

文章编号: 1001-0920(2007)01-0073-05

基于改进型模糊聚类的模糊系统建模方法

朱喜林¹, 武星星¹, 李晓梅²

(1. 吉林大学 机械科学与工程学院, 长春 130025; 2. 长春大学 机械工程学院, 长春 130022)

摘要: 结合减法聚类 and 模糊 C 均值聚类, 提出了一种改进型聚类算法, 加快了收敛速度. 利用改进后的算法对模糊系统输入或输出的样本集聚类, 对聚类结果采用 Trust-Region 法拟合高斯型和 S 型函数, 以实现模糊系统输入、输出空间的划分和隶属度函数参数的确定. 结合 MATLAB 的模糊和曲线拟合工具箱, 详述了如何在标准算法上进行改进和模糊系统建模. 通过对 IRIS 标准数据聚类实验以及在解决机械加工误差复映问题上的应用, 验证了改进后算法和建模方法的有效性.

关键词: 模糊聚类; 模糊系统; 信任区域法; MATLAB

中图分类号: TP11 **文献标识码:** A

Modeling method of fuzzy inference system based on improved fuzzy clustering arithmetic

ZHU Xi-lin¹, WU Xing-xing¹, LI Xiaomei²

(1. College of Mechanical Science and Engineering, Jilin University, Changchun 130025, China; 2. College of Mechanical Engineering, Changchun University, Changchun 130022, China. Correspondent: WU Xing-xing, E-mail: starglare@126.com)

Abstract: An improved clustering method is presented by combining subtractive clustering and fuzzy C-means clustering (FCM) to speed up the convergence. Swatch collection of fuzzy inference system input or output is clustered using improved clustering method. Division of fuzzy inference system input and output space and determination of member function parameters are realized by fitting gauss type function and S type function with trust-region method. The improvement of the arithmetic and modeling of the fuzzy inference system on the basis of standard arithmetic are discussed with fuzzy toolbox and curve fitting toolbox of MATLAB. Improved clustering method and model method are validated by clustering experiments with IRIS standard data and application in solving error reflection in machining.

Key words: Fuzzy clustering; Fuzzy inference system; Trust-region method; MATLAB

1 引言

作为除多项函数逼近器和神经网络以外的一个新的万能逼近器^[1], 模糊逻辑系统由于可以系统有效地利用语言信息, 在各个工程领域得到了广泛应用, 而且在解决非线性、复杂对象问题上具有独到优势. 在实际应用过程中, 如“水小了应该开大阀门”这样的模糊规则, 由于基于人们已有的语言信息形式的常识或工程知识而比较明确. 然而, 输入、输出空间的划分和隶属度函数及其参数的确定却主要依靠人的经验, 往往需要反复试凑, 具有很大的主观性和不确定性. 这便增加了模糊系统的应用难度, 降低了

使用效率.

目前已有的模糊系统建模方法主要面向 T-S 型模糊系统, 且计算较为复杂, 不便于非专业人员应用. 模糊聚类算法可以对样本空间进行模糊分类, 目前已在图像处理、数据挖掘等领域得到了诸多应用^[2,3]. 本文在对模糊聚类算法改进的基础上, 将其用于模糊系统输入、输出空间的划分和隶属度函数参数确定, 并结合 MATLAB 工具箱, 详述了如何在 MATLAB 中实现这一模糊系统建模方法.

2 模糊聚类算法的改进

目前比较成熟的聚类算法有基于模糊等价关系

收稿日期: 2005-10-21; 修回日期: 2005-12-04.

基金项目: 吉林省科技发展基金项目(20040333).

作者简介: 朱喜林(1959—), 男, 长春人, 教授, 博士生导师, 从事机电传动与控制、智能制造等研究; 武星星(1980—), 男, 河南洛阳人, 博士生, 从事智能控制、嵌入式系统等研究.

的传递闭包、模糊 C 均值聚类 (FCM) 和减法聚类。模糊 C 均值聚类由于适应性强,已在图像分割、语音识别等多个领域广泛应用^[4,5]。但 FCM 要求必须提供聚类中心个数,且由于其初始聚类中心是随机生成的,其收敛性能严重依赖于聚类的初始点,收敛速度随初始点选择的不同有很大变化,且可能陷入局部极小点。FCM 的优点是用隶属度的方式表征数据点属于某类的程度,如果初始的聚类中心选择得好,则可以达到较高的计算精度。

减法聚类是一种用于估计一组数据中聚类个数以及聚类中心位置的快速单次算法,由减法聚类算法得到的聚类估计可用于初始化那些有重复优化过程的模糊聚类和模型识别算法^[6]。由于聚类中心的候选集为数据点而非网格点,减法聚类算法的计算速度非常快。它的计算量与输入数据的维数无关,而仅与输入数据点的数目成简单的线性关系。但是,减法聚类算法所求出的聚类中心在原始的数据点上,因此对于要求很高精度的场合,减法聚类算法所求出的聚类中心将达不到精度要求。目前已有先用减法聚类得到最佳聚类中心个数,再将聚类中心个数用于 FCM 的应用^[7]。本文经过对一维和二维数据的大量聚类试验后发现,在聚类中心个数相同时,经减法聚类后得到的聚类中心和经 FCM 迭代运算后得到的聚类中心相当接近,如图 1 和图 2 所示。

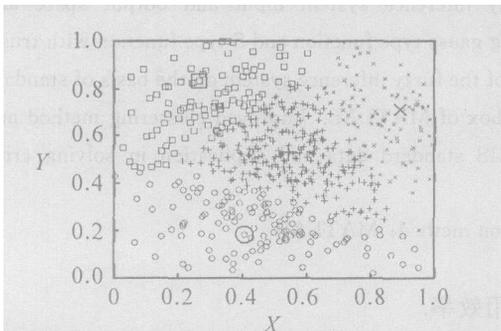


图 1 减法聚类结果

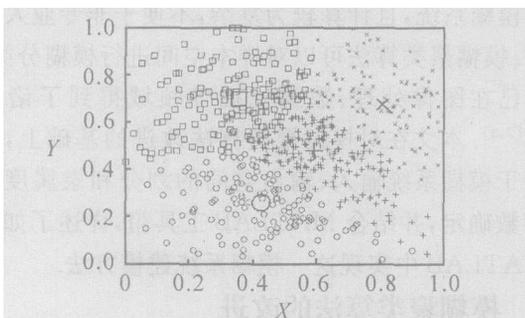


图 2 FCM 聚类结果

图 1 和图 2 分别为对同一组二维数据用减法聚类和标准 FCM 聚类的结果,相同形状的被分为同一类,大的形状标志为该类的聚类中心。因此,提出以减法聚类后得到的聚类中心全部用于初始化

FCM 的聚类中心,即确定了 FCM 的聚类中心个数和初始中心位置,以加快 FCM 的收敛速度。

2.1 标准 FCM 算法步骤^[8]

模糊 C 均值算法的聚类准则函数为

$$J_m = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^N (\mu_{ji})^m |x^j - w_i|^2 \quad (1)$$

其中: x^j 为样本空间数据, $j = 1, 2, \dots, N$; w_i 为聚类中心, $i = 1, 2, \dots, c$; μ_{ji} 为 x^j 对 w_i 的隶属度,且满足 $\sum_{i=1}^c \mu_{ji} = 1, \mu_{ji} > 0$; m (1,) 为模糊指数,通常取 2。

$$\mu_{ji} = \frac{\left(\frac{1}{|x^j - w_i|^2} \right)^{1/(m-1)}}{\sum_{l=1}^c \left(\frac{1}{|x^j - w_l|^2} \right)^{1/(m-1)}}, \quad i = 1, \dots, c, j = 1, \dots, N. \quad (2)$$

$$w_j = \left(\sum_{i=1}^c (\mu_{ji})^m x^j \right) / \sum_{i=1}^c (\mu_{ji})^m \quad (3)$$

FCM 的过程就是最小化 J_m 的过程,步骤如下:

Step1: 给定类别数 c , 参数 m , 容许误差 E_{\max} 的值;

Step2: 随机初始化聚类中心 $w_i(1), i = 1, 2, \dots, c$, 令 $k = 1$;

Step3: 按式(2)计算隶属度 $\mu_{ji}(k), i = 1, \dots, c; j = 1, \dots, N$;

Step4: 按式(3)修正所有的聚类中心 $w_i(k+1), i = 1, \dots, c$;

Step5: 计算误差 $e = \sum_{i=1}^c |w_i(k+1) - w_i(k)|^2$, 如果 $e < E_{\max}$, 算法结束;否则 $k = k+1$, 转 Step3;

Step6: 样本归类, 算法结束后, 可按下列方法将所有样本归类: 若 $|x^j - w_l|^2 < |x^j - w_i|^2, l = 1, 2, \dots, c, l \neq i$, 则将 x^j 归入第 i 类。

2.2 改进后的算法

改进后算法的 Step1 和 Step2 如下:

Step1: 给定参数 m , 容许误差 E_{\max} 的值和减法聚类参数, 令 $k = 1$, 调用减法聚类算法进行聚类;

Step2: 将减法聚类得到的聚类中心 $w_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 赋给 FCM 初始聚类中心, 即

$$c = m, w_i(1) = w_i, i = 1, 2, \dots, c;$$

Step3 ~ Step6 与标准的 FCM 相同。

在 MATLAB 的模糊逻辑工具箱中提供了标准 FCM 函数 fcm 和减法聚类函数 subclust。函数 fcm 的调用格式为

$$[\text{center}, U, \text{obj_fcn}] = \text{fcm}(\text{data}, \text{cluster_n}, \text{options}).$$

其中 :data 为给定数据集 ,cluster_n 为给定的聚类中心个数 ,options 为控制参数 ,center 为聚类后得到的聚类中心 ,U 为数据集对聚类中心的隶属度矩阵 ,obj_fcn 为目标函数值在迭代中的变化值.可以看出 ,要实现改进后的算法 ,必须对 fcm 函数进行改造.由分析 fcm 函数源文件可知 ,它通过调用 initfcm 函数来完成标准算法中 Step1 ~ Step3 的初始化 ,得到初始的 U ;再通过循环调用 Stepfcm 函数进行迭代计算.为此 ,构造一个新的 FCM 函数

```
[center ,U ,obj_fcn] =
    fcmnew(data ,cen ,options) ,
```

其中 cen 代表初始的聚类中心向量.在新函数中 ,通过调用 size 函数求取 cen 的行数来求得 cluster_n ,并用下列语句替换 $U = \text{initfcm}(\text{cluster}_n, \text{data}_n)$,其他不变.

```
dist = distfcm(cen , data) ; % 调用 distfcm
函数计算数据和聚类中心的距离
dist = dist + 0.000 005 ; % 避免被 0 除
tmp1 = dist.^(- 2/ (expo - 1)) ;
U = tmp1 ./ (ones(cluster_n , 1) * sum(tmp1)) ;
```

在此有一个重要的问题 :由于经过减法聚类后得到的聚类中心在数据点上 ,如果直接代入式 (2) 计算 U ,会出现被零除现象 ,使算法无法执行.因此 ,给 $x^j - w_i$ 加上 $5e-6$,从而保证算法在计算机上正确执行.由于数据在聚类前经过标准化 ,添加这个微小量对算法本身几乎没有影响.这样就得到了一个可以用已有的聚类中心进行初始化的 FCM 函数 fcmnew ,改进后的算法就可以通过先对样本数据用 subclust 函数进行减法聚类 ,再将聚类得到的聚类中心作为参数调用 fcmnew 函数得以实现.

3 与标准 FCM 算法聚类结果比较

表 1 为对 IRIS 标准数据在主频 1.6 G ,内存 256DDR 的 P4 计算机上 ,分别用标准 FCM 和改进后算法聚类的比较结果.其中 : S_e 为收敛所需迭代次数的平均值 ; S_{max} 为收敛所用的最大迭代次数 ; T_e 为聚类所用的平均时间 ,单位为 s ;n 为聚类中心个数.模糊指数都取 2 ,最大迭代次数取 100 , E_{max} 取

表 1 算法比较

n	标准 FCM			改进后算法		
	S_e	S_{max}	T_e/s	S_e	S_{max}	T_e/s
3	26	30	2.164 7	19	19	1.707 5
4	42	48	4.141 8	36	36	3.375 0
5	46	53	4.410 2	26	26	2.897 8
6	63	100	8.267 8	27	27	3.355 2
10	55	64	10.559 0	34	34	7.254 2

$1e-5$.

从表 1 可以看出 ,改进后算法的迭代次数明显减少 ,收敛速度加快 ,且更稳定.改进后算法与标准算法相比的另一个特点是 ,可以通过设置减法聚类中各维的聚类中心在该维上的影响范围来确定最终的聚类中心个数 ,这便减少了由用户确定聚类中心个数的盲目性.

4 基于模糊聚类的模糊系统建模

经过改进后的算法聚类后 ,可以得到聚类中心和数据集对聚类中心的隶属度矩阵.但是 ,若对每一个输入数据都通过聚类来进行模糊化处理 ,一方面由于聚类速度比较慢 ,会严重影响整个系统的控制性能 ;另一方面 ,由于每次聚类所用的数据集有所不同 ,聚类后得到的聚类中心也会有所不同 ,会导致系统结构不稳定.因此 ,本文提出通过用聚类后得到的结果来拟合常用的隶属度函数 ,取得隶属度函数的参数 ,并用此隶属度函数为系统的隶属度函数来实现系统建模.在系统建模前 ,对输入和输出的采样要尽可能地全面.取系统 1 个输入的样本集 ,经标准化后 ,用改进后的聚类算法聚类 ;然后以经过标准化的样本数据为横坐标 ,样本数据对各个聚类中心的隶属度为纵坐标来绘制图形 ,如图 3 所示.

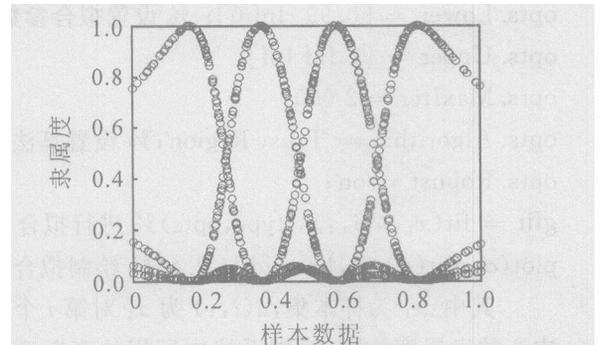


图 3 聚类后的隶属度

从图 3 可以看出 ,经过改进后算法聚类得到的隶属度函数非常接近高斯型函数.这并非偶然现象 ,经过对多组数据聚类试验发现 ,采用改进后的算法和标准型 FCM 函数在一维上的聚类结果都具有这个特征.高斯型函数具有很好的光滑性 ,图形没有零点 ,而且具有比较清晰的物理意义 ,是模糊系统中常用的隶属度函数之一.因此 ,本文采用高斯型函数来拟合隶属度函数.这一拟合过程 ,实际上是一个非线性最优化过程.

常用的优化方法有 Gauss-Newton 法、Levenberg-Marquardt 法 (LM 法) 和 Trust-Region (信赖区域) 法等. Trust-Region 算法在解决疑难非线性问题上比目前的大多数算法更为有效 ,是比 LM 法更为先进的算法.而 LM 法已被长期使

用,并被证明适合多数模型^[9]. Trust-Region 法的基本思想^[10]是:对于无约束最优化问题 $\min f(x)$, 从初始点 x_0 开始,使用 f 的梯度等信息,建立一个简化的模型函数 φ . 虽然 φ 只是一个 f 的不完善的逼近,但在初始点的邻域 N 内可以认为是相当准确的,这个邻域 N 称为信任区域. 使用函数 φ 进行进一步求解计算,得到信任区域内的一点 x_1 ,如果发现模型很好地代表了函数 f ,则接受 x_1 作为新的初始点,并增加用于下一步计算的信任区域半径;否则就舍弃 x_1 ,并收缩信任区域,使模型能在一个更小的范围内更好地逼近 f . 反复进行这一过程,直到找到一个最合适的 x .

本文通过试验发现,在拟合中采用 Trust-Region 法比 LM 法更有效. MATLAB7.0 的 Curve Fitting 工具箱中,提供了图形用户界面的曲线拟合工具,可以用 Trust-Region 和 LM 等方法进行无参数非线性曲线拟合. 为了便于在算法中集成,本文在算法中调用了其核心的命令行函数 fit 和 fitoptions 等,下面的语句是具体调用方法:

```
d = 0:0.01:1;
ftype = fitype('Gaussf'); % 设置曲线类型
opts = fitoptions('Gaussf','Normalize','on');
opts.Lower = [0.99 -Inf 0]; % 设置拟合参数
opts.Upper = [1 Inf Inf];
opts.MaxIter = 2000;
opts.Algorithm = 'Trust-Region'; % 设置算法类型
opts.Robust = 'on';
gfit = fit(x1, u(i,:), ftype, opts) % 进行拟合
plot(d, gfit(d), 'k', 'linewidth', 2.4) % 绘制拟合曲线
```

其中 x_1 为样本集, $u(i, :)$ 为 x_1 对第 i 个聚类中心的隶属度函数. 模糊系统中所用的高斯型隶属度函数为 $y = e^{-\frac{(x-b_1)^2}{c_1^2}}$, 而 Curve fitting 工具箱中

型高斯函数的模型为 $y = a_1 e^{-\frac{(x-b_1)^2}{c_1^2}}$. 为此,在调用时通过 opts 的 Upper 和 Lower 属性将 a_1 限制在 0.99 ~ 1 之间(若都设为 1,则算法不能执行). 经过拟合得到的 gfit 是一个包含高斯型函数参数信息的 fit 类型对象. 图 4 为用 Trust-Region 法高斯型函数拟合聚类后隶属度的结果.

从图 4 可以看出,对中间 2 个聚类中心的逼近效果很好,两端的稍差. 在很多应用中,两端的极限位置往往具有明确的物理意义. 因此,在这种情况下可以用 S 型函数对两端进行拟合. 图 5 为用 Trust-Region 法,两端采用 S 型函数拟合,中间采用高斯型函数拟合的结果. 经过拟合得到的函数参数如表 2 所示.

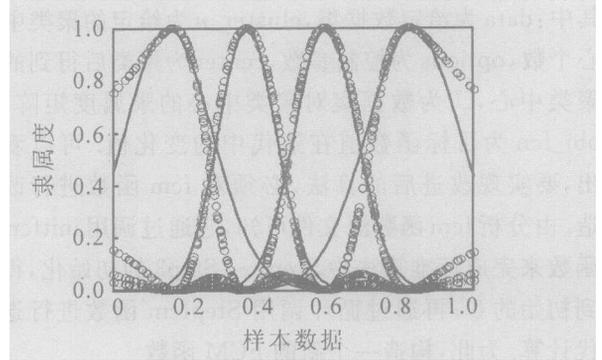


图4 高斯型函数拟合结果

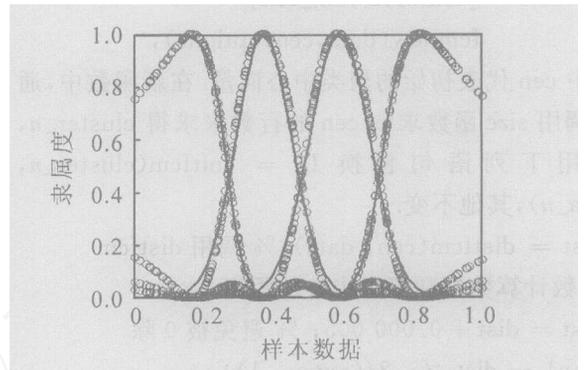


图5 S型和高斯型函数拟合结果

表2 拟合得到的函数参数

序号	函数类型	函数模型	拟合后参数
1	S型	$y = \frac{1}{1 + e^{-a_1(x-b_1)}}$	$a_1 = -41.25$ $b_1 = 0.2665$
2	高斯型	$y = a_1 e^{-\frac{(x-b_1)^2}{c_1^2}}$	$a_1 = 1$ $b_1 = 0.3732$ $c_1 = 0.1138$
3	高斯型	$y = a_1 e^{-\frac{(x-b_1)^2}{c_1^2}}$	$a_1 = 1$ $b_1 = 0.5915$ $c_1 = 0.1226$
4	S型	$y = \frac{1}{1 + e^{-a_1(x-b_1)}}$	$a_1 = 35.76$ $b_1 = 0.7096$

在 MATLAB 中提供了高斯型函数 Gaussmf, 用作隶属度函数, 它的模型为 $y = e^{-\frac{(x-b_1)^2}{c_1^2}}$, 与拟合的模型在形式上略有不同. 因此, 在使用中需进行如下转换: $c = (\sqrt{2}/2) c_1, c = b_1$. 在此, 完成了对输入、输出空间的模糊划分, 并确定了隶属度函数类型及参数, 再建立模糊规则就可以实现整个模糊系统的设计. 对于 T-S 型模糊系统, 由于输出是精确量, 可将此方法用于输入空间的划分和隶属度函数参数的确定. 在机械加工中存在误差复映现象, 加工后的误差与毛坯误差、工艺系统刚度、进给量、工件硬度和加工次数等呈复杂的非线性关系. 本文将此方法用于建立解决误差复映问题的模糊系统, 有效地减少了模糊空间划分和参数试凑的时间, 且系统更加精确, 按系统的输出加工工件可以满足加工要求.

5 结 论

本文结合减法聚类和标准 FCM 对聚类算法进行改进,改进后的算法收敛速度快且更加稳定,减少了由用户确定聚类中心个数的盲目性.将改进后的算法用于模糊系统的输入、输出空间划分和隶属度函数类型及参数的确定,适用范围较广,且便于实现,提高了模糊系统的应用效率.

参考文献(References)

- [1] 王士同. 模糊系统、模糊神经网络及应用程序设计[M]. 上海: 上海科技文献出版社, 1998: 25-30.
(Wang S T. Fuzzy systems, fuzzy neural network and application programming [M]. Shanghai: Shanghai Scientific and Technical Document Publishing House, 1998: 25-30.)
- [2] Pedrycz A, Reformat M. Hierarchical FCM in a stepwise discovery of structure in data [J]. Soft Computing, 2005, 10(3): 244-256.
- [3] Bandyopadhyay. Satellite image classification using genetically guided fuzzy clustering with spatial information[J]. Int J of Remote Sensing, 2005, 26(3): 579-593.
- [4] 冯衍秋, 陈武凡, 梁斌, 等. 基于 Gibbs 随机场与模糊 C 均值聚类的图像分割新算法[J]. 电子学报, 2004, 32(4): 645-647
(Feng Y Q, Chen W F, Liang B, et al. An new algorithm for image segmentation based on gibbs random field and fuzzy C-means clustering[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(4): 645-647.)
- [5] Tran D, Wagner M. Generalized fuzzy hidden Markov models for speech recognition[C]. 2002 AFSS Int Conf on Fuzzy Systems. Calcutta: Springer-Verlag GmbH, 2002: 345.
- [6] Lotfi A Zadeh, Berkeley C A. Fuzzy logic toolbox for use with MATLAB version 2. 2. 1 [M]. Natick: The MathWorks, Inc, 2005.
- [7] 侯彩虹, 崔运花, 余润仙, 等. 基于模糊聚类分析的织物质量分级方法[J]. 东华大学学报, 2005, 31(1): 54-58.
(Hou C H, Cui Y H, Yu R X, et al. Fuzzy clustering analysis based method for fabric sample grading[J]. J of Donghua Univeristy, 2005, 31(1): 54-58.)
- [8] Shitong W, Chung K F, Hongbin S, et al. Note on the relationship between probabilistic and fuzzy clustering [J]. Soft Computing, 2004, 8(5): 366-369.
- [9] Carl de Boor. Curve fitting toolbox for use with MATLAB [M]. Natick: The MathWorks, Inc, 2005.
- [10] Thomas F Coleman, Jianguo Liu, Wei Yuan. A new trust-region algorithm for equality constrained optimization [J]. Computational Optimization and Applications, 2002, 21(2): 177-199.

(上接第 72 页)

参考文献(References)

- [1] 李俊, 孙德敏. 月球车的视觉和自主导航系统[J]. 航天控制, 2000, 2(8): 46-51.
(Li J, Sun D M. The vision system and autonomous navigation system for the lunar rover [J]. Aerospace Control, 2000, 2(8): 46-51.)
- [2] Crane C D. Development of an integrated sensor system for obstacle detection and terrain evaluation for application to unmanned ground vehicles[J]. Unmanned Ground Vehicle Technology VII, 2005, 5084(10): 156-165.
- [3] Maarten Vergauwen, Marc Pollefeys, Luc Van Gool. A stereo-vision system for support of planetary surface exploration [J]. Machine Vision and Applications, 2003, 14(1): 5-14.
- [4] 徐奕, 周军, 周源华. 立体视觉匹配技术[J]. 计算机工程与应用, 2003, 15(1): 1-5.
(Xu Y, Zhou J, Zhou Y H. Stereo matching technology [J]. Computer Engineering and Applications, 2003, 15(1): 1-5.)
- [5] Hsieh Y C. Performance evaluation of scene registration and stereo matching for cartographic feature extraction [J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(2): 214-238.
- [6] 潘华, 郭戈. 立体视觉研究进展[J]. 计算机测量与控制, 2004, 12(12): 1121-1124.
(Pan H, Guo G. Review of stereo vision[J]. Computer Automated Measurement and Control, 2004, 12(12): 1121-1124.)
- [7] Zabih R, Woodfill J. Non-parametric local transforms for computing visual correspondence[C]. 3rd European Conf on Computer Vision (ECCV '94). Stockholm, 1994: 151-158.
- [8] Ohta Y, Kanade T. Stereo by intra and inter-scanline search using dynamic programming[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1985, 7(2): 139-154.
- [9] Stephen S Intille, Aaron F Bobick. Disparity-space images and large occlusion stereo [C]. 3rd European Conf on Computer Vision (ECCV '94). Stockholm, 1994: 179-186.
- [10] Scharstein D, Szeliski R. A taxonomy and evaluation of dense two-frame stereo correspondence algorithms[J]. Int J of Computer Vision, 2002, 47(1): 7-42.