

文章编号: 1001-0920(2002)03-0381-04

用于刚性机械手的无抖振快速终端滑模控制

冯 勇¹, 鲍 晟¹, 余星火²

(1 哈尔滨工业大学 电气工程系, 黑龙江 哈尔滨 150001;

2 中昆士兰大学 信息与通讯学院, 澳大利亚 QLD 4702)

摘 要: 提出一种用于刚性机械手的无抖振快速终端滑模鲁棒控制器。快速终端滑模综合了终端滑模和传统线性滑模的优点, 能在有限时间内到达平衡点, 并降低系统稳态误差。采用优化方法推导出系统的跟踪精度和用于消除抖振的饱和函数宽度之间的数学关系。利用系统的参数化模型, 可将参数的不确定部分从回归矩阵中分离出来。根据每个参数的不确定范围设计鲁棒控制器。仿真结果证明了该方法的有效性。

关键词: 轨迹跟踪; 变结构控制; 有限时间控制

中图分类号: TP 24

文献标识码: A

Chattering free fast terminal sliding mode control for rigid robotic manipulators

FENG Yong¹, BAO Sheng¹, YU Xing-huo²

(1 Department of Electrical Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;

2 Faculty of Informatics and Communication, Central Queensland University, QLD 4702, Australia)

Abstract: A chattering free fast terminal sliding mode robust controller for rigid manipulators is proposed. Combining the advantages of terminal sliding mode and traditional linear sliding mode, this controller can drive systems to reach the equilibrium point in finite time with reduced steady state error. The mathematical relationship between the tracking precision of the system and the width of the saturation function used to eliminate chattering is formulated by using the optimization method. The uncertainties in the parameters are removed from the regressor matrix by using the parameterized model. The robust controller is designed according to the bound of the uncertainty present in each parameter. Simulation results are presented to validate the analysis.

Key words: trajectory tracking; variable structure control; finite time control

1 引 言

传统变结构系统(VSS)的一个典型特点是状态渐近收敛于平衡点。最近, 终端滑模(TSM)控制器的研究引起了人们的重视, 它具有一些良好的特性,

如状态能在有限时间内收敛, 相对于传统的线性滑模控制器具有更高的稳态跟踪精度等。但是当系统远离平衡点时, 现有的TSM控制性能不如线性滑模控制。为克服这一问题, 文献[1]提出一种快速终端滑模(FTSM)控制器, 可以综合TSM控制和传统

收稿日期: 2001-03-01; **修回日期:** 2001-06-04

作者简介: 冯勇(1962—), 男, 江苏南京人, 教授, 博士生导师, 从事变结构控制、鲁棒控制等研究; 鲍晟(1975—), 女, 湖北十堰人, 博士生, 从事变结构控制、鲁棒控制等研究。

滑模控制的优点,使得状态在远离平衡点和平衡点附近时都能快速收敛。

在刚性机械手控制领域,现已提出了多种鲁棒控制方法。文献[2]提出一种鲁棒跟踪控制器;文献[3]基于L yapunov 基本理论提出一种鲁棒非线性控制器;文献[4]提出了终端滑模控制器。本文则提出一种用于 n 自由度刚性机械手的快速终端滑模控制策略,可根据系统各个参数的不确定范围,设计快速终端滑模控制器,保证系统对于内部参数的不确定性和外部干扰都具有鲁棒性。为消除抖振,采用了一种平滑方法。同时探讨了系统的跟踪精度问题,并阐明了跟踪精度和用以消除抖振的饱和函数宽度之间的数学关系,根据给定的跟踪精度,可以设计出适当的饱和函数。

2 快速终端滑模控制

快速终端滑模的概念可由下面的一阶动力学系统来描述

$$\dot{s} = \dot{x}_1 + \alpha x_1 + \beta x_1^{q/p} = 0 \quad (1)$$

式中, $x_1 \in R^1$, $\alpha, \beta > 0$ 为常数, $p > q$ 为奇数。对于给定初始状态 $x_1(0) \neq 0$, 系统(1) 将在有限时间 t_s 内到达 $x_1 = 0$, t_s 由下式决定

$$t_s = \frac{p}{\alpha(p-q)} \ln \frac{\alpha x_1(0)^{(p-q)/p} + \beta}{\ln \beta} \quad (2)$$

显然,平衡点 0 是一个终端吸引子。滑模(1) 中非线性项的引入改进了平衡点的收敛性。

快速终端滑模的收敛速度比相应的线性滑模快得多。当接近平衡点时,线性滑模的收敛速度指数减慢,而快速滑模的收敛速度指数加快。

3 刚性机械手的快速终端滑模控制

对一个 n 关节的机械手,其模型为

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + g(q) = \tau(t) \quad (3)$$

式中, $q(t)$ 为 $n \times 1$ 维关节角位移, $M(q)$ 为 $n \times n$ 维对称正定惯量矩阵, $C(q, \dot{q})$ 为 $n \times 1$ 维哥氏力和离心力, $g(q)$ 为 $n \times 1$ 维重力矩, $\tau(t)$ 为 $n \times 1$ 维控制转矩。

机械手具有下述两个重要特性:

1) $M(q) - 2C(q, \dot{q})$ 是一个斜对称矩阵,即

$$\frac{1}{2} s^T (M(q) - 2C(q, \dot{q})) s = 0, \quad \forall s \quad (4)$$

2) 机器人动力学系统(3) 可被参数线性化如下

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + g = \tau(t) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta \quad (5)$$

$$M_0\ddot{q} + C_0\dot{q} + g_0 = \tau_0(t) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta_0 \quad (6)$$

式中, θ 为含有未知参数的 n_p 维列向量, θ_0 为 θ 的标称向量, $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$ 为参数确定的 $n \times n_p$ 维回归矩阵。式(6) 称为式(5) 的标称方程。 M_0 , C_0 和 g_0 分别为 M , C 和 g 的标称矩阵, 关系为 $M = M_0 + \Delta M$; $C = C_0 + \Delta C$; $g = g_0 + \Delta g$ 。定义参数误差 θ 及其各个分量 θ_i 的参数不确定范围如下

$$\theta = \theta_0 - \theta_1 \quad (7)$$

$$|\theta_i| = |\theta - \theta_{0i}| \leq \rho_i, \quad i = 1, \dots, n_p \quad (8)$$

定义1 本文中 $\|\cdot\|$ 定义为1范数。

定义2 定义如下形式的两个列向量

$$\text{sgn}(s) = [\text{sgn}(s_1), \dots, \text{sgn}(s_n)]^T$$

$$\text{sgn}(Y^T(q, \dot{q}, v, a)s) =$$

$$[\text{sgn}((Y^T s)_1), \dots, \text{sgn}((Y^T s)_{n_p})]^T$$

定理1 对于 n 自由度的刚性机械手(3), 如果 FTSM 的切换面选为

$$s = \dot{\tilde{q}} + \Lambda_1 \tilde{q} + \Lambda_2 \tilde{q}^{q/p} \quad (9)$$

式中, $\tilde{q} = q - q_r$, q_r 为给定二次连续可微参考轨迹, $\Lambda_1 = \text{diag}(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$; $\Lambda_2 = \text{diag}(\beta_1, \dots, \beta_n)$; $p = 2m + 1, m = 1, 2, \dots, p > q_0$ 。如果 FTSM 控制为

$$\tau = \tau_0 + u_0 + u_1 \quad (10)$$

$$\tau_0 = M_0 a + C_0 v + g_0 = Y(q, \dot{q}, v, a)\theta_0 \quad (11)$$

$$u_0 = -K \text{sgn}(s) \quad (12)$$

$$u_1 = -Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r, \ddot{q}_r) \text{diag}(\rho_1, \dots, \rho_{n_p}) \times \text{sgn}(Y^T(q, \dot{q}, \ddot{q}_r, \ddot{q}_r)s) \quad (13)$$

式中, $K = \text{diag}[k_1, \dots, k_n]$ 为设计参数矩阵, 并且

$$v = \dot{q}_r - \Lambda_1 \tilde{q} - \Lambda_2 \tilde{q}^{q/p} \quad (14)$$

$$a = \ddot{v} = \ddot{q}_r - \Lambda_1 \dot{\tilde{q}} - \frac{q}{p} \Lambda_2 \text{diag}[\tilde{q}_1^{q/p-1}, \dots, \tilde{q}_n^{q/p-1}] \dot{\tilde{q}} \quad (15)$$

则系统的跟踪误差 $\tilde{q}(t)$ 可在有限时间内收敛到零。

证明 考虑如下L yapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} s^T M_0(q)s$$

V 沿着快速终端滑模(9) 的时间导数为

$$\dot{V} = s^T M_0(q)\dot{s} + \frac{1}{2} s^T \dot{M}_0(q)s =$$

$$-s^T K \text{sgn}(s) - s^T Y(\theta + \text{diag}(\rho_1, \dots, \rho_{n_p}) \text{sgn}(Y^T s))$$

即 $\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(K) \|s\| < 0, \|s\| \neq 0$

式中 $\lambda_{\min}(K)$ 为 K 的最小特征值。因此, 终端滑模变量 s 将在有限的时间内收敛到零。□

4 机械手无抖振快速终端滑模控制

为了消除定理1中存在的抖振现象, 采用饱和函数代替开关函数的控制策略。

定义3 饱和函数向量定义为

$$\text{sat}(Y^T(q, \dot{q}, v, a) s, \epsilon) = [\text{sat}((Y^T s)_1, \epsilon_1), \dots, \text{sat}((Y^T s)_{n_p}, \epsilon_{n_p})]^T$$

式中

$$\text{sat}((Y^T s)_i, \epsilon_i) = \begin{cases} \text{sgn}((Y^T s)_i), & |(Y^T s)_i| > \epsilon_i \\ (Y^T s)_i / \epsilon_i, & |(Y^T s)_i| \leq \epsilon_i \end{cases}$$

定理2 在定理1中, 如果用饱和函数代替符号函数, 则可消除抖振。即控制中的式(12)和(13)变为

$$u_0 = \begin{cases} -K \frac{s}{\|s\|}, & \|s\| > \delta \\ -K \frac{s}{\delta}, & \|s\| \leq \delta \end{cases} \quad (16)$$

$$u_1 = -Y \text{diag}(\rho_1, \dots, \rho_{n_p}) \times \text{sat}(Y^T(q, \dot{q}, v, a) s, \epsilon) \quad (17)$$

式中, $\epsilon = [\epsilon_1, \dots, \epsilon_{n_p}]^T$ 为设计参数向量, δ 为与 ϵ 和 K 有关的参数, 即

$$\delta = \frac{1}{\lambda_{\min}(K)} \sum_{i=1}^{n_p} \frac{\rho_i \epsilon_i}{4} \quad (18)$$

进一步, 系统在TSM时的稳态跟踪精度可描述如下

$$\|\tilde{q}\| \leq \delta^{p/q} / \|\Lambda_2\|^{p/q}, \quad t \rightarrow \infty \quad (19)$$

证明 取定理1证明所用的Lyapunov函数。

假设 $Y^T s = \xi^T = [\xi_1, \dots, \xi_{n_p}]^T$ 。

$$\dot{V} \leq$$

$$\begin{aligned} & -\lambda_{\min}(K) \|s\| + s^T Y(\Theta - \\ & \text{diag}(\rho_1, \dots, \rho_{n_p}) \text{sat}(Y^T s, \epsilon)) \leq \\ & -\lambda_{\min}(K) \|s\| + s^T Y(\text{diag}(\rho_1, \dots, \rho_{n_p}) \times \\ & \text{sgn}(Y^T s) - \text{diag}(\rho_1, \dots, \rho_{n_p}) [\xi_1/\epsilon_1, \dots, \xi_{n_p}/\epsilon_{n_p}]^T) \end{aligned}$$

注意

$$\begin{aligned} & s^T Y(\text{diag}(\rho_1, \dots, \rho_{n_p}) \text{sgn}(Y^T s) - \\ & \text{diag}(\rho_1, \dots, \rho_{n_p}) [\xi_1/\epsilon_1, \dots, \xi_{n_p}/\epsilon_{n_p}]^T) = \\ & \rho_1 |\xi_1| + \dots + \rho_{n_p} |\xi_{n_p}| - \rho_1 \frac{\xi_1^2}{\epsilon_1} - \dots - \rho_{n_p} \frac{\xi_{n_p}^2}{\epsilon_{n_p}} \end{aligned}$$

求得上式的最大值为 $\sum_{i=1}^{n_p} \frac{\rho_i \epsilon_i}{4}$, 所以

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(K) \|s\| + \sum_{i=1}^{n_p} \frac{\rho_i \epsilon_i}{4}$$

最后得到

$$\dot{V} < 0, \quad \|s\| > \frac{1}{\lambda_{\min}(K)} \sum_{i=1}^{n_p} \frac{\rho_i \epsilon_i}{4}$$

另外, 对于FTSM有 $s = \dot{\tilde{q}} + \Lambda_1 \tilde{q} + \Lambda_2 \tilde{q}^{q/p}$ 。当 $t \rightarrow \infty$ 时, 有 $\|s\| < \delta$ 。考虑Lyapunov函数 $V = \|\tilde{q}\|$, 微分得

$$\dot{V} = \text{sgn}(\tilde{q})^T (s - \Lambda_1 \tilde{q} - \Lambda_2 \tilde{q}^{q/p}) < \|\tilde{q}\| - \|\Lambda_2\| \|\tilde{q}\|^{q/p}$$

则 V 收敛于 $\|\Lambda_2\| \|\tilde{q}\|^{q/p} \leq \|s\| < \delta$ 。即当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\|\tilde{q}\| \leq (\delta / \|\Lambda_2\|)^{p/q}$ 。□

5 仿真实例

两关节机械手动力学方程如下

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} a_{11}(q_2) & a_{12}(q_2) \\ a_{12}(q_2) & a_{22}(q_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} -\beta_{12}(q_2) \dot{q}_1^2 - 2\beta_{12}(q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ \beta_{12}(q_2) \dot{q}_2^2 \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} \gamma_1(q_1, q_2) g \\ \gamma_2(q_1, q_2) g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (20) \end{aligned}$$

系统参数: $r_1 = 1 \text{ m}$, $r_2 = 0.8 \text{ m}$, $J_1 = 5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $J_2 = 5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $m_1 = 0.5 \text{ kg}$, $m_2 = 1.5 \text{ kg}$, $m_1 = 0.4 \text{ kg}$, $m_2 = 1.2 \text{ kg}$ 。参考信号: $q_{r1} = 1.25 - (7/5)e^{-t} + (7/20)e^{-4t}$; $q_{r2} = 1.25 + e^{-t} - (1/4)e^{-4t}$ 。

设计FTSM模型如下

$$s_1 = \dot{\tilde{q}}_1 + 0.25\tilde{q}_1 + 0.5\tilde{q}_1^{3/5} = 0$$

$$s_2 = \dot{\tilde{q}}_2 + 0.25\tilde{q}_2 + 0.5\tilde{q}_2^{3/5} = 0$$

式中 $\tilde{q}_1 = q_1 - q_{r1}$, $\tilde{q}_2 = q_2 - q_{r2}$

为了消除抖振, 采用定理2中提出的方案, 仿真结果见图1~图3。其中, 图1和图2表示采用定理2中的控制方案时, 关节1和关节2的输出轨迹, 图3表示关节1和关节2相应的控制输入。由图可见抖

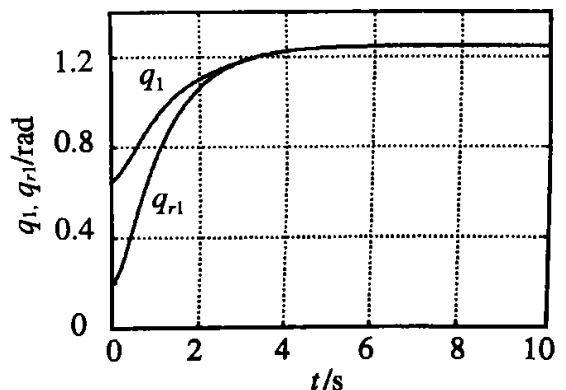


图1 无抖振控制时关节1的跟踪输出信号

振已经消除。

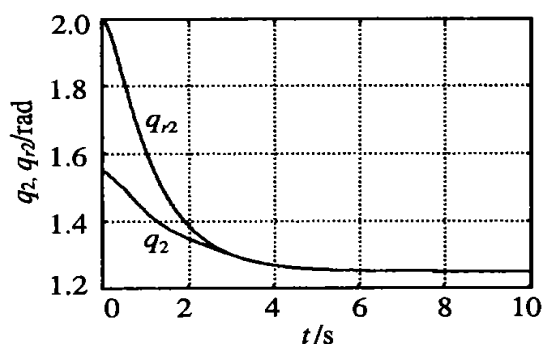


图2 无抖振控制时关节2的跟踪输出信号

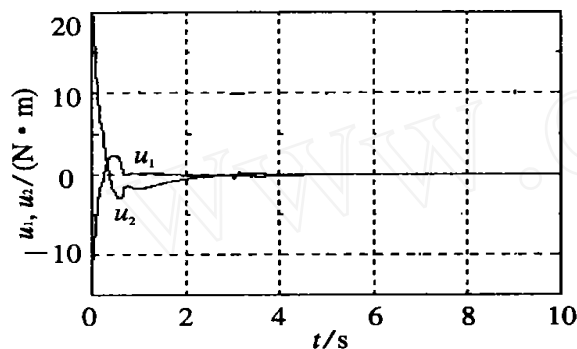


图3 无抖振控制时关节1和2的控制输入信号

6 结 论

本文设计了刚性机械手的快速终端滑模鲁棒控制器,采用优化方法分析了系统的稳态跟踪精度和用于消除抖振的饱和函数宽度之间的关系,推导出数学表达式。可根据给定的跟踪精度指标,设计出整个机器人控制系统。通过计算机仿真验证了本文提出的控制方法的有效性。

参考文献(References):

- [1] Yu X, Wu Y, Man Z. On global stabilisation of nonlinear dynamical systems[A]. Variable Structure Systems, Sliding Mode and Nonlinear Control: Lecture Notes in Control and Information Science[C]. NY: Springer-Verlag, 1999. 109-122.
- [2] Man Z, A P Paplinski. Robust tracking control for rigid robotic manipulators[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1994, 39(1): 154-159.
- [3] Spong M W. On the robust control of robot manipulator[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1992, 37(11): 1782-1786.
- [4] Yu T. Terminal sliding mode control for rigid robots[J]. Automatica, 1998, 34(1): 51-56.

(上接第374页)

参考文献(References):

- [1] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its application to control[J]. IEEE Trans on SMC, 1986, 15(1): 116-132.
- [2] Liu Haifa, Wei Qingfu. Identification and optimization of T-S fuzzy model[A]. Proc of 14th IFAC World Cong[C]. Beijing, 1999.
- [3] Martin Fischer, Oliver Nelles, Rolf Iseemann. Predictive control based on local linear fuzzy models

[J]. Int J System Science, 1998, 29(7): 679-697.

- [4] 刘忠信,陈增强,袁著祉. 基于T-S模型的局部递推辨识及广义预测控制[J]. 清华大学学报(J of Tsinghua Univ), 2000, 40(S2): 100-104.
- [5] Miyamoto S. Fuzzy sets in information retrieval and cluster analysis[M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1990.
- [6] 王翼,王秀峰. 现代控制论基础[M]. 北京: 高等教育出版社, 1995. 402-406.

(上接第380页)

参考文献(References):

- [1] Tilman F A, Hwang C L, Kuo W. Optimization of system reliability[M]. New York: Marcel Dekker, 1980.
- [2] Hikita M, Nakagawa Y, Narihisa H. Reliability optimization of system by a surrogate-constraints

algorithm[J]. IEEE Trans on Reliability, 1992, 41(3): 473-480.

- [3] Xu Z K, Kuo W, Lin H H. Optimization limits in improving system reliability[J]. IEEE Trans on Reliability, 1990, 39(1): 51-60.