第 30 卷 第 7 期
Vol. 30 No. 7

控 制 与 决 策
Control and Decision

2015 年 7 月
Jul. 2015

文章编号: 1001-0920 (2015) 07-1303-06 **DOI:** 10.13195/j.kzyjc.2014.0376

不确定非线性多智能体系统的分布式容错协同控制

王 巍[1,2], 王 丹[1], 彭周华[1]

(1. 大连海事大学 轮机工程学院, 辽宁 大连 116026；2. 辽宁工业大学 电气工程学院, 辽宁 锦州 121001)

摘 要: 针对一类存在未知非线性的多智能体系统, 研究具有执行器故障的“领导-跟随”协同控制问题. 利用模糊逻辑系统逼近系统的未知非线性, 通过设计故障估计器辨识系统的故障. 在“跟随者”之间的通信网络为单向连通的情况下, 提出分布式模糊容错协同控制器的设计方案, 实现“跟随者”的状态跟踪“领导者”的状态. 基于 Lyapunov 稳定性理论, 证明系统的跟踪误差一致最终有界. 仿真结果验证了所提出设计方法的有效性.

关键词: 非线性多智能体系统；执行器故障；协同控制；模糊逻辑系统；分布式控制

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Fault-tolerant control for synchronization of uncertain nonlinear multi-agent systems

WANG Wei[1,2], *WANG Dan*[1], *PENG Zhou-hua*[1]

(1. School of Marine Engineering，Dalian Maritime University，Dalian 116026，China；2. School of Electrical Engineering，Liaoning University of Technology，Jinzhou 121001，China．Correspondent：WANG Dan，E-mail: dwangdl@gmail.com)

Abstract: The leader-follower synchronization problem of uncertain nonlinear multi-agent systems with actuator faults is studied. By using fuzzy logic systems to approximate the unknown nonlinearities and fault estimators to identify the faults, a design scheme of distributed fuzzy fault-tolerant controllers for synchronization is proposed to guarantee that the states of all followers synchronize to that of the leader under directed communication graphs. Based on the Lyapunov stability theory, it is proved that the tracking errors are uniformly ultimately bounded. Simulation results show the effectiveness of the designed method.

Keywords: nonlinear multi-agent systems；actuator faults；synchronization；fuzzy logic system；distributed control

0 引 言

多智能体系统的协调控制具有广泛的工程应用背景,如无人机协调控制、多机器人编队控制、卫星群队形控制等[1-3]. 协同控制是多智能体系统协调控制的基础问题, 已经取得了很多研究成果[4-16]. 文献 [4-8] 基于图论和矩阵理论, 研究了线性系统的协同控制问题; 文献 [9] 基于稳定集合和有限集合概念, 针对一阶非线性多智能体系统, 提出了协同控制方案; 文献 [10] 利用图论、矩阵理论和 LaSalle 不变集原理, 采用 pinning 控制方法解决了二阶非线性系统的协同控制问题; 文献 [11] 针对高阶非线性多智能体系统, 基于小环增益方法提出了协同控制的设计方案. 文献 [9-11] 提出的协同控制算法均要求系统的非线性函数满足 Lipschtiz 条件. 在实际控制系统中, 传感器的精度、外界条件的变化等因素会导致系统存在不确定性. 针对不确定非线性多智能体系统, 文献 [12-16] 提出了基于神经网络或者模糊逻辑系统的自适应协同控制算法.

随着控制系统规模越来越大, 系统出现故障的可能性越来越高, 而且有些故障会引起巨大的经济损失, 因此容错控制得到了广泛的重视. 多智能体系统的故障可以分为两大类: 一是智能体之间的通信网络发生故障; 二是智能体自身存在故障. 第一类故障会直接导致通信网络发生变化, 目前已有很多文献研究

收稿日期: 2014-03-18；**修回日期:** 2014-06-23.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61273137, 51209026)；辽宁省教育厅科学研究一般项目 (L2014244, L2013202)；中央高校基本科研业务费专项资金项目 (3132014321, 3132015021)；辽宁工业大学教师科研启动基金项目 (X201313).

作者简介: 王巍(1980−), 女, 讲师, 博士生, 从事多智能体系统及智能控制的研究；王丹(1960−), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性系统的自适应控制、多船舶运动控制理论等研究.

不同通信网络下多智能体系统的协同控制问题, 但很少研究智能体自身存在故障的协同控制问题[17-20]. 文献 [17-18] 针对线性多智能体系统, 当执行器发生故障时, 提出了协同控制的设计方案. 文献 [19] 研究了一阶非线性多智能体系统的容错控制. 针对一阶非线性多智能体系统, 当智能体发生故障时, 在不改变通信网络结构的前提下, 通过调节通信网络的权值使系统实现协同. 但是文献 [19] 的系统中的非线性函数要求满足指数衰减特性, 并且最终协同的目标是一个固定点. 文献 [20] 研究了高阶 Brunovsky 形式非线性多智能体系统的容错协同控制问题. 通过定义滑模误差面, 设计了容错协同控制器.

本文针对一类不确定非线性多智能体系统, 当智能体自身存在故障时, 研究具有动态"领导者"的容错协同控制问题. "跟随者" 模型中存在未知非线性函数, 且仅有部分"跟随者"能获得"领导者"的信息. 利用模糊逻辑系统逼近系统的未知非线性函数, 设计故障估计器辨识系统的故障并用于协同控制器的设计, 通过求解黎卡提方程确定系统的控制增益. 在"跟随者"之间的通信网络是单向连通的情况下, 提出分布式容错协同控制器的设计方案. 基于 Lyapunov 稳定性理论, 证明了当系统发生故障时, 本文设计的控制器可保证"跟随者"的状态能够跟踪"领导者"的状态, 而且跟踪误差一致最终有界.

本文主要贡献如下: 1) 当智能体自身发生故障时, 现有文献仅考虑了线性、一阶非线性和高阶 Brunovsky 形式非线性多智能体系统的协同控制方法, 本文结合图论、矩阵理论和自适应模糊控制方法, 研究了一类不确定非线性多智能体系统的容错协同控制问题. 文献 [20] 中研究的系统只是本文研究的非线性系统的一个特例. 2) 文献 [19] 要求系统的非线性函数具有指数衰减的特性, 且"领导者" 是静态的, 而本文研究的多智能体系统中的非线性函数可以是任意光滑连续的未知函数, 且"领导者" 是动态的.

1 预备知识

文中的数学符号定义如下: I_N 表示 N 维单位阵, $\|\cdot\|$ 表示向量 2- 范数, $\|\cdot\|_{\mathrm{F}}$ 表示矩阵 F- 范数, $\bar{\sigma}(\cdot)$ 和 $\underline{\sigma}(\cdot)$ 分别表示矩阵的最大和最小奇异值, $\mathrm{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹, $\mathrm{diag}(\lambda_i)$ 表示第 i 个元素为 λ_i 的对角阵, $\otimes$ 表示 Kronecker 积.

考虑由 N 个"跟随者"与一个"领导者"组成的多智能体系统. 单向有向图 $\mathcal{G} = \{\nu, \varepsilon, \varLambda\}$ 描述了"跟随者"之间的网络通信. 其中: $\nu = \{n_1, n_2, \cdots, n_N\}$ 为所有顶点组成的集合, n_i 表示第 i 个"跟随者"; $\varepsilon = \{(n_i, n_j) \in \nu\times\nu\}$ 为所有边组成的集合, $(n_i, n_j) \in \varepsilon$ 表示"跟随者"j 能够获取"跟随者"i 的信息, 定义"跟随者"i 的邻接集合 $\mathcal{N}_i = \{j|(n_i, n_j) \in \varepsilon\}$; $\varLambda = [a_{ij}] \in R^{N\times N}$ 为邻接矩阵, 如果 $(n_i, n_j) \in \varepsilon$, 则 $a_{ij} = 1$, 否则 $a_{ij} = 0$. 假设顶点与自身没有连通性, 即 $a_{ii} = 0$, 如果有向图存在根节点, 即根节点到其余任何节点都存在路径, 则 $\mathcal{G}$ 存在有向生成树. 定义 $\mathcal{L} = [\mathcal{L}_{ij}] \in R^{N\times N}$ 为有向图 $\mathcal{G}$ 的拉普拉斯矩阵, 当 $i \neq j$ 时有 $\mathcal{L}_{ij} = -a_{ij}$; 当 $i = j$ 时有 $\mathcal{L}_{ij} = d_i$, 其中 $d_i = \sum\limits_{j\in\mathcal{N}_i} a_{ij}$, 由此可得 $\mathcal{L} = \mathcal{D} - \varLambda$.

领导邻接矩阵 $\varLambda_0 = \mathrm{diag}(a_{i0})$, 其中如果"跟随者" i 能获得"领导者"的信息, 则 $a_{i0} = 1$, 否则 $a_{i0} = 0$.

假设 1 [14] "跟随者"之间的通信网络图是单向图且存在生成树, 根节点能获得"领导者"信息.

引理 1 [14] 如果有向图 $\mathcal{G}$ 存在有向生成树, 图 $\mathcal{G}$ 的拉普拉斯矩阵为 $\mathcal{L}$, 并且根节点能获得"领导者"的信息, 领导邻接矩阵为 $\varLambda_0$, 定义

$$H = \mathcal{L} + \varLambda_0,\ \bar{1} = [1, 1, \cdots, 1]^{\mathrm{T}} \in R^N,$$
$$q = [q_1, q_2, \cdots, q_N]^{\mathrm{T}} = H^{-1}\bar{1},$$
$$T = \mathrm{diag}(\tau_i) = \mathrm{diag}(1/q_i),\ i = 1, 2, \cdots, N,$$
$$G = TH + H^{\mathrm{T}}T,$$

则 T 和 G 为正定对称矩阵.

2 系统描述

多智能体系统中"跟随者" i 的动态模型为

$$\dot{x}_i = Ax_i + B[u_i + f_i(x_i)] + E\omega_i(t). \tag{1}$$

其中: $i = 1, 2, \cdots, N$; $x_i = [x_{i1}, x_{i2}, \cdots, x_{in}]^{\mathrm{T}} \in R^n$ 为状态向量; $u_i = [u_{i1}, u_{i2}, \cdots, u_{im}]^{\mathrm{T}} \in R^m$ 为控制输入; $f_i(x_i) = [f_{i1}(x_i), f_{i2}(x_i), \cdots, f_{im}(x_i)]^{\mathrm{T}} \in R^m$ 为未知非线性函数; $\omega_i(t) = [\omega_{i,1}(t), \omega_{i,2}(t), \cdots, \omega_{i,q}(t)]^{\mathrm{T}} \in R^q$ 为执行器故障; A, B, E 为适当维数的已知矩阵.

"领导者"的动态模型为

$$\dot{x}_0 = Ax_0 + Br_0(t), \tag{2}$$

其中: $x_0 = [x_{01}, x_{02}, \cdots, x_{0n}]^{\mathrm{T}} \in R^n$ 为状态向量, $r_0(t) \in R^m$ 为有界参考输入.

假设 2 [21] 执行器故障

$$||\omega_{i,k}(t)|| \leqslant \omega_{i1M},\ ||\dot{\omega}_{i,k}(t)|| \leqslant \omega_{i2M},$$
$$i = 1, 2, \cdots, N,\ k = 1, 2, \cdots, q.$$

其中: $\omega_{i1M} > 0, \omega_{i2M} > 0$.

假设 3 [21] 若 (A, B) 是可控的, 则有 $\mathrm{rank}(B, E) = \mathrm{rank}(B)$.

注 1 假设 3 是指文中考虑的执行器故障属于 B 的矩阵空间, 即 E 的矩阵空间包含于 B 的矩阵空间. 在满足假设 3 的条件下, 一定存在矩阵 $B^* \in R^{m\times n}$ 使 $(I_n - BB^*)E = 0$.

引理 2 [22]　模糊逻辑系统 $\hat{f}(x|\theta)=\theta^{\mathrm{T}}\varphi(x)$ 可以以任意精度逼近紧集上的未知函数 $f(x)$, 即对于任意的 $\epsilon>0$, 有

$$\sup|\hat{f}(x|\theta)-f(x)|<\epsilon,$$

其中: $\theta=[\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_p]^{\mathrm{T}}$ 为可调参数向量, $\varphi(x)=[\varphi_1(x),\varphi_2(x),\cdots,\varphi_p(x)]^{\mathrm{T}}$ 为模糊基函数向量.

控制目标为: 对于具有执行器故障的多智能体系统 (1) 和 (2), 设计分布式容错控制器 u_i, 使"跟随者"的状态跟踪"领导者"的状态.

3　分布式容错控制器的设计

定义 1　"跟随者" i 的跟踪误差

$$\delta_i=x_i-x_0.$$

定义 2　"跟随者" i 的邻接协同误差

$$e_i=\sum_{j\in\mathcal{N}_i}a_{ij}(x_i-x_j)+a_{i0}(x_i-x_0).$$

将"跟随者" i 的容错控制器设计为如下形式:

$$u_i=u_{i1}-u_{i2}-B^*E\hat{\omega}_i(t),\tag{3}$$

其中 $\hat{\omega}_i(t)$ 为故障的估计. 定义 $\tilde{\omega}_i(t)=\omega_i(t)-\hat{\omega}_i(t)$ 为故障估计误差, u_{i1} 为线性控制律, 设计

$$u_{i1}=cKe_i.\tag{4}$$

其中: c 为待确定的耦合增益, $K\in R^{m\times n}$ 为反馈控制增益. 取 $K=-B^{\mathrm{T}}P$, P 和 Q 为正定对称矩阵, 满足如下黎卡提方程:

$$A^{\mathrm{T}}P+PA-PBB^{\mathrm{T}}P+Q=0.\tag{5}$$

根据引理 2, 模糊逻辑系统可以逼近系统中的未知函数 $f_i(x_i)$, 即

$$f_i(x_i)=\theta_i^{*\mathrm{T}}\varphi_i(x_i)+\varepsilon_i,\tag{6}$$

其中: ε_i 为最小模糊逼近误差, θ_i^* 为最优参数向量, 定义为

$$\theta_i^*=\arg\min_{\theta_i\in U_{\theta_i}}[\sup|\hat{f}_i(x_i|\theta_i)-f_i(x_i)|],$$

其中 U_{θ_i} 为 θ_i 的约束集. 用 u_{i2} 补偿系统的未知非线性, u_{i2} 的设计如下:

$$u_{i2}=\theta_i^{\mathrm{T}}\varphi_i(x_i),\tag{7}$$

其中 θ_i 为 θ_i^* 的估计. 定义 $\tilde{\theta}_i=\theta_i^*-\theta_i$ 为参数估计误差. 定义

$$\begin{aligned}&\delta=[\delta_1^{\mathrm{T}},\delta_2^{\mathrm{T}},\cdots,\delta_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},\\&e=[e_1^{\mathrm{T}},e_2^{\mathrm{T}},\cdots,e_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},\ \bar{r}=\bar{1}r_0(t),\\&\varepsilon=[{\varepsilon_1}^{\mathrm{T}},{\varepsilon_2}^{\mathrm{T}},\cdots,{\varepsilon_N}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},\\&\varphi(x)=[\varphi_1^{\mathrm{T}}(x_1),\varphi_2^{\mathrm{T}}(x_2),\cdots,\varphi_N^{\mathrm{T}}(x_N)]^{\mathrm{T}},\\&\omega(t)=[\omega_1^{\mathrm{T}}(t),\omega_2^{\mathrm{T}}(t),\cdots,\omega_N^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}},\\&\theta=\mathrm{diag}(\theta_i).\end{aligned}$$

多智能体系统的协同误差动态方程为

$$\begin{aligned}\dot{e}=&(I_N\otimes A+cH\otimes BK)e+\\&(H\otimes B)[\tilde{\theta}^{\mathrm{T}}\varphi(x)+\varepsilon-\bar{r}]+(H\otimes E)\tilde{\omega}(t).\end{aligned}\tag{8}$$

4　稳定性分析

下面基于 Lyapunov 稳定性理论, 对系统进行稳定性分析.

定理 1　多智能体系统 (1) 和 (2) 满足假设 1 ~ 假设 3, 选取控制律 (3), 耦合增益 c 和 Q 满足

$$c\geqslant\frac{1}{\min\limits_{i=1,2,\cdots,N}(q_ig_i)},\tag{9}$$

$$\underline{\sigma}(Q)\geqslant\frac{\sigma_\omega\eta_1^2+\sigma_\theta\eta_2^2}{2\sigma_\theta\sigma_\omega\min\limits_{i=1,2,\cdots,N}(\tau_i)}.\tag{10}$$

其中: g_i 为 $\mathcal{G}$ 的第 i 个特征值; q_i, G, τ_i 在引理 1 中已定义; $\eta_1=\overline{\sigma}(T\varLambda)\overline{\sigma}(PB)\varphi_M$, $\|\varphi(x)\|_{\mathrm{F}}\leqslant\varphi_M$, $\varphi_M>0$; $\eta_2=\overline{\sigma}(T\varLambda)\overline{\sigma}(PE)$, $\sigma_\omega>0$, $\sigma_\theta>0$. $\hat{\omega}_i(t)$ 的自适应率为

$$\dot{\hat{\omega}}_i(t)=\varGamma_{\omega i}[\tau_i(d_i+a_{i0})E^{\mathrm{T}}Pe_i-\sigma_\omega\hat{\omega}_i(t)],\tag{11}$$

其中 $\varGamma_{\omega i}>0$. θ_i 的自适应律选取如下:

$$\dot{\theta}_i=\varGamma_{\theta i}[\tau_i(d_i+a_{i0})\varphi_i(x_i)e_i^{\mathrm{T}}PB-\sigma_\theta\theta_i],\tag{12}$$

其中 $\varGamma_{\theta i}>0$. 则多智能体系统中所有信号一致最终有界, 跟踪误差满足

$$\lim_{t\to\infty}\|\delta\|\leqslant\gamma,\tag{13}$$

其中 $\gamma>0$.

证明　取 Lyapunov 函数

$$\begin{aligned}V=&e^{\mathrm{T}}(T\otimes P)e+\mathrm{tr}(\tilde{\theta}^{\mathrm{T}}T_\theta^{-1}\tilde{\theta})+\\&\sum_{i=1}^N\tilde{\omega}_i^{\mathrm{T}}(t)\varGamma_{\omega i}^{-1}\tilde{\omega}_i(t),\end{aligned}\tag{14}$$

其中 $\varGamma_\theta=\mathrm{diag}(\varGamma_{\theta i})$. 将 $K=-B^{\mathrm{T}}P$ 以及式 (8)、(11) 和 (12) 代入 V 的导数, 有

$$\begin{aligned}\dot{V}=&e^{\mathrm{T}}[T\otimes(PA+A^{\mathrm{T}}P)-cG\otimes PBB^{\mathrm{T}}P]e+\\&2e^{\mathrm{T}}(TH\otimes PB)(\epsilon-\bar{r})+\\&2e^{\mathrm{T}}(T\varLambda\otimes PB)\tilde{\theta}^{\mathrm{T}}\varphi(x)+\\&2e^{\mathrm{T}}(T\varLambda\otimes PE)\tilde{\omega}(t)-2\sigma_\theta\mathrm{tr}(\tilde{\theta}^{\mathrm{T}}\theta)+\\&2\sum_{i=1}^N\tilde{\omega}_i^{\mathrm{T}}(t)\varGamma_{\omega i}^{-1}\dot{\omega}_i(t)-2\sigma_\omega\sum_{i=1}^N\tilde{\omega}_i^{\mathrm{T}}(t)\hat{\omega}_i(t).\end{aligned}$$

由引理 1 可知 T 为正定对称矩阵, 那么存在单位正交变换 $J^{\mathrm{T}}TJ=\mathrm{diag}(g_i)$, 引入新的状态变量 $\zeta=[{\zeta_1}^{\mathrm{T}},{\zeta_2}^{\mathrm{T}},\cdots,{\zeta_N}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, 并且 $e=(J\otimes I_n)\zeta$, 则有

$$\begin{aligned}\dot{V}=&\sum_{i=1}^N\zeta_i^{\mathrm{T}}\tau_i(PA+A^{\mathrm{T}}P-cq_ig_iPBB^{\mathrm{T}}P)\zeta_i+\\&2e^{\mathrm{T}}(TH\otimes PB)(\epsilon-\bar{r})+\\&2e^{\mathrm{T}}(T\varLambda\otimes PB)\tilde{\theta}^{\mathrm{T}}\varphi(x)+\\&2e^{\mathrm{T}}(T\varLambda\otimes PE)\tilde{\omega}(t)-2\sigma_\theta\mathrm{tr}(\tilde{\theta}^{\mathrm{T}}\theta)+\end{aligned}$$

$$2\sum_{i=1}^{N}\tilde{\omega}_i^{\mathrm{T}}(t)\Gamma_{\omega i}^{-1}\dot{\omega}_i(t)-2\sigma_\omega\sum_{i=1}^{N}\tilde{\omega}_i^{\mathrm{T}}(t)\hat{\omega}_i(t). \tag{15}$$

由于 θ_i^*, $\varphi_i(x_i)$ 和 ε_i 的范数均有界, 有 $\|\theta^*\|_{\mathrm{F}}\leqslant\theta_M$, $\|\varphi(x)\|_{\mathrm{F}}\leqslant\varphi_M$, $\|\varepsilon\|\leqslant\varepsilon_M$, 而 $\|\bar{r}\|<r_M$, $||\omega(t)||\leqslant\omega_{1M}$, $||\dot{\omega}(t)||\leqslant\omega_{2M}$. 其中: $\theta_M, \varepsilon_M, r_M, \omega_{1M}$ 和 ω_{2M} 为正实数. 令 $\rho_M=\varepsilon_M+r_M$, 并将式 (5) 和 (9) 代入式 (15), 有

$$\begin{aligned}&\dot{V}\leqslant\\&-\min_{i=1,2,\cdots,N}(\tau_i)\underline{\sigma}(Q)\|e\|^2-2\sigma_\theta||\tilde{\theta}||_{\mathrm{F}}^2-\\&2\sigma_\omega\|\tilde{\omega}(t)\|^2+2\|e\|\,\overline{\sigma}(TH)\overline{\sigma}(PB)\rho_M+\\&2||\tilde{\theta}||_{\mathrm{F}}\sigma_\theta\theta_M+2||\tilde{\omega}(t)||(\overline{\sigma}(\Gamma_\omega^{-1})\omega_{2M}+\sigma_\omega\omega_{1M})+\\&2\eta_1\|e\|\,||\tilde{\theta}||_{\mathrm{F}}+2\eta_2\|e\|\,||\tilde{\omega}(t)||,\end{aligned} \tag{16}$$

其中 $\Gamma_\omega=\mathrm{diag}(\Gamma_{\omega i})$.

定义

$$\begin{aligned}&z=[\|e\|,\|\tilde{\theta}\|_F,\|\tilde{\omega}(t)\|]^{\mathrm{T}},\\&h=2[\overline{\sigma}(TH)\overline{\sigma}(PB)\rho_M,\sigma_\theta\theta_M,\\&\qquad\overline{\sigma}(\Gamma_\omega^{-1})\omega_{2M}+\sigma_\omega\omega_{1M}],\\&S=\begin{bmatrix}\min\limits_{i=1,2,\cdots,N}\tau_i\sigma(Q) & -\eta_1 & -\eta_2\\ -\eta_1 & 2\sigma_\theta & 0\\ -\eta_2 & 0 & 2\sigma_\omega\end{bmatrix}.\end{aligned}$$

由式 (10) 可知 S 为正定对称矩阵, 则有

$$\dot{V}\leqslant-\underline{\sigma}(S)\|z\|^2+\|h\|\,\|z\|. \tag{17}$$

定义

$$\begin{aligned}&\underline{R}=\min[\underline{\sigma}(T)\underline{\sigma}(P),\Gamma_{\theta i}^{-1},\Gamma_{\omega i}^{-1}],\\&\overline{R}=\max[\overline{\sigma}(T)\overline{\sigma}(P),\Gamma_{\theta i}^{-1},\Gamma_{\omega i}^{-1}].\end{aligned}$$

由式 (14) 和 (17) 可得

$$\dot{V}\leqslant\alpha V+\beta\sqrt{V}.$$

其中: $\alpha=\underline{\sigma}(S)/\overline{R}$, $\beta=\|h\|/\sqrt{\underline{R}}$. 通过求解此不等式可得

$$\sqrt{V(t)}\leqslant\sqrt{V(0)}e^{-\frac{\alpha}{2}t}+\frac{\beta}{\alpha}(1-e^{-\frac{\alpha}{2}t}), \tag{18}$$

$\lim\limits_{t\to\infty}\sqrt{V(t)}\leqslant\beta/\alpha$, 因此闭环系统的所有信号最终一致有界[23]. 如果协同误差满足

$$\lim_{t\to\infty}\|e\|\leqslant\frac{\|h\|\,\overline{R}}{\underline{\sigma}(S)\sqrt{\underline{R}\underline{\sigma}(T)\underline{\sigma}(P)}},$$

且 $\|\delta\|\leqslant\|e\|/\underline{\sigma}(H)$, 则跟踪误差的上界

$$\gamma=\frac{\|h\|\,\overline{R}}{\underline{\sigma}(H)\underline{\sigma}(S)\sqrt{\underline{R}\underline{\sigma}(P)\underline{\sigma}(T)}}. \qquad \square$$

注 2 多智能体系统的故障主要包括通信网络发生故障和智能体自身发生故障. 前者会直接导致通信网络结构发生切换. 本文主要考虑的是智能体自身发生故障时的协同控制设计. 若通信网络发生故障, 则只要通信网络结构切换前后满足假设 1, 本文提出的容错协同控制算法仍有效.

推论 1 若多智能体系统 (1) 和 (2) 满足假设 2 和假设 3, 且"跟随者"之间的通信网络图双向连通, 则至少有一个"跟随者"能获得"领导者"信息. 选取控制律 (3), 耦合增益

$$c\geqslant\frac{1}{2\min\limits_{i=1,2,\cdots,N}(\Lambda_i)}, \tag{19}$$

其中 λ_i 为 H 的第 i 个特征值. $\hat{\omega}_i(t)$ 的自适应率为

$$\dot{\hat{\omega}}_i(t)=\Gamma_{\omega i}[E^{\mathrm{T}}Pe_i-\sigma_\omega\hat{\omega}_i(t)]. \tag{20}$$

其中: $\Gamma_{\omega i}>0$, $\sigma_\omega>0$. θ_i 的自适应律选取如下:

$$\dot{\theta}_i=\Gamma_{\theta i}[\varphi_i(x_i)e_i^{\mathrm{T}}PB-\sigma_\theta\theta_i]. \tag{21}$$

其中: $\Gamma_{\theta i}>0$, $\sigma_\theta>0$. 则多智能体系统中所有信号一致最终有界, 跟踪误差满足

$$\lim_{t\to\infty}\|\delta\|\leqslant\tilde{\gamma}, \tag{22}$$

其中 $\tilde{\gamma}>0$.

5 仿真分析

考虑由 5 个多谐振荡器组成的非线性多智能体控制系统, 在多种智能体的数学模型 (1) 和 (2) 中

$$\begin{aligned}&A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix};\ B=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix};\ E=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix};\\&r_0(t)=\sin(t);\ f_i(x_i)=x_{i1}+x_{i2}^2,\ i=1,2,3,4;\\&\omega_1(t)=\omega_3(t)=0;\\&\omega_2(t)=\begin{cases}0,\ t<3;\\5+2\cos(2\pi t),\ t\geqslant 3;\end{cases}\\&\omega_4(t)=\begin{cases}0,\ t<5;\\8+2\cos(\pi t),\ t\geqslant 5.\end{cases}\end{aligned}$$

注 3 仿真中, 当 $t\geqslant 3$ s 时, "跟随者" 2 发生故障; 当 $t\geqslant 5$ s 时, "跟随者" 4 发生故障. 本文虽然给出了函数 $f_i(x_i)$ 和 $\omega_i(t)$ 的具体形式, 但在设计控制器时, 并未用到这些函数, 其具体形式仅用于模拟被控对象.

定义模糊隶属函数如下:

$$\begin{aligned}&\mu_{F_{ij}}^1(x_{ij})=\exp(-(x_{ij}\pm 5)^2/2);\\&\mu_{F_{ij}}^2(x_{ij})=\exp(-(x_{ij}\pm 2.5)^2/2);\\&\mu_{F_{ij}}^3(x_{ij})=\exp(-x_{ij}^2/2),\ j=1,2.\end{aligned}$$

"跟随者"之间的通信网络如图 1 所示.

图 1 通信网络图

由图 1 可知, "跟随者" 2能获得"领导者"的信息. 通过求解式 (5) 可得

$$P=\begin{bmatrix}3.5920 & 1.4056\\1.4056 & 2.7485\end{bmatrix},\ K=[-1.4056\ \ -2.7485].$$

在仿真过程中取

$c = 5,\ \Gamma_{\theta 1} = \Gamma_{\theta 3} = 200,\ \Gamma_{\theta 2} = 100,$

$\Gamma_{\theta 4} = 300,\ \sigma_\theta = 0.005,\ \Gamma_{\omega 1} = \Gamma_{\omega 3} = 200,$

$\Gamma_{\omega 2} = 100,\ \Gamma_{\omega 4} = 300,\ \sigma_\omega = 0.01.$

仿真结果如图 2 ~ 图 5 所示.

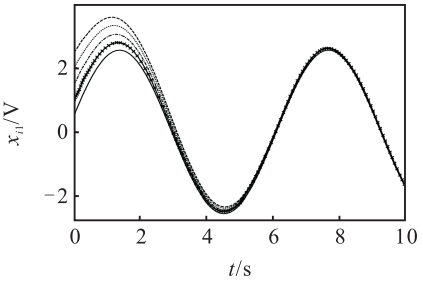


图 2　“跟随者”状态 x_{i1} 和“领导者”状态 x_{01} 的状态响应

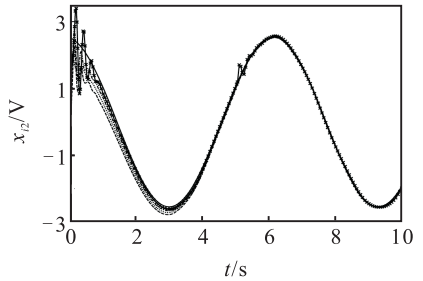


图 3　“跟随者”状态 x_{i2} 和“领导者”状态 x_{02} 的状态响应

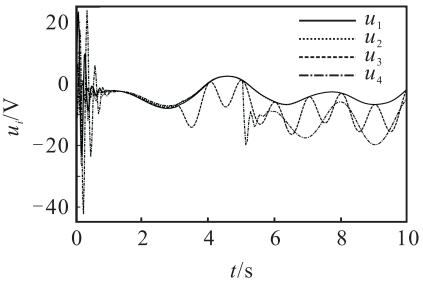
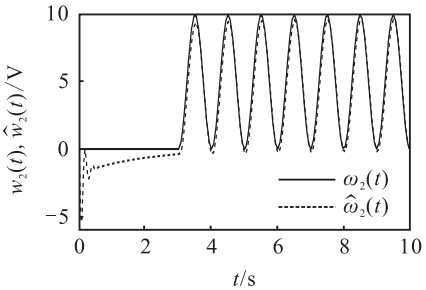
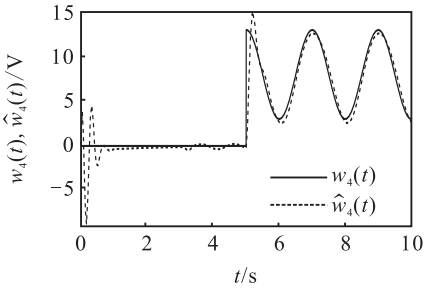


图 4　分布式容错控制器



(a) 故障$w_2(t)$及其估计



(b) 故障$w_4(t)$及其估计

图 5　故障估计器对故障的辨识效果

图 2 和图 3 中: 虚线代表“跟随者”状态, 实线代表“领导者”状态. 由图 2 和图 3 可以看出, 即使“跟随者” 2 和“跟随者” 4 发生故障, 本文设计的控制器仍能保证“跟随者”的状态跟踪“领导者”的状态. 由图 4 和图 5 可以看出, 本文设计的故障估计器能很好地辨识出系统的故障.

6　结　论

针对一类具有执行器故障的不确定非线性多智能体系统, 本文研究了具有“领导者”的协同控制问题. 首先, 设计了故障估计器辨识“跟随者”存在的故障, 利用模糊逻辑系统逼近系统的未知非线性函数; 然后, 提出了分布式容错协同控制器设计方案, 在“跟随者”自身存在故障的情况下, 保证“跟随者”的状态跟踪“领导者”的状态, 且跟踪误差一致最终有界; 最后, 通过仿真结果验证了所提出控制方法的有效性.

参考文献(References)

[1] Olfati S R, Fax J A, Murray R M. Consensus and cooperation in networked multi-agent systems[J]. Proc of the IEEE, 2007, 95(1): 215-233.

[2] Fax J A, Murray R M. Information flow and cooperative control of vehicle formations[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(9): 1465-1476.

[3] Su H S, Wang X F, Lin Z L. Flocking of multi-agents with a virtual leader[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2009, 54(2): 293-307.

[4] Ren W, Beard R W, Atkins E M. Information consensus in multivehicle cooperative control[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2007, 27(2): 71-82.

[5] Hong Y G, Hu J P, Gao L X. Tracking control for multi-agent consensus with an active leader and variable topology[J]. Automatica, 2006, 42(7): 1177-1182.

[6] Hong Y G, Chen G R. Distributed observers design for leader-following control of multi-agent networks[J]. Automatica, 2008, 44(3): 846-850.

[7] Li Z K, Liu X D, Lin P, et al. Consensus of linear multi-agent systems with reduced-order observer-based protocols[J]. Systems & Control Letters, 2011, 60(11): 510-516.

[8] Wen G H, Li Z K, Duan Z S, et al. Distributed consensus control for linear multi-agent systems with discontinuous observations[J]. Int J of Control, 2013, 86(1): 95-106.

[9] Shi G D, Hong Y G. Global target aggregation and state agreement of nonlinear multi-agent systems with switching topologies[J]. Automatica, 2009, 45(5): 1165-1175.

[10] Song Q, Cao J D, Yu W W. Second-order leader-following consensus of nonlinear multi-agent systems via pinning control[J]. Systems & Control Letters, 2010, 59(9): 553-562.

[11] Liu T F, Jiang Z P. Distributed output-feedback control of nonlinear multi-agent systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2013, 58(11): 2912-2917.

[12] Das A, Lewis F L. Distributed adaptive control for synchronization of unknown nonlinear networked systems[J]. Automatica, 2010, 46(12): 2014-2021.

[13] Cheng L, Hou Z G, Tan M, et al. Neural network-based adaptive leader-following control for multiagent systems with uncertainties[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2010, 21(8): 1351-1358.

[14] Zhang H W, Lewis F L. Adaptive cooperative tracking control of higher-order nonlinear systems with unknown dynamics[J]. Automatica, 2012, 48(7): 1432-1439.

[15] Peng Z H, Wang D, Li T S, et al. Leaderless and leader-follower cooperative control of multiple marine surface vehicles with unknown dynamics[J]. Nonlinear Dynamics, 2013, 74(1/2): 95-106.

[16] Peng Z H, Wang D, Zhang H W, et al. Distributed model reference adaptive control for cooperative tracking of uncertain dynamical multi-agent systems[J]. IET Control Theory and Applications, 2013, 7(8): 1079-1087.

[17] Semsar K E, Khorasani K. Team consensus for a network of unmanned vehicles in presence of actuator faults[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2010, 18(5): 1155-1161.

[18] Shames I, Teixeira A M H, Sandberg H, et al. Distributed fault detection for interconnected second-order systems[J]. Automatica, 2011, 47(12): 2757-2764.

[19] Yang H, Staroswiecki M, Jiang B, et al. Fault tolerant cooperative control for a class of nonlinear multi-agent systems[J]. Systems & Control Letters, 2011, 60(4): 271-277.

[20] Shen Q K, Jiang B, Shi P, et al. Cooperative adaptive fuzzy tracking control for networked unknown nonlinear multi-agent systems with time-varying actuator faults[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2014, 22(3): 494-504.

[21] Jiang B, Staroswiecki M, Cocquempot V. Fault accommodation for nonlinear dynamic systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(9): 1578-1583.

[22] Wang L X, Mendel J M. Fuzzy basis functions, universal approximation, and orthogonal least-aquares learning[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1992, 3(5): 807-814.

[23] Khali K H. Nonlinear systems[M]. Beijing: Publishing House of Electrics Industry, 2007: 168-174.

(责任编辑：滕 蓉)