下利用互反或互补标度对方案集X中方案进行两两比较, 并构造判断矩阵(为下列8类判断矩阵中的任意一类: 实互补判断矩阵、实互反判断矩阵、区间互补判断矩阵、区间互反判断矩阵、三角模糊互补判断矩阵、三角模糊互反判断矩阵、梯形模糊互补判断矩阵、梯形模糊互反判断矩阵) $C_k=(c_{ij}^{(k)})_{n\times n}, k=1,2,\cdots,t$.

步骤2　利用式(3)～(8)求得所有不确定判断矩阵的期望值判断矩阵.

步骤3　将所有实互反判断矩阵(包括期望值判断矩阵中的实互反判断矩阵)按式(9)转化为实互补判断矩阵, 且记相应于决策者d_k的实互补判断矩阵为$\mathring{C}_k=(\mathring{c}_{ij}^{(k)})_{n\times n}, k=1,2,\cdots,t$.

步骤4　把所有实互补判断矩阵$\mathring{C}_k(k=1,2,\cdots,t)$进行加权集成, 得到群互补判断矩阵$\mathring{C}=(\mathring{c}_{ij})_{n\times n}$, 其中$\mathring{c}_{ij}=\sum_{k=1}^{t}\lambda_k\mathring{c}_{ij}^{(k)}, i,j\in N$.

步骤5　利用式(11)求得$\mathring{C}$的排序向量, 并利用其对方案进行排序并择优.

6　实例分析

改革开放以来, 我国利用外商直接投资取得了较大成绩. 尤其近年来, 外商大量向中国转移, 我国已成为世界上吸引外商直接投资最多的国家. 由于我国地域辽阔, 而且经济发展极不平衡, 各地区投资环境差异很大, 所以外商在我国投资面临一个投资区域选择问题[11]. 现有5个候选地区(方案)$x_i(i=1,2,\cdots,5)$可供选择, 且有8位决策者$d_k(k=1,2,\cdots,8)$参与评估, 其权重向量为$\lambda=(0.11,0.12,0.10,0.13,0.09,0.08,0.14,0.13)^{\mathrm{T}}$. 决策者$d_k(k=1,2,\cdots,8)$利用互反或互补标度对方案$x_i(i=1,2,\cdots,5)$进行两两比较, 并构造下列8个残缺判断矩阵$C_k=(c_{ij}^{(k)})_{5\times 5}(k=1,2,\cdots,8)$. 以确定最佳方案.

$$C_1=\begin{bmatrix}0.5&0.6&0.8&0.4&0.3\\0.4&0.5&x&0.2&0.5\\0.2&x&0.5&0.6&0.3\\0.6&0.8&0.4&0.5&0.6\\0.7&0.5&0.7&0.4&0.5\end{bmatrix},\quad C_2=\begin{bmatrix}1&2&7&1/2&1/3\\1/2&1&5&x&3\\1/7&1/5&1&2&1/4\\2&x&1/2&1&x\\3&1/3&4&x&1\end{bmatrix},$$

$$C_3=\begin{bmatrix}[0.5,0.5]&[0.6,0.7]&[0.7,0.9]&[0.3,0.5]&[0.4,0.5]\\ [0.3,0.4]&[0.5,0.5]&[0.6,0.8]&[0.2,0.3]&x\\ [0.1,0.3]&[0.2,0.4]&[0.5,0.5]&[0.6,0.7]&[0.2,0.3]\\ [0.5,0.7]&[0.7,0.8]&[0.3,0.4]&[0.5,0.5]&[0.6,0.8]\\ [0.5,0.6]&x&[0.7,0.8]&[0.2,0.4]&[0.5,0.5]\end{bmatrix},$$

$$C_4=\begin{bmatrix}[1,1]&[2,3]&[7,9]&[1/2,1]&[1/3,1/2]\\ [1/3,1/2]&[1,1]&[5,6]&[3,5]&[3,4]\\ [1/9,1/7]&[1/6,1/5]&[1,1]&[2,3]&x\\ [1,2]&[1/5,1/3]&[1/3,1/2]&[1,1]&[5,7]\\ [2,3]&[1/4,1/3]&x&[1/7,1/5]&[1,1]\end{bmatrix},$$

$$C_5=\begin{bmatrix}[0.5,0.5,0.5]&[0.6,0.7,0.8]&[0.5,0.6,0.8]&[0.3,0.4,0.6]&[0.4,0.5,0.7]\\ [0.2,0.3,0.4]&[0.5,0.5,0.5]&[0.6,0.8,1]&x&[0.5,0.6,0.9]\\ [0.2,0.4,0.5]&[0,0.2,0.4]&[0.5,0.5,0.5]&[0.6,0.7,0.8]&[0.2,0.3,0.6]\\ [0.4,0.6,0.7]&x&[0.2,0.3,0.4]&[0.5,0.5,0.5]&x\\ [0.3,0.5,0.6]&[0.1,0.4,0.5]&[0.4,0.7,0.8]&x&[0.5,0.5,0.5]\end{bmatrix},$$

$$C_6=\begin{bmatrix}[1,1,1]&[1,2,3]&[5,7,9]&[1/2,1,2]&x\\ [1/3,1/2,1]&[1,1,1]&[5,6,7]&[3,4,5]&[2,3,4]\\ [1/9,1/7,1/5]&[1/7,1/6,1/5]&[1,1,1]&[1,2,4]&x\\ [1/2,1,2]&[1/5,1/4,1/3]&[1/4,1/2,1]&[1,1,1]&[4,5,7]\\ x&[1/4,1/3,1/2]&x&[1/7,1/5,1/4]&[1,1,1]\end{bmatrix},$$

$$
C_7=\begin{bmatrix}
[0.5,0.5,0.5,0.5] & x & [0.5,0.6,0.8,1] & [0.3,0.4,0.6,0.8] & [0.4,0.5,0.7,0.8]\\
x & [0.5,0.5,0.5,0.5] & [0.4,0.6,0.8,1] & x & [0.5,0.6,0.7,0.9]\\
[0,0.2,0.4,0.5] & [0,0.2,0.4,0.6] & [0.5,0.5,0.5] & [0.5,0.6,0.7,0.8] & [0.2,0.3,0.6,0.7]\\
[0.2,0.4,0.6,0.7] & x & [0.2,0.3,0.4,0.5] & [0.5,0.5,0.5,0.5] & x\\
[0.2,0.3,0.5,0.6] & [0.1,0.3,0.4,0.5] & [0.3,0.4,0.7,0.8] & x & [0.5,0.5,0.5,0.5]
\end{bmatrix},
$$

$$
C_8=\begin{bmatrix}
[1,1,1,1] & [1,2,3,5] & [5,7,8,9] & x & [1/2,1,2,4]\\
[1/5,1/3,1/2,1] & [1,1,1,1] & [4,5,6,8] & [1,3,4,5] & [2,3,4,6]\\
[1/9,1/8,1/7,1/5] & [1/8,1/6,1/5,1/4] & [1,1,1,1] & [1,2,4,5] & x\\
x & [1/5,1/4,1/3,1] & [1/5,1/4,1/2,1] & [1,1,1,1] & [2,4,5,7]\\
[1/4,1/2,1,2] & [1/6,1/4,1/3,1/2] & x & [1/7,1/5,1/4,1/2] & [1,1,1,1]
\end{bmatrix}.
$$

下面利用本文提出的群决策方法进行求解:

步骤 1 利用式(3)～(8)(假定 $Q(y)=y^{2/3}$, $\alpha=1/2$)求得残缺不确定判断矩阵 $C_i(i=3,\cdots,8)$ 的残缺期望值判断矩阵, 并将残缺实互反判断矩阵 C_2 和残缺期望值判断矩阵中的所有残缺实互反判断矩阵按式(9)转化为残缺实互补判断矩阵 $\mathring{C}_k=(\mathring{c}_{ij}^{(k)})_{5\times5}$, $k=2,\cdots,8$, 即

$$
\mathring{C}_2=\begin{bmatrix}
0.5 & 0.658 & 0.943 & 0.342 & 0.250\\
0.342 & 0.5 & 0.866 & x & 0.750\\
0.057 & 0.134 & 0.5 & 0.658 & 0.185\\
0.658 & x & 0.342 & 0.5 & x\\
0.750 & 0.250 & 0.815 & x & 0.5
\end{bmatrix},
$$

$$
\mathring{C}_3=\begin{bmatrix}
0.5 & 0.660 & 0.820 & 0.420 & 0.460\\
0.340 & 0.5 & 0.720 & 0.260 & x\\
0.180 & 0.280 & 0.5 & 0.660 & 0.260\\
0.580 & 0.740 & 0.340 & 0.5 & 0.720\\
0.540 & x & 0.740 & 0.280 & 0.5
\end{bmatrix},
$$

$$
\mathring{C}_4=\begin{bmatrix}
0.5 & 0.713 & 0.977 & 0.437 & 0.305\\
0.287 & 0.5 & 0.891 & 0.820 & 0.789\\
0.023 & 0.109 & 0.5 & 0.713 & x\\
0.563 & 0.180 & 0.287 & 0.5 & 0.912\\
0.695 & 0.211 & x & 0.088 & 0.5
\end{bmatrix},
$$

$$
\mathring{C}_5=\begin{bmatrix}
0.5 & 0.700 & 0.625 & 0.425 & 0.525\\
0.300 & 0.5 & 0.800 & x & 0.650\\
0.375 & 0.200 & 0.5 & 0.700 & 0.350\\
0.575 & x & 0.300 & 0.5 & x\\
0.475 & 0.350 & 0.650 & x & 0.5
\end{bmatrix},
$$

$$
\mathring{C}_6=\begin{bmatrix}
0.5 & 0.641 & 0.938 & 0.500 & x\\
0.359 & 0.5 & 0.906 & 0.812 & 0.743\\
0.062 & 0.094 & 0.5 & 0.658 & x\\
0.500 & 0.188 & 0.342 & 0.5 & 0.873\\
x & 0.257 & x & 0.127 & 0.5
\end{bmatrix},
$$

$$
\mathring{C}_7=\begin{bmatrix}
0.5 & x & 0.725 & 0.525 & 0.600\\
x & 0.5 & 0.700 & x & 0.675\\
0.275 & 0.300 & 0.5 & 0.650 & 0.450\\
0.475 & x & 0.350 & 0.5 & x\\
0.400 & 0.325 & 0.550 & x & 0.5
\end{bmatrix},
$$

$$
\mathring{C}_8=\begin{bmatrix}
0.5 & 0.693 & 0.946 & x & 0.579\\
0.307 & 0.5 & 0.891 & 0.733 & 0.783\\
0.054 & 0.109 & 0.5 & 0.710 & x\\
x & 0.267 & 0.290 & 0.5 & 0.821\\
0.421 & 0.217 & x & 0.179 & 0.5
\end{bmatrix}.
$$

步骤 2 利用式(10)和(11)求得所有残缺实互补判断矩阵的排序向量如下:

$w^{(1)}=$
$(0.2080, 0.1680, 0.1680, 0.2320, 0.2240)^{\mathrm{T}}$,

$w^{(2)}=$
$(0.2154, 0.2383, 0.1227, 0.1972, 0.2264)^{\mathrm{T}}$,

$w^{(3)}=$
$(0.2288, 0.1848, 0.1504, 0.2304, 0.2056)^{\mathrm{T}}$,

$w^{(4)}=$
$(0.2345, 0.2630, 0.1471, 0.1954, 0.1600)^{\mathrm{T}}$,

$w^{(5)}=$
$(0.2220, 0.1700, 0.2213, 0.1883, 0.1984)^{\mathrm{T}}$,

$w^{(6)}=$
$(0.2505, 0.2656, 0.1451, 0.1922, 0.1466)^{\mathrm{T}}$,

$w^{(7)}=$
$(0.2278, 0.2321, 0.1740, 0.1842, 0.1819)^{\mathrm{T}}$,

$w^{(8)}=$
$(0.2604, 0.2571, 0.1500, 0.1873, 0.1452)^{\mathrm{T}}$.

步骤 3 把所有排序向量进行加权集成, 得到综合排序向量为

$$
w=(0.207857, 0.202211, 0.142752, 0.180086, 0.167094)^{\mathrm{T}}.
$$

步骤 4 利用 w 对方案 $x_i(i=1,2,\cdots,5)$ 进行排序, 即 $x_1\succ x_2\succ x_4\succ x_5\succ x_3$. 因此, 最佳方案(候选地区)为 x_1.

7 结 语

本文研究了决策信息以不同类型残缺判断矩阵形式给出的群决策问题. 定义了一系列新的残缺判断矩阵概念, 给出一种基于不同类型残缺不确定判断矩阵的群决策方法. 该法利用一些有效的转化途径把 8 类残缺偏好信息一致化为残缺互补判断矩阵, 并且利用一种简洁的残缺互补判断矩阵排序途

径实现方案排序, 从而丰富和发展了不确定群决策理论. 值得一提的是: 文中基于美国著名学者 Yager 教授最新提出的C-OWA 集成算子, 给出了一种适合于集成区间互反判断信息的C-OWG 算子, 有关该算子的许多优良性质、及其在其他诸多领域中的应用还有待于研究.

参考文献(References)

[1] Saaty T L. *The Analytic Hierarchy Process*[M]. New York: McGraw-Hill, 1980.

[2] 王莲芬, 许树柏. *层次分析法引论*[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 1990.
(Wang L F, Xu S B. *The Introduction to Analytic Hierarchy Process* [M]. Beijing: China Renmin University Press, 1990.)

[3] Chiclana F, Herrera F, Herrera-Viedma E. Integrating Three Representation Models in Fuzzy Multipurpose Decision Making Based on Fuzzy Preference Relations [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1998, 97(1): 33-48.

[4] Fan Z P, Ma J, Zhang Q. An Approach to Multiple Attribute Decision Making Based on Fuzzy Preference Information on Alternatives [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2002, 131(1): 101-106.

[5] 徐泽水. *不确定多属性决策方法及应用*[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
(Xu Z S. *Uncertain Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.)

[6] 徐泽水. 残缺互补判断矩阵[J]. *系统工程理论与实践*, 2004, 24(6): 91-97.
(Xu Z S. Incomplete Complementary Judgment Matrix [J]. *Systems Engineering—Theory and Practice*, 2004, 24(6): 91-97.)

[7] Xu Z S. Goal Programming Models for Obtaining the Priority Vector of Incomplete Fuzzy Preference Relation [J]. *Int J of Approximate Reasoning*, 2004, 36(3): 261-270.

[8] 徐泽水. 基于残缺互补判断矩阵的交互式群决策方法[J]. *控制与决策*, 2005, 20(8): 913-916.
(Xu Z S. Interactive Approach Based on Incomplete Complementary Judgment Matrices to Group Decision Making[J]. *Control and Decision*, 2005, 20(8): 913-916.)

[9] Yager R R. OWA Aggregation Over a Continuous Interval Argument with Applications to Decision Making [J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics-Part B*, 2004, 34(5): 1952-1963.

[10] Liou T S, Wang M J. Ranking Fuzzy Numbers with Integral Value[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1992, 50: 247-255.

[11] 盛从锋, 徐伟宣, 许宝光. 中国省域投资环境竞争评价研究[J]. *中国管理科学*, 2003, 11(3): 76-81.
(Sheng C F, Xu W X, Xu B G. Study on the Evaluation of Competitiveness of Provincial Investment Environment in China [J]. *Chinese J of Management Science*, 2003, 11(3): 76-81.)

(上接第23 页)

[9] 唐功友, 赵艳东, 陈显利. 带正弦干扰的线性时滞系统的次优控制[J]. *控制与决策*, 2004, 19(5): 529-533.
(Tang G Y, Zhao Y D, Chen X L. Suboptimal Control for Time-delay Linear Systems Under Sinusoidal Disturbances[J]. *Control and Decision*, 2004, 19(5): 529-533.)

[10] Tang G Y, Wang H H. Successive Approximation Approach of Optimal Control for Nonlinear Discrete-time Systems[J]. *Int J of Systems Science*, 2005, 36(3): 153-161.

[11] Tang G Y, Ma H, Zhang B L. Successive-approximation Approach of Optimal Control for Bilinear Discrete-time Systems [J]. *IEE Proc of Control Theory and Applications*, 2005, 152(6): 636-644.

[12] Klein A, Spreij P. On Stein's Equation, Vandermonde Matrices and Fisher's Information Matrix of Time Series Processes: Part I: The Autoregressive Moving Average Process [J]. *Linear Algebra and Its Applications*, 2001, 329(1-3): 9-47.