



一类二阶非线性系统的有限时间输出反馈镇定及其在单相DC-AC变换器中的应用

都海波, 许叶园, 朱文武, 程盈盈

引用本文:

都海波, 许叶园, 朱文武, 等. 一类二阶非线性系统的有限时间输出反馈镇定及其在单相DC-AC变换器中的应用[J]. 控制与决策, 2020, 35(7): 1645–1650.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1676>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于预设性能的非仿射非线性系统自适应有限时间控制](#)

Adaptive finite-time tracking control for nonaffine nonlinear systems based on prescribed performance

控制与决策. 2020, 35(5): 1259–1264 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1127>

[线性连续时间时滞系统的有限时间有界跟踪控制](#)

Finite-time bounded tracking control for linear continuous systems with time-delay

控制与决策. 2019, 34(10): 2095–2104 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0190>

[离散随机Markov跳跃系统有限时间有界控制](#)

Finite-time boundedness control of discrete stochastic Markov jumping systems

控制与决策. 2017, 32(12): 2285–2290 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.1270>

[输入饱和和受限下的刚体飞行器姿态系统的有限时间镇定](#)

Finite-time attitude stabilization of rigid spacecraft under input saturation

控制与决策. 2015, 30(8): 1386–1392 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.0840>

[一类扩展结构大系统的分散有限时间鲁棒关联镇定](#)

Decentralized finite-time robust connective stabilization for a class of large-scale systems with expanding construction

控制与决策. 2015, 30(11): 1967–1973 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.1379>

一类二阶非线性系统的有限时间输出反馈镇定及其在 单相DC-AC变换器中的应用

都海波^{1†}, 许叶园¹, 朱文武², 程盈盈^{1,3}

(1. 合肥工业大学 电气与自动化工程学院, 合肥 230000; 2. 东南大学 自动化学院, 南京 210096;
3. 东南大学 复杂工程系统测量与控制教育部重点实验室, 南京 210096)

摘 要: 研究一类二阶非线性系统的输出反馈控制问题. 利用有限时间控制和有限时间收敛观测器技术, 提出一种基于观测器的有限时间输出反馈控制器, 可以保证系统的状态在有限时间内收敛到平衡状态. 为了验证理论方法的实际效果, 针对无电流信号的单相 DC-AC 变换器, 利用所提出的有限时间控制理论设计电压调节控制器, 通过相应的仿真结果验证所提出方法的有效性.

关键词: 二阶非线性系统; 有限时间控制; 输出反馈控制; 观测器; 单相 DC-AC 变换器

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Finite-time output feedback stabilization for second-order nonlinear systems with application to single-phase DC-AC inverter

DU Hai-bo^{1†}, XU Ye-yuan¹, ZHU Wen-wu², CHENG Ying-ying^{1,3}

(1. College of Electrical and Automation Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230000, China; 2. School of Automation, Southeast University, Nanjing 210096, China; 3. Key Laboratory of Measurement and Control of Complex Systems of Engineering of MOE, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: The problem of output feedback control for a class of second-order nonlinear systems is investigated in this paper. Using the techniques of finite-time control and finite-time convergent observers, an observer-based finite-time output feedback controller is proposed, which can guarantee that the state of system converges to the equilibrium in a finite time. As an application of the proposed theoretical results, the problem of finite-time control without current signal for the DC-AC converters is solved. Simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Keywords: second-order nonlinear systems; finite-time control; output feedback control; observer; single-phase DC-AC inverter

0 引 言

在过去的几十年中,控制理论已经成功应用于许多实际系统,如飞行器系统、电路系统等. 针对这些控制系统的研究,根本问题就是保证闭环系统的稳定性. 值得注意的是,现有文献的控制系统通常都满足 Lipschitz 连续条件^[1],因此在无限时间调节^[1]下,这类系统的收敛性最好是指数级的,即保证受控状态渐近收敛于平衡状态. 为了提高收敛速度,文献[2]提出了有限时间控制方法,保证了系统状态在有限时间内收敛到平衡点. 由于有限时间稳定系统具有收敛速度快、精度高^[3]、抗干扰性能好^[4]等优点,有限时间控

制方法受到越来越多的重视^[5-8].

目前有限时间控制器的设计工具包括终端滑模控制法^[9]、加幂积分法^[10]、齐次系统法^[11],大部分结果基于全状态反馈. 实际情况下,由于技术、成本限制或环境干扰,一些信息(如速度信息)往往无法测量. 这种情况下全状态不可用,需使用有限时间输出反馈控制解决此类问题. 与状态反馈^[12]情况相比,有限时间输出反馈控制问题更具挑战性. 文献[13]针对双积分器系统,解决了有限时间输出反馈镇定问题. 文献[14]针对一类具有下三角结构的特殊二阶非线性系统,设计一种有限时间输出反馈控制器,随

收稿日期: 2018-12-06; 修回日期: 2019-03-07.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61673153); 安徽省自然科学基金项目(1808085MF180); 东南大学复杂工程系统测量与控制教育部重点实验室开放课题基金项目(MCCSE2018A04); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(JZ2017HGPA0163, JZ2018HGBZ0125).

责任编辑: 关治洪.

[†]通讯作者. E-mail: haibo.du@hfut.edu.cn.

后将该方法从二阶情况扩展到高阶情况^[15].

本文主要考虑一类二阶非线性系统的有限时间输出反馈控制问题,与传统的状态观测器设计理念(即复制整个控制系统)不同的是,输出反馈只需输出信息已知,本文采用非分离原理的思想^[16]设计有限时间观测器.文献[16]只设计了一类非线性系统的线性输出反馈控制方法,本文不仅给出非线性控制器和观测器的稳定性分析,还给出了应用于有限时间输出电压调节的例子.

DC-AC变换器又称为逆变器,是指能将直流输入电压(或电流)变换成交流输出电压(或电流),并向无源负载供电的电力电子装备.本文主要讨论单相电压型PWM逆变器,其广泛应用于电机驱动^[17]、不间断的电源供应^[18]和其他各种应用程序^[19].基于反步控制思想和加幂积分的技术,通过递归设计DC-AC变换器的状态反馈的有限时间控制器,并基于非分离原理方法,忽略不确定的非线性部分设计有限时间观测器,最终设计出基于观测器的有限时间输出反馈控制器.结合被控系统,构造一个李雅普诺夫函数证明整个闭环系统的全局有限时间稳定性,最终应用于DC-AC变换器输出电压调节问题,相应的仿真结果进一步验证了所提出控制算法的优越性.

1 准备和问题形成

1.1 问题形成

针对如下形式的二阶非线性系统,考虑其有限时间输出反馈镇定问题:

$$\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = u + f(t, x_1, x_2), y = x_1. \quad (1)$$

其中: $x_1 \in R$ 、 $x_2 \in R$ 为系统状态量, $y \in R$ 为系统输出量, u 为要设计的控制输入, $f(\cdot)$ 为系统非线性部分.

注1 之所以研究非线性系统(1),是因为许多实际系统都有类似结构,如单相DC-AC逆变器(见图1).其中: V_{dc} 为直流输入电压, S_{w1} 、 S_{w2} 、 S_{w3} 、 S_{w4} 为单相功率管, D_1 、 D_2 、 D_3 、 D_4 为续流二极管, L 、 C 、 R 分别为电感、电容和负载电阻, i_L 为电感电流, V_{out} 为交流输出电压.如果 S 的开关频率足够高,则动态单相DC-AC逆变器可以用平均状态空间模型^[19]描述.单相DC-AC逆变器的动力学方程为

$$\begin{aligned} L \frac{di_L}{dt} &= \mu V_{dc} - V_{out}, \\ C \frac{dV_{out}}{dt} &= i_L - \frac{V_{out}}{R}, \end{aligned} \quad (2)$$

其中: μ 为占空比,也是系统控制输入,且 $\mu \in [-1, 1]$.本文的控制目标是设计控制器 μ ,使得交流输出电压 V_{out} 跟踪到参考输出电压 V_r .

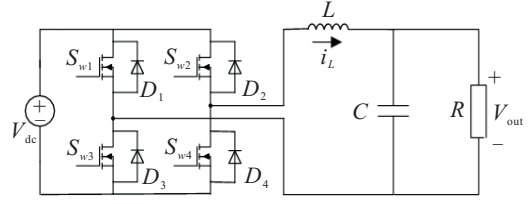


图1 单相DC-AC逆变器系统模型

令 $x_1 = V_r - V_{out}$ 为输出电压误差.由式(2)得出误差动态方程为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 = \dot{V}_r - \dot{V}_{out}, \\ \dot{x}_2 &= \ddot{V}_r - \frac{V_{dc}}{LC}\mu + \frac{V_r}{LC} - \frac{1}{LC}x_1 - \frac{1}{RC}x_2, \\ y &= x_1, \end{aligned} \quad (3)$$

其中: $x_1 \in R$ 、 $x_2 \in R$ 为系统状态量, $y \in R$ 为系统输出量.令

$$\begin{aligned} u &= \ddot{V}_r - \frac{V_{dc}}{LC}\mu + \frac{V_r}{LC}, \\ f(t, x_1, x_2) &= -\frac{1}{LC}x_1 - \frac{1}{RC}x_2, \end{aligned}$$

很明显系统(3)具有系统(1)的形式.

假设1 对于系统(1),以下不等式成立:

$$|f(t, x_1, x_2)| \leq \lambda_1 |x_1|^{r_3} + \lambda_2 |x_2|^{r_3/r_2}. \quad (4)$$

其中: $r_2 = 1 + \tau$, $r_3 = 1 + 2\tau$, τ 为一个正偶数与正奇数的比值且 $\tau \in (-1/2, 0)$, λ_1 、 λ_2 为正常数.

1.2 相关引理

引理1^[4] 考虑如下系统:

$$\dot{x} = f(x), f(0) = 0, x \in R^n, \quad (5)$$

其中 $f(\cdot) : R^n \rightarrow R^n$ 是连续的.假设存在常数 $c > 0$, $\alpha \in (0, 1)$ 及函数 $V(x)$,对于任意 $x \in R^n$,均有

$$\frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x) + c(V(x))^\alpha \leq 0, \quad (6)$$

即系统是全局有限时间稳定的.

引理2^[10] 如果 $0 < p = p_1/p_2 \leq 1$ 且 p_1 、 p_2 均为正偶数,则以下不等式成立:

$$|x^p - y^p| \leq 2^{1-p} |x - y|^p. \quad (7)$$

引理3^[20] $c, d > 0$.对于任意 $\gamma > 0$ 以及 $\forall x, y \in R$,有以下不等式恒成立:

$$|x|^c |y|^d \leq \frac{c}{c+d} \gamma |x|^{c+d} + \frac{d}{c+d} \gamma^{-c/d} |y|^{c+d}. \quad (8)$$

引理4^[21] $\forall x_i \in R, i = 1, 2, \dots, n, p \in (0, 1]$,有

$$(|x_1| + \dots + |x_n|)^p \leq |x_1|^p + \dots + |x_n|^p. \quad (9)$$

引理5^[4] $\forall x, y \in R$ 和偶数 $p > 1$,如下不等式成立:

$$|x^p - y^p| \leq l|x - y|^p + l|x - y||y|^{p-1}, \quad (10)$$

其中 $l = p(2^{p-2} + 2)$.

2 控制器设计和稳定性分析

2.1 时间尺度坐标变换

为便于控制器设计,对方程(1)进行时间尺度的坐标变换.令 $t = Ns$, N 为时间尺度坐标变换系数,且 $0 < N < 1$.定义坐标变换

$$\begin{aligned} p_1(s) &= x_1(Ns) = x_1(t), \\ p_2(s) &= Nx_2(Ns) = Nx_2(t), \\ \rho(s) &= N^2u(Ns) = N^2u(t). \end{aligned} \quad (11)$$

由式(11)对(1)进行时间尺度坐标变换,可得

$$\begin{aligned} \frac{dp_1(s)}{ds} &= p_2(s), \\ \frac{dp_2(s)}{ds} &= N^2u(Ns) + g(s, p_1(s), p_2(s)). \end{aligned} \quad (12)$$

其中

$$g(s, p_1(s), p_2(s)) = N^2 \left(-\frac{1}{LC}p_1(s) - \frac{1}{RC} \frac{p_2(s)}{N} \right).$$

根据假设1,函数 $g(\cdot)$ 满足如下关系:

$$|g(s, p_1(s), p_2(s))| \leq \lambda_1 |p_1|^{r_3} + \lambda_2 |p_2|^{r_3/r_2}. \quad (13)$$

2.2 状态反馈控制器设计

本节主要针对系统(12)设计状态反馈的有限时间控制器,使系统状态 p_1, p_2 在有限时间内收敛到零.

定理1 针对系统(12),如果控制器设计为

$$\rho = -\beta_2(p_2^{1/r_2} + \beta_1^{1/r_2}p_1)^{r_3}, \quad (14)$$

β_1, β_2 是合适的增益,则闭环系统是有限时间稳定的.

证明 为了设计有限时间控制器,采用反步法进行证明.构造李雅普洛夫函数 $V_1 = \frac{1}{2}p_1^2$,求导得到

$$\dot{V}_1 = p_1 p_2^* + p_1(p_2 - p_2^*), \quad (15)$$

其中 $p_2^* = -\beta_1 p_1^{r_2}$ 为虚拟控制器,有

$$\dot{V}_1 = -\beta_1 p_1^{1+r_2} + p_1(p_2 - p_2^*). \quad (16)$$

设计控制器使得状态 p_2^* 可以在有限时间跟踪上 p_2 ,再由引理1可得 p_1 会在有限时间内收敛到零.

定义新状态 $\xi = p_2^{1/r_2} - p_2^{*1/r_2}$ 作为跟踪误差,构造李雅普洛夫函数

$$V = V_1 + \int_{p_2^*}^{p_2} (\rho^{1/r_2} - p_2^{*1/r_2})^{2-r_2} d\rho. \quad (17)$$

结合式(16),沿式(17)对 V 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \\ &- \beta_1 p_1^{1+r_2} + p_1(p_2 - p_2^*) + \xi^{2-r_2} \dot{p}_2 + \\ &(2-r_2) \frac{d(-p_2^{*1/r_2})}{ds} \int_{p_2^*}^{p_2} (\rho^{1/r_2} - p_2^{*1/r_2})^{1-r_2} d\rho. \end{aligned} \quad (18)$$

估计式(18)中的每一项.由引理2和引理3,有

$$|p_1(p_2 - p_2^*)| \leq \frac{2^{1-r_2}}{1+r_2} |p_1|^{1+r_2} + \frac{r_2 2^{1-r_2}}{1+r_2} |\xi|^{1+r_2}. \quad (19)$$

因为

$$\frac{d(-p_2^{*1/r_2})}{ds} \leq \beta_1^{1/r_2} (2^{1-r_2} |\xi|^{r_2} + \beta_1 |p_1|^{r_2}), \quad (20)$$

$$\left| \int_{p_2^*}^{p_2} (\rho^{1/r_2} - p_2^{*1/r_2})^{1-r_2} d\rho \right| \leq 2^{1-r_2} |\xi|, \quad (21)$$

根据引理3有

$$\begin{aligned} &(2-r_2) \frac{d(-p_2^{*1/r_2})}{ds} \int_{p_2^*}^{p_2} (\rho^{1/r_2} - p_2^{*1/r_2})^{1-r_2} d\rho \leq \\ &\frac{(2-r_2)2^{1-r_2}r_2}{1+r_2} |p_1|^{1+r_2} + \\ &(2-r_2)2^{1-r_2} \left(2^{1-r_2} \beta_1^{1/r_2} + \frac{\beta_1^{(1+r_2)^2/r_2}}{1+r_2} \right) |\xi|^{1+r_2}. \end{aligned} \quad (22)$$

在关系(13)基础上,式(18)第3项有

$$\xi^{2-r_2} \dot{p}_2 \leq |\xi|^{2-r_2} (\lambda_1 |p_1|^{r_3} + \lambda_2 |p_2|^{r_3/r_2}) + \xi^{2-r_2} \rho. \quad (23)$$

因为 $|p_2| = |\xi + p_2^{*1/r_2}|^{r_2}$,根据引理4有

$$|p_2|^{r_3/r_2} \leq |\xi|^{r_3} + \beta_1 |p_1|^{r_3}. \quad (24)$$

通过引理3,且 $N < 1$,由式(24)可得

$$\begin{aligned} \xi^{2-r_2} \dot{p}_2 &\leq \frac{r_3(\lambda_1 + \lambda_2 \beta_1)}{2+\tau} |p_1|^{2+\tau} + \xi^{2-r_2} \rho + \\ &\left[\frac{(2-r_2)(\lambda_1 + \lambda_2 \beta_1)}{2+\tau} + \lambda_2 \right] |\xi|^{2+\tau}. \end{aligned} \quad (25)$$

将式(19)、(22)和(25)代入(18),可得

$$\dot{V} \leq -(\beta_1 - c_1) p_1^{2+\tau} + c_2 \xi^{2+\tau} + \xi^{2-r_2} \rho. \quad (26)$$

其中

$$c_1 = \frac{2^{1-r_2}}{1+r_2} + \frac{(2-r_2)2^{1-r_2}r_2}{1+r_2} + \frac{r_3(\lambda_1 + \lambda_2 \beta_1)}{2+\tau},$$

$$c_2 =$$

$$\begin{aligned} &\frac{r_2 2^{1-r_2}}{1+r_2} + (2-r_2)2^{1-r_2} \left(2^{1-r_2} \beta_1^{1/r_2} + \frac{\beta_1^{(1+r_2)^2/r_2}}{1+r_2} \right) + \\ &\left[\frac{(2-r_2)(\lambda_1 + \lambda_2 \beta_1)}{2+\tau} + \lambda_2 \right]. \end{aligned} \quad (27)$$

如果控制器设计为 $\rho = -\beta_2 \xi^{r_3}$, $\beta_1 \geq c_1 + c$, $\beta_2 \geq c_2 + c$,可得

$$\dot{V} \leq -c(p_1^{2+\tau} + \xi^{2+\tau}). \quad (28)$$

通过引理2,可得

$$\left| \int_{p_2^*}^{p_2} (\rho^{1/r_2} - p_2^{*1/r_2})^{2-r_2} d\rho \right| \leq 2^{1-r_2} \xi^2, \quad (29)$$

存在常数 $\epsilon = \max \left\{ \frac{1}{2}, 2^{1-r_2} \right\}$,使得 $V \leq \epsilon(p_1^2 + \xi^2)$ 成立.根据引理4,由式(28)得

$$\dot{V} + \hat{c} V^{\frac{2+\tau}{2}} \leq 0, \quad (30)$$

其中 $\hat{c} = c\epsilon^{-\frac{2+\tau}{2}}$.根据引理1可得闭环系统是全局有限时间稳定的.□

根据时间尺度坐标尺度变换和定理1,针对DC-AC变换器有限时间状态反馈控制器可设计如下.

定理2 针对单相DC-AC变换器系统(2),如果占空比设计为

$$\mu(t) = \frac{LC}{V_{dc}} \ddot{V}_r + \frac{V_r}{V_{dc}} + \frac{LC}{N^2 V_{dc}} \beta_2 \left(\left[\frac{N}{C} \left(\frac{V_{out}}{R} - i_L \right) \right]^{1/r_2} + \beta_1^{1/r_2} (V_r - V_{out}) \right)^{r_3}. \quad (31)$$

其中增益与定理1增益相同,则输出电压 V_{out} 能在有限时间内跟踪到参考电压值 V_r .

2.3 基于有限时间观测器的输出反馈控制器设计

从控制器(31)可以发现,电流信号和精确的负载电阻信息都必须已是已知的.然而,在实际工程中,这些变量有时无法测得,例如:它没有电流传感器,存在未知的负载变化等.本节将采用观测器理论和输出反馈方法设计控制器.

定理3 在假设1条件下,针对系统(12),如果观测器和输出反馈控制器设计如下:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{p}}_1 &= \hat{p}_2 + l_1(p_1 - \hat{p}_1)^{r_2}, \\ \dot{\hat{p}}_2 &= \rho + l_2(p_1 - \hat{p}_1)^{r_3}, \end{aligned} \quad (32)$$

$$\dot{\hat{\rho}} = \beta_2(\hat{p}_2^{1/r_2} + \beta_1^{1/r_2} p_1)^{r_3}, \quad (33)$$

其中 l_1 、 l_2 、 N 均为正增益,则闭环系统是全局有限时间稳定的.

证明 证明可分为两个步骤:1)针对观测器误差动态系统,构建李雅普洛夫函数,并分析其稳定性;2)结合控制器系统并选择总李雅普洛夫函数,证明整个闭环系统具有全局有限时间稳定.

分析观测器系统的稳定性.定义观测器误差

$$e_1 = p_1 - \hat{p}_1, e_2 = p_2 - \hat{p}_2. \quad (34)$$

结合系统(3)和观测器(32),观测器误差可写成

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_2 - l_1 e_1^{r_2} \\ -l_2 e_1^{r_3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ g(s, p_1, p_2) \end{bmatrix}. \quad (35)$$

由文献[22]定理7,取李雅普洛夫函数为

$$W(e) = \frac{l_1(1+\tau)}{2\sqrt{l_2}} \left(\frac{e_2}{l_1} \right)^{\frac{2}{1+\tau}} + \frac{1}{2} \left[e_1 - \left(\frac{e_2}{l_1} \right)^{\frac{1}{1+\tau}} \right]^2. \quad (36)$$

沿式(35)求导,可得

$$\dot{W}(e)|_{(35)} \leq -\hat{\pi} W(e)^{\frac{2+\tau}{2}} + \left| \frac{\partial W(e)}{\partial e_2} \right| |g(s, p_1, p_2)|, \quad (37)$$

其中 $\hat{\pi}$ 为正的常数.基于 $W(e)$ 可得

$$\left| \frac{\partial W(e)}{\partial e_2} \right| \leq \delta_1 W(e)^{\frac{1-\tau}{2}}, \quad (38)$$

其中常数 $\delta_1 > 0$.在假设1和式(13)的基础上,可得

$$|g(s, p_1, p_2)| \leq N^{r_3} \delta_2 V(p)^{r_3/2}, \quad (39)$$

其中常数 $\delta_2 = \max(\lambda_1 + \lambda_2 \beta_1, \lambda_2) > 0$.由定理3,有

$$\left| \frac{\partial W(e)}{\partial e_2} \right| |g(s, p_1, p_2)| \leq \frac{\hat{\pi}}{2} W^{\frac{2+\tau}{2}}(e) + N^{2+\tau} \delta_3 V^{\frac{2+\tau}{2}}(p), \quad (40)$$

其中常数 $\delta_3 > 0$.将式(40)代入(37),可得

$$\dot{W}(e)|_{(35)} \leq -\frac{\hat{\pi}}{2} W^{\frac{2+\tau}{2}}(e) + N^{2+\tau} \delta_3 V^{\frac{2+\tau}{2}}(p). \quad (41)$$

分析整个闭环系统的稳定性.在输出反馈控制器(33)作用下,闭环系统如下:

$$\dot{p} = \begin{bmatrix} p_2 \\ g(s, p_1, p_2) + \rho \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{\rho} - \rho \end{bmatrix}, \quad (42)$$

其中 ρ 和 $\hat{\rho}$ 的定义见式(14)和(33).

通过定理1的证明结果(30),基于式(17)定义的李雅普洛夫函数 $V(p)$,沿式(42)求导得

$$\dot{V}(p)|_{(42)} \leq -\hat{c} V^{\frac{2+\tau}{2}}(p) + \left| \frac{\partial V(p)}{\partial p_2} \right| |(\hat{\rho} - \rho)|. \quad (43)$$

根据李雅普洛夫函数 $V(p)$,可得

$$\left| \frac{\partial V(p)}{\partial p_2} \right| = |p_2^{1/r_2} - p_2^{*1/r_2}|^{2-r_2} \leq \delta_4 V^{\frac{2-r_2}{2}}(p), \quad (44)$$

其中常数 $\delta_4 > 0$.基于 $\hat{\rho}$ 和 ρ ,由引理2和引理5,有

$$\begin{aligned} |\hat{\rho} - \rho| &\leq \beta_2 2^{1-r_3} \gamma ((1+r_2)^{r_3} |e_2|^{r_3/r_2} + \\ &\quad (1-r_2)^{r_3} |p_2|^{r_3/r_2}), \end{aligned} \quad (45)$$

其中 $\gamma = \frac{1}{r_2} (2^{1/r_2-2} + 2)$.根据式(45)和引理3,有

$$\left| \frac{\partial V(p)}{\partial p_2} \right| |\hat{\rho} - \rho| \leq \frac{\hat{c}}{2} V(p)^{\frac{2+\tau}{2}} + \delta_5 W^{\frac{2+\tau}{2}}(e), \quad (46)$$

其中常数 $\delta_5 > 0$.将不等式(46)代入(43),得到

$$\dot{V}(p)|_{(42)} \leq -\frac{\hat{c}}{2} V^{\frac{2+\tau}{2}}(p) + \delta_5 W^{\frac{2+\tau}{2}}(e). \quad (47)$$

基于式(17)和(36),构造总的李雅普洛夫函数为

$$U(p, e) = V(p) + \frac{2(1+\delta_5)}{\hat{\pi}} W(e), \quad (48)$$

求导得

$$\begin{aligned} \dot{U}(p, e) &\leq \\ &- \left(\frac{\hat{c}}{2} - \frac{2(1+\delta_5)\delta_3}{\hat{\pi}} N^{2+\tau} \right) V^{\frac{2+\tau}{2}}(p) - W^{\frac{2+\tau}{2}}(e). \end{aligned} \quad (49)$$

注意到 $N \in (0, 1)$,对一个足够小的 N ,有

$$\dot{U}(p, e) \leq -\hat{\hat{\pi}} U(p, e)^{\frac{2+\tau}{2}}, \quad (50)$$

其中 $\hat{\hat{\pi}}$ 、 $\hat{\pi}$ 均为正常数.通过引理1,可得整个闭环系统是全局有限时间稳定的.□

依据以上理论,针对负载变化未知的情况,单相DC-AC变换器系统的有限时间输出反馈控制问题得以解决.

定理4 针对单相DC-AC变换器系统,占空比为

$$\mu(t) = \frac{LC}{V_{dc}} \ddot{V}_r + \frac{V_r}{V_{dc}} + \frac{LC}{N^2 V_{dc}} \beta_2 (\beta_1^{1/r_2} (V_r - V_{out}) +$$

$$(N\hat{x}_2)^{\frac{1}{r_2}})^{r_3}, \quad (51)$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + \frac{l_1}{N}(x_1 - \hat{x}_1)^{r_2}, \\ \dot{\hat{x}}_2 &= \ddot{V}_r - \frac{V_{dc}}{LC}\mu + \frac{V_r}{LC} + \frac{l_2}{N^2}(x_1 - \hat{x}_1)^{r_3}, \end{aligned} \quad (52)$$

其中增益与定理3相同。

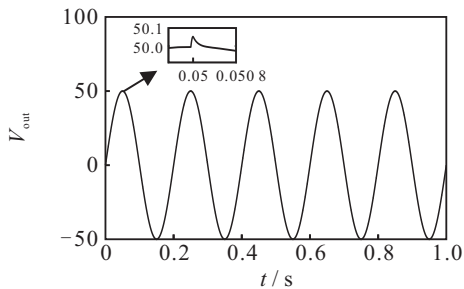
3 仿真结果

为了检测基于观测器的有限时间输出反馈控制算法的控制效果,通过仿真加以验证. 单相DC-AC变换器参数值设置如表1所示。

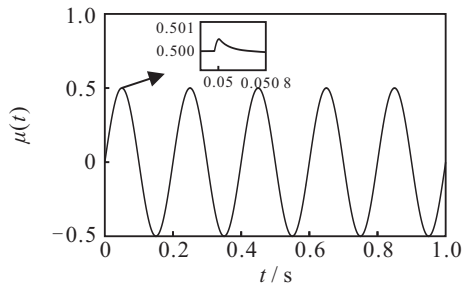
表1 单相DC-AC变换器参数值

描述	参数	数值
输入电压/V	V_{dc}	100
电容/mF	C	0.2
电感/mH	L	0.15
负载电阻/ Ω	R	0.5 ~ 100
参考电压/V	V_r	$(50 \sim 100) \sin(10\pi t)$

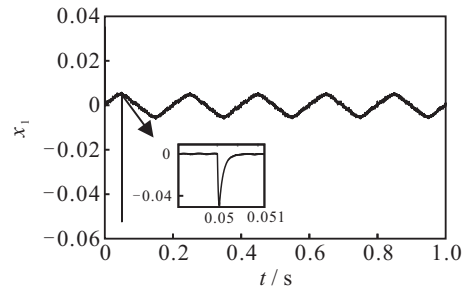
采用Matlab/Simulink搭建模型仿真,以调节单相DC-AC变换器的输出电压值. 为了实现良好的控制性能,经反复调试后,合适的控制参数值选择为: $\beta_1 = 5, \beta_2 = 50, \tau = -2/5, N = 10^{-5}, l_1 = 10, l_2 = 5$.



(a) 输出电压



(b) 控制输入



(c) 输出电压跟踪误差

图2 负载突变相应曲线

情形1 负载突变情况。

负载电阻变化情况如下:

$$R = \begin{cases} 50, & 0 \leq t \leq 0.05; \\ 100, & t > 0.05. \end{cases} \quad (53)$$

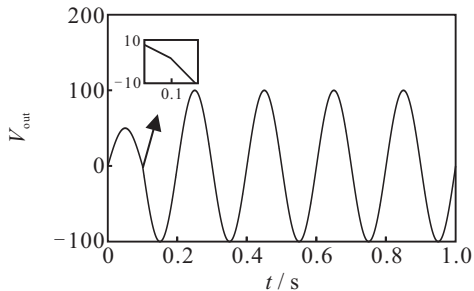
其他参数选择与表1相同. 负载突变时响应曲线如图2所示,在起始阶段,所提出控制算法具有较快的收敛速度和较小的稳态跟踪误差,随着负载电阻的变化,所提出控制算法也具有较快的抗干扰性能。

情形2 参考电压突变情况。

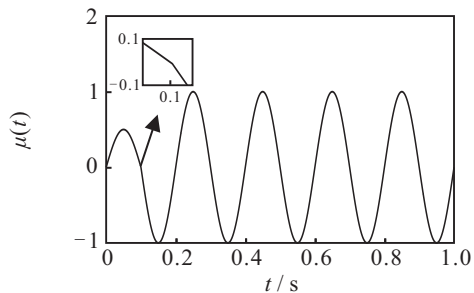
参考电压变化情况如下:

$$V_r = \begin{cases} 50 \sin(10\pi t), & 0 \leq t \leq 0.05; \\ 100 \sin(10\pi t), & t > 0.05. \end{cases} \quad (54)$$

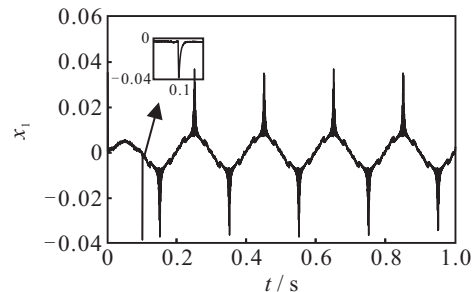
其他参数选择与表1相同. 参考电压突变时响应曲线如图3所示,随着参考电压的变化,所提出控制算法具有较强的抗干扰性能。



(a) 输出电压



(b) 控制输入



(c) 输出电压跟踪误差

图3 参考电压突变响应曲线

4 结论

基于有限时间控制的方法,针对无电流传感器的单相DC-AC变换器系统,本文提出了一种新的基于观测器的有限时间电压调节方法. 最后通过数值仿

真结果验证了所提出控制算法具有快速的收敛性和很强的抗干扰性。

参考文献(References)

- [1] Bhat S P, Bernstein D S. Continuous finite-time stabilization of the translational and rotational double integrators[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1998, 43(5): 678-682.
- [2] 丁世宏, 李世华. 有限时间控制问题综述[J]. 控制与决策, 2011, 26(2): 161-169.
(Ding S H, Li S Y. A survey for finite-time control problems[J]. Control and Decision, 2011, 26(2): 161-169.)
- [3] Hong Y, Xu Y, Huang J. Finite-time control for robot manipulators[J]. Systems and Control Letters, 2002, 46(4): 243-253.
- [4] Bhat S P, Bernstein D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems[J]. SIAM Journal Control Optimization, 2000, 38(3): 751-766.
- [5] Li S H, Ding S H, Du H B, et al. Non-smooth control theories and applications[M]. Beijing: Science Publishing Press, 2013: 4-19.
- [6] 程盈盈, 都海波, 何怡刚. 输入饱和和受限下的刚体飞行器姿态系统的有限时间镇定[J]. 控制与决策, 2015, 30(8): 1386-1392.
(Cheng Y Y, Du H B, He Y G. Finite-time attitude stabilization of rigid spacecraft under input saturation[J]. Control and Decision, 2015, 30(8): 1386-1392.)
- [7] 蒲明, 蒋涛, 付克昌. 输入受限约束下的无抖振有限时间稳定趋近律设计[J]. 控制与决策, 2018, 33(1): 135-142.
(Pu M, Jiang T, Fu K C. Finite time stable chattering-free reaching law design with bounded input[J]. Control and Decision, 2018, 33(1): 135-142.)
- [8] 张小华, 刘慧贤, 丁世宏, 等. 基于扰动观测器和有限时间控制的永磁同步电机调速系统[J]. 控制与决策, 2009, 24(7): 1028-1032.
(Zhang X H, Liu H X, Ding S H, et al. PMSM speed-adjusting system based on disturbance observer and MSM speed-adjusting system based on disturbance observer and finite time control[J]. Control and Decision, 2009, 24(7): 1028-1032.)
- [9] Yu S, Yu X, Shirinzadeh B, et al. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode[J]. Automatica, 2005, 41(11): 1957-1964.
- [10] Qian C, Lin W. A continuous feedback approach to global strong stabilization of nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2001, 46(7): 1061-1079.
- [11] Bhat S P, Bernstein D S. Geometric homogeneity with applications to finite-time stability[J]. Mathematics Control, Signals and Systems 2005, 17(2): 101-127.
- [12] 李世华, 丁世宏, 田玉平. 一类二阶非线性系统的有限时间状态反馈镇定方法[J]. 自动化学报, 2007, 33(1): 101-104.
(Li S H, Ding S H, Tian Y P. A finite-time state feedback stabilization method for a class of second order nonlinear systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2008, 33(1): 101-104.)
- [13] Hong Y, Huang J, Xu Y. On an output feedback finite-time stabilization problem[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2001, 46(2): 305-309.
- [14] Qian C J, Li J. Global finite-time stabilization by output feedback for planar systems without observable linearization[J]. IEEE Transactions Automatic Control, 2005, 50(6): 885-890.
- [15] Zhai J. Global finite-time output feedback stabilisation for a class of uncertain nontriangular nonlinear systems[J]. International Journal Systems Science, 2014, 45(3): 637-646.
- [16] Qian C, Lin W. Output feedback control of a class of nonlinear systems: A nonseparation principle paradigm[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 47(10): 1710-1715.
- [17] Chan M S W, Chau K T. A new switched-capacitor boost-multilevel inverter using partial charging[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2007, 54(12): 1145-1149.
- [18] Ye Y, Zhou K, Zhang B, et al. High-performance repetitive control of PWM DC-AC converters with real-time phase-lead FIR filter[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2006, 53(8): 768-772.
- [19] Pan C T, Lai C M, Juan Y L. Output current ripple-free PWM inverters[J]. IEEE Transactions on Circuits Systems II: Express Briefs, 2010, 57(10): 823-827.
- [20] Qian C, Lin W. Non-lipschitz continuous stabilizers for nonlinear systems with uncontrollable unstable linearization[J]. Systems and Control Letters, 2001, 42(3): 185-200.
- [21] Hardy G, Littlewood J, Polya G. Inequalities[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1952: 250-253.
- [22] Yang S, Qian C, Du H B. A genuine nonlinear approach for controller design of a boiler-turbine system[J]. ISA Transactions, 2012, 51(1): 446-453.

作者简介

都海波(1982—), 男, 教授, 从事非线性控制理论及其应用等研究, E-mail: haibo.du@hfut.edu.cn;

许叶园(1993—), 女, 硕士生, 从事电力电子控制系统的研究, E-mail: 2810467708@qq.com;

朱文武(1993—), 男, 博士生, 从事电力电子控制系统的研究, E-mail: wenwu.zhu.seu@gmail.com;

程盈盈(1983—), 女, 讲师, 博士, 从事非线性系统控制和电力电子控制等研究, E-mail: zoeych@126.com.

(责任编辑: 郑晓蕾)