

文章编号: 1001-0920(2011)11-1611-05

区间集值信息系统中的粗糙集理论

林耀进¹, 李进金¹, 吴顺祥²

(1. 漳州师范学院 计算机科学与工程系, 福建 漳州 363000; 2. 厦门大学 自动化系, 福建 厦门 361005)

摘要: 介绍集值信息系统和区间值信息系统, 并提出了同时具有这两种系统特点的区间集值信息系统. 依据属性值的语义关系, 将区间集值信息系统分为两类: 析取(I型)和合取(II型)系统, 并对其分别提出了基于优势关系的粗糙集模型, 讨论了相关性. 最后用实例分析验证了所提出系统的有效性.

关键词: 粗糙集; 区间集值信息系统; 优势关系; 知识约简

中图分类号: TP18

文献标识码: A

Rough set theory in interval and set-valued information systems

LIN Yao-jin¹, LI Jin-jin¹, WU Shun-xiang²

(1. Department of Computer Science and Engineering, Zhangzhou Normal University, Zhangzhou 363000, China;

2. Department of Automation, Xiamen University, Xiamen 361005, China. Correspondent: LIN Yao-jin, E-mail: zzlinaojin@163.com)

Abstract: This paper respectively introduces set-valued information systems and interval-valued information systems, and presents interval and set-valued information systems which have common features of above two systems. According to the semantic relation of attribute values, interval and set-valued information systems can be classified into two categories, disjunctive(type I) and conjunctive(type II) systems. Then, a dominance-based rough set model is presented for these two types of interval and set-valued information systems, and some related properties are discussed. Finally, the results of practical examples show the effectiveness of the proposed system.

Key words: rough set; interval and set-valued information systems; dominance relation; knowledge reduction

1 引言

粗糙集自1982年由Pawlak提出以来,便在知识发现、决策分析和数据挖掘等领域获得巨大成功^[1-2].在现实中,人们经常面对属性具有偏好关系的信息系统,比如风险分析、市场占有率、负债率等.而经典粗糙集是基于等价关系获取等价类来构建上、下近似的,并没有考虑属性是准则的情况.针对这种情况, Greco等人^[3-5]提出了基于优势粗糙集模型,其基本思想是利用优势关系替代等价关系.此后,其他学者对基于优势关系的粗糙集模型进行了拓展及应用^[6-8].

现实中还存在属性值未知的信息系统,即不完备信息系统^[9-12].不完备信息系统可用集值信息系统描述^[13].文献[14-16]不仅将集值信息系统分为合取集值信息系统和析取集值信息系统,而且考虑了属性为准则的集值信息系统.另外,还存在属性值为区间的信息系统,即区间值信息系统^[13].文献[17-19]不

仅考虑了不完备区间值信息系统,而且考虑了属性为准则的区间值信息系统.但是,描述实际问题时,许多信息系统由于同时具有这两种信息系统的特性,仅用集值信息系统或区间值信息系统无法描述清楚.如某国会议即将对某项议案进行投票表决,记 $A = \{\text{提出该议案的议员}\}$, $B = \{\text{投赞成票的议员}\}$,显然该议案投赞成票的属性取值最小,应为集合 A ,最大的取值应为集合 B ,且 $A \subseteq B$;又如,专家对某企业规划的环境风险进行评估,其中环境风险分为 $\{1, 2, 3, 4\}$ 共4个等级,评估结果为最低1级,最高可能是3级或4级,显然该规划方案的环境风险属性取值最小为1,最高为3或4.

针对上述两种属性值为区间集值的信息系统,本文首先提出了区间集值信息系统,并依据属性值的语义关系,将属性值内元素之间为析取关系的系统称为I型系统,属性值内元素之间为合取关系的系统称

收稿日期: 2010-07-05; 修回日期: 2010-11-19.

基金项目: 国家自然科学基金项目(10971186, 11061004); 福建省教育厅A类重点项目(JA10202).

作者简介: 林耀进(1980-),男,讲师,硕士,从事粗糙集理论与应用、粒计算等研究; 李进金(1960-),男,教授,博士生导师,从事粗糙集理论与应用等研究.

为 II 型系统, 并分别定义了相应的优势关系; 然后讨论了基于这两种优势关系的粗糙集理论; 最后用实例分析验证了所提出系统的有效性.

2 基本概念

2.1 集值信息系统

定义 1^[13] 称 $S = (U, AT, F)$ 为集值信息系统, 若 $U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 为对象集, 每个 $x_i (i \leq n)$ 称为一个对象; $AT = (a_1, a_2, \dots, a_m)$ 为属性集, 每个 $a_j (j \leq m)$ 称为一个属性; $F = \{f_l | l \leq m\}$ 为对象属性值映射, $f_l : U \rightarrow P_0(V_l) (l \leq m), V_l$ 为属性 a_l 的值域, $P_0(V_l)$ 表示 V_l 的非空子集全体.

将属性值大小作为偏好进行度量, 比如市场占有率和产品的质量等, 则属性就是一种准则, 集值信息系统称为集值序值信息系统.

根据属性值之间的关系, 集值信息系统一般分为两类^[14]: 1) 属性值内元素之间是合取关系 (“ \wedge ”) 的系统称为合取集值信息系统; 2) 属性值内元素之间是析取关系 (“ \vee ”) 的系统称为析取集值信息系统. 当属性为准则时, 合取集值信息系统称为合取集值序值信息系统, 析取集值信息系统称为析取集值序值信息系统. 因此, 针对合取集值序值信息系统和析取集值序值信息系统, 分别构建如下优势关系:

定义 2^[15] 设 S 是一个合取集值序值信息系统, $\forall A \subseteq AT$, 定义优势关系为

$$R_A^{\wedge \geq} = \{(y, x) \in U \times U | f(y, a) \supseteq f(x, a) (\forall a \in A_1) \wedge f(y, a) \subseteq f(x, a) (\forall a \in A_2)\}.$$

其中: $A_1 \cup A_2 = A$, A_1 表示偏好递增的属性集合, A_2 表示偏好递减的属性集合.

为表述方便, 下面不再区分属性是偏好递增还是偏好递减.

定义 3^[15] 设 S 是一个析取集值序值信息系统, $\forall A \subseteq AT$, 定义优势关系为

$$R_A^{\vee \geq} = \{(y, x) \in U \times U | \max f(y, a) \geq \min f(x, a) (\forall a \in A)\}.$$

2.2 区间值信息系统

定义 4^[17] 称 $S = (U, AT, V, f)$ 为区间值信息系统, 若 U 为非空有限对象集, AT 为非空有限属性集, 则 $V = \bigcup_{a \in AT} V_a$ 且 V_a 为属性 a 的值域, $f : U \rightarrow V$ 为对象属性值映射, 且 V_a 是个区间值.

针对区间值信息系统, 对象 x 在属性 a 的取值表示为 $f(x, a) = [a^L(x), a^U(x)]$. 其中: $a^L(x), a^U(x) \in R$. 特别地, 当 $a^L(x) = a^U(x)$ 时, $f(x, a)$ 便退化为一个实

数, 因此可将单值信息系统认为是区间值信息系统的—个特例.

当属性是准则时, 区间值信息系统称为区间值序值信息系统. 针对区间值序值信息系统, 文献[17]构建了如下优势关系:

定义 5^[17] 设 S 是一个区间值序值信息系统, $\forall A \subseteq AT$, 则定义优势关系为

$$R_A^{\geq} = \{(y, x) \in U \times U | a^L(y) \geq a^L(x), a^V(y) \geq a^U(x) (\forall a \in A)\}.$$

3 区间集值信息系统

由于主客观条件的限制和随机因素的干扰, 在数据获取时, 人们得到的常常是数据的近似值, 对象存在相似的多次取值, 这些相似值往往一时难以确定取舍. 因此, 信息系统中有时存在某些对象的属性值无法确定, 但可以知道其取值范围, 据此引出区间集值信息系统.

定义 6 设 P 和 Q 为普通集合, 若变量 R 的取值范围是以集合 P 为下限, 集合 Q 为上限, 则称变量 R 为区间集值变量.

定义 7 称 $S = (U, AT, V, f)$ 是区间集值信息系统, 若 U 为非空有限对象集, AT 为非空有限属性集, $V = \bigcup_{a \in AT} V_a$ 且 V_a 为属性 a 的值域, $f : U \rightarrow V$ 为对象属性值映射, 且 V_a 是个区间集值变量.

针对区间集值信息系统, 根据其语义的解释, 主要存在以下两种类型的区间集值信息系统.

I 型: 对于 $x \in U, a \in AT, x$ 在 a 属性取值 $a(x)$ 表示为 $V_{x_a}^{x_a^+}$, 其中 x_a^-, x_a^+ 为集合, 并且满足 $\min(x_a^+) \geq \max(x_a^-), \min(x_a^-) \leq V_{x_a}^{x_a^+} \leq \max(x_a^+)$ 条件, 即集合 x_a^+ 的最小值至少等于集合 x_a^- 的最小值, 至多等于集合 x_a^+ 的最大值, 且集合里元素之间是“或”关系. 例如, 如果 a 表示企业投资中的环境风险评估指标, 则 $V_{x_a}^{x_a^+} = V_{\{1\}}^{\{3,4\}}$ 可解释为某企业的环境风险评估最低等级为 1, 最高等级可能为 3 或者 4.

II 型: 对于 $x \in U, a \in AT, x$ 在 a 属性取值 $a(x)$ 表示为 $V_{x_a}^{x_a^+}$, 其中满足 $x_a^- \subseteq V_{x_a}^{x_a^+} \subseteq x_a^+$ 条件, 即 $V_{x_a}^{x_a^+}$ 至少包含集合 x_a^- , 至多等于集合 x_a^+ , 且集合里元素之间是“且”关系. 例如, 如果 a 表示口语表达能力, 则

$$V_{x_a}^{x_a^+} = V \begin{cases} \{英语, 法语, 德语\} \\ \{英语\} \end{cases}$$

可被解释为: 知道 x 肯定会说英语, 但有可能也会说法语、德语, 所以

$$V \begin{cases} \{英语, 法语, 德语\} \\ \{英语\} \end{cases}$$

的取值为集合 $\{英语\}, \{英语, 法语\}, \{英语, 德语\}, \{英$

语, 法语, 德语} 中的一个.

下面分别对 I 型和 II 型区间集值信息系统建立基于优势关系的粗集模型.

1) I 型区间集值信息系统的粗集模型

下面的例子表示一个企业风险投资的 I 型区间集值信息系统.

例 1 某企业风险投资的 I 型区间集值信息系统如表 1 所示. 其中: $U = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ 表示 5 个企业, $AT = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\} = \{\text{市场风险, 技术风险, 经营风险, 环境风险, 产品风险, 金融风险}\}$.

表 1 一个企业风险投资的 I 型区间集值信息系统

U	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
x_1	$V_{\{3\}}^{\{4\}}$	$V_{\{4\}}^{\{5\}}$	$V_{\{3\}}^{\{4\}}$	$V_{\{3\}}^{\{4\}}$	$V_{\{2\}}^{\{3\}}$	$V_{\{4\}}^{\{5\}}$
x_2	$V_{\{1\}}^{\{2\}}$	$V_{\{1\}}^{\{2\}}$	$V_{\{1\}}^{\{2,3\}}$	$V_{\{1\}}^{\{2,3\}}$	$V_{\{2\}}^{\{3\}}$	$V_{\{1\}}^{\{2,3\}}$
x_3	$V_{\{3\}}^{\{4\}}$	$V_{\{4\}}^{\{5\}}$	$V_{\{3,4\}}^{\{5\}}$	$V_{\{3\}}^{\{4\}}$	$V_{\{3\}}^{\{4,5\}}$	$V_{\{4\}}^{\{5\}}$
x_4	$V_{\{2\}}^{\{3\}}$	$V_{\{4\}}^{\{5\}}$	$V_{\{2\}}^{\{3\}}$	$V_{\{2\}}^{\{3,4\}}$	$V_{\{2\}}^{\{3\}}$	$V_{\{3\}}^{\{4,5\}}$
x_5	$V_{\{1\}}^{\{2\}}$	$V_{\{1\}}^{\{2\}}$	$V_{\{1\}}^{\{2,3\}}$	$V_{\{1\}}^{\{2\}}$	$V_{\{2\}}^{\{3\}}$	$V_{\{1,2\}}^{\{3\}}$

在表 1 中, $a_5(x_3) = V_{\{3\}}^{\{4,5\}}$ 表示企业 x_3 的产品风险最低为 3 级, 最高为 4 级或者 5 级, 所以在 I 型区间集值信息系统中, 集合中元素之间是“或”关系. 针对 I 型区间集值信息系统, 定义优势关系如下:

定义 8 设 S 是一个 I 型区间集值信息系统, $\forall A \subseteq AT$, 定义优势关系为

$$R_A^I = \{(y, x) \in U \times U \mid \min y_a^+ \geq \min x_a^+ \wedge \max y_a^- \geq \max x_a^-(\forall a \in A)\}.$$

由于上限集合表示对象在相应属性的可能取值, 下限集合表示肯定取值, 优势关系 R_A^I 可以解释为: 在属性集 A 中, y 优于 x 当且仅当 y 的下限集合中的最大元素大于等于 x 下限集合中的最大元素, 并且 y 的上限集合中的最小元素大于等于 x 上限集合中的最小元素.

定理 1 设 S 是一个 I 型区间集值信息系统, $\forall A \subseteq AT$, 有:

① $R_A^I = \bigcap_{a \in A} R_a^I$;

② R_A^I 满足自反性和传递性, 但不满足对称性.

证明 根据定义 8, ① 显然成立, 下面证 ②.

$\forall x \in U, \min x_a^+ \geq \min x_a^+ \wedge \max x_a^- \geq \max x_a^-$, 即 $xR_A^I x$ 成立, 故 R_A^I 满足自反性. $\forall x, y \in U$, 若

$$\min y_a^+ \geq \min x_a^+ \wedge \max y_a^- \geq \max x_a^-,$$

则 $\min x_a^+ \geq \min y_a^+ \wedge \max x_a^- \geq \max y_a^-$ 不成立, 故 R_A^I 不满足对称性. $\forall x, y, z \in U$, 若 $\forall x, y \in U$, 有

$$\min y_a^+ \geq \min x_a^+ \wedge \max y_a^- \geq \max x_a^-,$$

$$\min z_a^+ \geq \min y_a^+ \wedge \max z_a^- \geq \max y_a^-,$$

则 $\min z_a^+ \geq \min x_a^+ \wedge \max z_a^- \geq \max x_a^-$ 肯定成立, 故 R_A^I 满足传递性. \square

定理 2 设 S 是一个 I 型区间集值信息系统, $\forall A, B \subseteq AT$, 有:

① 若 $B \subseteq A \subseteq AT$, 则 $R_B^I \supseteq R_A^I \supseteq R_{AT}^I$;

② 若 $B \subseteq A \subseteq AT$, 则 $[x_i]_B^I \supseteq [x_i]_A^I \supseteq [x_i]_{AT}^I$;

③ 若 $x_j \in [x_i]_A^I$, 则 $[x_j]_A^I \subseteq [x_i]_A^I$, 且 $[x_i]_A^I = \cup \{[x_j]_A^I \mid x_j \in [x_i]_A^I\}$.

定理 2 的证明可参考文献 [15] 中定理 3.3 的证明, 此略.

定义 9 设 S 是一个 I 型区间集值信息系统, $\forall A \subseteq AT$, x 基于优势关系 R_A^I 的特征类表示为 $[x]_A^I = \{y \in U \mid (y, x) \in R_A^I\}$.

例 2 对表 1 所示的 I 型区间集值信息系统, 有

$$[x_1]_{AT}^I = \{x_1, x_3\}, [x_2]_{AT}^I = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\},$$

$$[x_3]_{AT}^I = \{x_3\}, [x_4]_{AT}^I = \{x_1, x_3, x_4\},$$

$$[x_5]_{AT}^I = \{x_1, x_3, x_4, x_5\}.$$

2) II 型区间集值信息系统的粗集模型

下面的例子表示一个关于个人语言表达能力的 II 型区间集值信息系统.

例 3 一个关于个人语言表达能力的 II 型区间集值信息系统如表 2 所示. 其中: $U = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7\}$ 表示 7 个人, $AT = \{a_1, a_2, a_3, a_4\} = \{\text{听力, 口语, 阅读, 书写}\}$, 且 $V = \{\text{英语, 法语, 德语}\}$. 为表述方便, 分别用 E, F, G 代表英语, 法语, 德语.

表 2 一个关于个人语言表达能力的 II 型区间集值信息系统

U	a_1	a_2	a_3	a_4
x_1	$V_{\{E\}}^{\{E\}}$	$V_{\{\phi\}}^{\{E\}}$	$V_{\{F\}}^{\{F,G\}}$	$V_{\{F\}}^{\{F,G\}}$
x_2	$V_{\{E,F\}}^{\{E,F,G\}}$	$V_{\{E,F,G\}}^{\{E,F,G\}}$	$V_{\{F\}}^{\{F,G\}}$	$V_{\{F,G\}}^{\{E,F,G\}}$
x_3	$V_{\{E,G\}}^{\{E,G\}}$	$V_{\{E,F\}}^{\{E,F\}}$	$V_{\{F\}}^{\{F,G\}}$	$V_{\{G\}}^{\{F,G\}}$
x_4	$V_{\{F\}}^{\{E,F\}}$	$V_{\{E,G\}}^{\{E,G\}}$	$V_{\{F\}}^{\{F,G\}}$	$V_{\{F\}}^{\{F\}}$
x_5	$V_{\{G\}}^{\{F,G\}}$	$V_{\{F\}}^{\{F,G\}}$	$V_{\{G\}}^{\{E,G\}}$	$V_{\{\phi\}}^{\{F\}}$
x_6	$V_{\{\phi\}}^{\{F\}}$	$V_{\{F\}}^{\{F\}}$	$V_{\{F\}}^{\{E,F\}}$	$V_{\{E,F\}}^{\{E,F\}}$
x_7	$V_{\{F,G\}}^{\{E,F,G\}}$	$V_{\{E,F\}}^{\{E,F,G\}}$	$V_{\{E\}}^{\{E,G\}}$	$V_{\{E,F\}}^{\{E,F,G\}}$

表 2 中, $a_1(x_4) = V_{\{F\}}^{\{E,F\}}$ 表示 x_6 至少能听懂法语, 至多同时听懂法语和英语, 所以在 II 型区间集值信息系统中, 集合中元素之间是“且”关系. 针对 II 型区间集值信息系统, 定义优势关系如下:

定义 10 设 S 是一个 II 型区间集值信息系统, $\forall A \subseteq AT$, 定义优势关系为

$$R_A^{II} = \{(y, x) \in U \times U \mid |x_a^-| \leq |y_a^-| \wedge |x_a^+| \leq |y_a^+| (\forall a \in A)\},$$

其中 $|\cdot|$ 表示集合的基数.

不能说英语肯定好于法语或者劣于法语, 所以可根据掌握语言数量的多少来定义优势. 于是, 优势关系为 R_A^{II} 可解释为: 在属性集 A 中, y 优于 x 当且仅当 y 的下限集合中基数大于等于 x 下限集合中的基数, 并且 y 的上限集合中的基数大于等于 x 上限集合中的基数.

根据定义 10, 容易引出如下定理:

定理 3 设 S 是一个 II 型区间集值信息系统, $\forall A \subseteq AT$, 有:

- ① $R_A^{\text{II}} = \bigcap_{a \in A} R_a^{\text{II}}$;
- ② R_A^{II} 满足自反性和传递性, 但不满足对称性.

定理 3 的证明与定理 1 的类似, 此略.

定义 11 设 S 是一个 II 型区间集值信息系统, $\forall A \subseteq AT$, x 基于优势关系 R_A^{II} 的特征类表示为 $[x]_{AT}^{\text{II}} = \{y \in U | (y, x) \in R_A^{\text{II}}\}$.

例 4 对表 2 所示的 II 型区间集值信息系统, 有

$$\begin{aligned}
 [x_1]_{AT}^{\text{II}} &= \{x_1, x_2, x_3, x_7\}, [x_2]_{AT}^{\text{II}} = \{x_2, x_7\}, \\
 [x_3]_{AT}^{\text{II}} &= \{x_2, x_3, x_7\}, [x_4]_{AT}^{\text{II}} = \{x_2, x_3, x_4, x_7\}, \\
 [x_5]_{AT}^{\text{II}} &= \{x_2, x_3, x_4, x_5, x_7\}, \\
 [x_6]_{AT}^{\text{II}} &= \{x_2, x_3, x_6, x_7\}, [x_7]_{AT}^{\text{II}} = \{x_2, x_7\}.
 \end{aligned}$$

4 知识约简

区间集值信息系统 $S = (U, AT, V, f)$ 的优势关系 R_A^{I} 或 R_A^{II} (其中 $A \subseteq AT$) 可以确定其对象的基本关系, 但确定这些基本关系往往不需要 AT 中的所有属性. 于是, 通过知识的约简可以深化人们对知识的认识. 下面讨论区间集值信息系统的知识约简的实际操作方法. 首先研究 R_A^{I} 型区间集值信息系统的属性约简, 根据优势关系 R_A^{I} , 易得约简定义:

定义 12 设 $S = (U, AT, V, f)$ 是一个 I 型区间集值信息系统, $\forall A \subseteq AT$, A 是 I 型区间集值信息系统的一个约简, 当且仅当 $R_A^{\text{I}} = R_{AT}^{\text{I}}$ 且 $\forall B \subset A, R_B^{\text{I}} \neq R_A^{\text{I}}$.

下面给出计算约简的实际操作方法. $\forall x, y \in U$, I 型区间集值信息系统的区分辨识矩阵记为 $D = [D_{AT}(x, y)]$, 其中

$$D_{AT}(x, y) = \begin{cases} \{a_i \in AT : (x, y) \notin R_{a_i}^{\text{I}}\} : (x, y) \notin R_{AT}^{\text{I}}; \\ \phi : \text{其他}. \end{cases}$$

定义 13 设 $S = (U, AT, V, f)$ 是一个 I 型区间集值信息系统, 定义 $\Delta = \bigwedge D_{AT}(x, y) \in D \vee D_{AT}(x, y)$ 为 S 中区分函数.

利用布尔推理, 可将其化为极小析取范式. 在极小析取范式中, 每个合取子式对应属性集合 AT 的一个约简, 所有合取子式就是 AT 的全部约简. 全部约简的交即为 AT 的核.

例 5 表 3 给出了表 1 所示 I 型区间集值信息系统基于优势关系 R_A^{I} 的辨识矩阵.

表 3 表 1 所示的 I 型区间集值信息系统基于优势关系 R_A^{I} 的辨识矩阵

x_i/x_j	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1		$a_1 a_2 a_3 a_4 a_6$		$a_1 a_3 a_4 a_6$	$a_1 a_2 a_3 a_4 a_6$
x_2					
x_3	$a_3 a_5$	AT		$a_1 a_3 a_4 a_5 a_6$	AT
x_4		$a_1 a_2 a_3 a_4 a_6$			$a_1 a_2 a_3 a_4 a_6$
x_5		a_6			

综上, $\{a_3, a_6\}$ 或者 $\{a_5, a_6\}$ 为表 1 所示 I 型区间集值信息系统基于优势关系 R_A^{I} 的约简. 可以看出, 金融风险是该企业投资的核心影响因素, 经营风险和产品风险是两个重要的影响因素.

类似地, II 型区间集值信息系统基于优势关系 R_A^{II} 的约简为 $\{a_1, a_2, a_4\}$. 可以看出, 当一个人同时具有听力能力, 口语能力和书写能力时, 则他肯定具有阅读能力, 所以该约简 $\{a_1, a_2, a_4\}$ 符合实际情况.

5 结 论

粗糙集的拓展模型目前已成为粗糙集的一个研究热点, 本文不仅提出了同时具有集值信息系统和区间值信息系统特点的区间值信息系统, 并引入了优势关系. 根据属性值的语义关系, 将区间集值信息系统分为两类: I 型和 II 型. 进一步, 分别讨论了相应系统的粗糙集模型, 并通过实例对模型的使用进行了说明. 由于区间值决策表的规则提取同时包含区间值决策表和集值决策表的共同点, 相对比较复杂, 下一步将对区间集值决策表的规则提取进行研究.

参考文献(References)

- [1] Pawlak Z. Rough sets theory and its applications to data analysis[J]. Cybernetics and System, 1998, 29(7): 661-668.
- [2] Pawlak Z. Rough sets and intelligent data analysis[J]. Information Sciences, 2002, 147(1): 1-12.
- [3] Greco S, Matarazzo B, Slowinski R. A new rough set approach to multicriteria and multiattribute classification[C]. Lecture Notes in Artificial Intelligence. Berlin: Springer-Verlag, 1998, 1424: 60-67.
- [4] Greco S, Matarazzo B, Slowinski R. Rough set for multicriteria decision analysis[J]. European J of Operational Research, 2001, 129(1): 1-47.
- [5] Greco S, Matarazzo B, Slowinski R. Rough set methodology for sorting problems in Presence of multiple attributes and criteria[J]. European J of Operational Research, 2002, 138(2): 247-259.
- [6] Sai Y, Yao Y Y, Zhong N. Dominance relation and rules in an incomplete ordered information system[J]. Int J of Intelligent Systems, 2005, 20(1): 13-27.

- [7] Yang X B, Yang J Y, Wu C, et al. Dominance-based rough set approach and knowledge reductions in incomplete ordered information system[J]. *Information Sciences*, 2008, 178(4): 1219-1234.
- [8] 胡明礼, 刘思峰. 基于广义优势扩展关系的粗糙决策分析方法[J]. *控制与决策*, 2007, 22(12): 1347-1351.
(Hu M L, Liu S F. Rough analysis method of multi-attribute decision making based on generalized extended dominance relation[J]. *Control and Decision*, 2007, 22(12): 1347-1351.)
- [9] Kryszkiewicz M. Rough set to incomplete information system[J]. *Information System*, 1998, 112(2): 39-49.
- [10] Stefanowski J, Tsoukias A. Incomplete information tables and rough classification[J]. *Computational Intelligence*, 2001, 17(3): 545-566.
- [11] Grzymala-Busse J W. Characteristic relations for incomplete data: A generalization of indiscernibility relation[C]. *Lecture Notes in Artificial Intelligence*. Berlin: Springer-Verlag, 2004, 3066: 244-253.
- [12] 王国胤. Rough 集理论在不完备信息系统中的扩充[J]. *计算机研究与发展*, 2002, 39(10): 1238-1243.
(Wang G Y. Extension of rough set under incomplete information systems[J]. *J of Computer Research and Development*, 2002, 39(10): 1238-1243.)
- [13] 张文修, 梁怡, 吴伟志. 信息系统与知识发现[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 127-145.
(Zhang W X, Liang Y, Wu W Z. *Information system and knowledge discovery*[M]. Beijing: Science Press, 2003: 127-145.)
- [14] Guan Y Y, Wang H K. Set-valued information systems[J]. *Information Science*, 2006, 176(17): 2507-2525.
- [15] Qian Y H, Dang C Y, Liang J Y, et al. Set-valued ordered information systems[J]. *Information Science*, 2009, 179(16): 2809-2832.
- [16] Qian Y H, Dang C Y, Liang J Y, et al. On dominance relations in disjunctive set-valued ordered information systems[J]. *Int J of Information Technology & Decision Making*, 2010, 9(1): 9-33.
- [17] Qian Y H, Liang J Y, Dang C D. Interval ordered information systems[J]. *Computer & Mathematics with Applications*, 2008, 56(8): 1994-2009.
- [18] Leung Y, Fischer M M, Wu W Z, et al. A rough set approach for discovery of classification rules in interval-valued information systems[J]. *Computer & Mathematics with Applications*, 2008, 47(1): 233-246.
- [19] Yang X B, Yu D J, Yang J Y, et al. Dominance-based rough set approach to incomplete interval-valued information system[J]. *Data & Knowledge Engineering*, 2009, 68(12): 1331-1347.

(上接第1610页)

- [77] 王醒策. 基于强化学习和群集智能方法的多机器人协作协调研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学计算机科学与技术学院, 2005.
(Wang X C. Research on cooperation and coordination of multi-robot system based on reinforcement learning and swarm intelligence method[D]. Harbin: College of Computer Science and Technology, Harbin Institute of Technology, 2005.)
- [78] Ito K, Gofuku A. Hybrid autonomous control for multi mobile robots[J]. *Advanced Robotics*, 2004, 18(1): 83-99.
- [79] 范波, 潘泉, 张洪才. 基于Markov对策的多智能体协调方法及其在Robot Soccer中的应用[J]. *机器人*, 2005, 27(1): 46-51.
(Fan B, Pan Q, Zhang H C. A multi-agent coordination method based on Markov game and application to robot soccer[J]. *Robot*, 2005, 27(1): 46-51.)
- [80] 刘春阳, 谭应清, 柳长安, 等. 多智能体强化学习在足球机器人中的研究与应用[J]. *电子学报*, 2010, 38(8): 1958-1962.
(Liu C Y, Tan Y Q, Liu C A, et al. Application of multi-agent reinforcement learning in robot soccer[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2010, 38(8): 1958-1962.)
- [81] Guo H L, Meng Y. Dynamic correlation matrix based multi-Q learning for a multi-robot System[C]. *Proc of IROS'08*. Nice, 2008: 840-845.
- [82] Zhang Z, Ma S G, Cao B G, et al. Multiagent reinforcement learning for a planetary exploration multirobot system[C]. *Proc of PRIMA 2006*, LNCS 4088. Heidelberg: Springer, 2006: 339-350.
- [83] Ishihara S, Igarashi H. Applying the policy gradient method to behavior learning in multiagent systems: The pursuit problem[J]. *Systems and Computers in Japan*, 2006, 37(10): 101-109.
- [84] Liu J, Liu S H, Wu H Y, et al. A pursuit-evasion algorithm based on hierarchical reinforcement learning[C]. *Proc of ICMTMA'09*. Zhangjiajie, 2009: 482-486.