

基于证据推理和第 3 代前景理论的不确定性多属性决策方法

靳留乾^{a,b}, 徐 扬^a

(西南交通大学 a. 四川省系统可信性自动验证工程实验室, b. 经济管理学院, 成都 610031)

摘 要: 针对多状态不确定性多属性决策问题, 建立基于证据推理和第 3 代前景理论的决策方法. 首先, 给出不确定性知识表示方法——确定因子结构及其构造方法; 然后, 将第 3 代前景理论构造价值函数和确定权重函数引入决策方法中, 得到每个方案在各属性下的前景价值; 进一步, 根据证据推理方法对前景价值进行信息融合得到各方案的合成前景价值, 并依据合成前景价值对方案进行排序; 最后, 通过算例验证了所提出方法的可行性和有效性.

关键词: 不确定性多属性决策; 确定因子结构; 证据推理; 第 3 代前景理论; 参考点

中图分类号: C934

文献标志码: A

Method for uncertain multi-attribute decision making based on evidential reasoning and third-generation prospect theory

JIN Liu-qian^{a,b}, XU Yang^a

(a. System Credibility Automatic Verification Engineering Lab of Sichuan Province, b. School of Economics and Management, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China. Correspondent: JIN Liu-qian, E-mail: jinliuqian@163.com)

Abstract: A method based on the evidential reasoning and third-generation prospect theory is proposed to solve multi-status uncertainty multi-attribute decision making problems. Firstly, a representation method of uncertainty knowledge, certainty factor structure and its transformation method, is presented. Then, the prospect values for each alternative on each attribute are given based on the value function and weight function by using the third-generation prospect theory. Furthermore, according to evidential reasoning, the combination prospect values of alternatives are composed, and a ranking of alternatives can be determined by using the combination prospect values. Finally, an example is used to illustrate the feasibility and effectiveness of this uncertain multi-attribute decision making method.

Keywords: uncertain multi-attribute decision making; certainty factor structure; evidential reasoning; third-generation prospect theory; reference point

0 引 言

多属性决策是决策理论和方法研究的重要内容. 多属性决策问题涉及社会、经济和管理中的诸多问题, 如软件可行性评价^[1]、军事系统性能评定^[2]、风险分析与管理^[3]和投资方案选择^[4]等. 在决策过程中, 由于决策信息的不确定性和决策者认知能力的局限性, 大部分多属性决策属于不确定性多属性决策. 目前, 不确定性多属性决策方法已成为研究热点. 不确定性多属性决策包含 3 个方面的不确定性: 1) 决策信息本身的不确定性; 2) 在对定性属性进行量化时, 决策者主观判断的不确定性; 3) 存在两种或两种以上可

能的自然状态, 而何种自然状态终将产生的不确定性. 除上述由问题本身和外部环境引起的不确定性外, 决策者的行为(如: 决策者的风险态度, 决策者对损失和收益的敏感性, 决策者对损失的规避行为等)也会对决策结果产生影响. 因此, 基于决策者行为对不确定性多属性决策问题进行的研究具有理论和实践价值.

文献[5]在 Dempster-Shafer 证据理论的基础上, 提出了证据推理方法. 大量研究和应用结果表明, 证据推理方法是解决不确定性推理问题的一种有效方法^[6]. 证据推理方法能够有效地处理各种带有不确定性的定量信息和定性知识. 然而, 已有的基于证据

收稿日期: 2014-09-25; 修回日期: 2015-01-29.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61175055); 国家自然科学基金青年科学基金项目(61305074); 四川省科技创新苗子工程(2014-057).

作者简介: 靳留乾(1987—), 女, 博士生, 从事不确定性推理、知识工程的研究; 徐扬(1956—), 男, 教授, 博士生导师, 从事自动推理、不确定性推理等研究.

推理的不确定性多属性决策方法建立在期望效用理论^[7]的基础之上,认为决策者是完全理性的,不符合决策者的实际行为。

文献[8]通过实验研究,提出了用价值函数和权重函数共同度量总体价值的前景理论;文献[9]进一步提出了累积前景理论.参考点是前景理论中的一个重要概念.参考点的选择取决于决策者的主观感受,每个决策者可能会从不同的角度确定参考点.文献[10]在前景理论和累积前景理论的基础上引入动态参考点,提出了第3代前景理论(PT3).

目前,考虑决策者行为特征的决策方法主要建立在前景理论和累积前景理论的基础上.文献[11]在前景理论的基础上,结合 Dempster-Shafer 理论引入不确定性条件下的可测价值函数,提出了一种多属性决策方法;文献[12]针对概率条件下属性值为不确定语言变量的区间概率风险型多属性决策问题,提出了一种基于前景理论的决策方法;文献[13]针对带有决策者期望且概率和属性值为区间数的多属性决策问题,以决策者期望为参考点给出决策方法;文献[14]在前景理论的基础上给出前景记分函数,给出属性值为区间直觉模糊数的多属性决策方法;文献[15]在交互式多准则决策方法的基础上,给出基于直觉模糊数的模糊交互式多准则决策方法;文献[16]针对突发事件应急响应的风险决策问题,基于前景理论计算不同情境下的方案价值,根据情境权重和方案价值得到综合价值,再依据综合价值对方案进行排序;文献[4]针对决策者给出参考点的风险型模糊多属性决策问题,给出了基于累积前景理论和三角模糊结构元的决策方法,该方法主要适用于属性值为对称三角模糊数的决策问题;文献[17]针对混合多属性群决策问题,将不同类型的数据转化为三角模糊数,根据决策者对评价结果的信任程度,提出了基于前景理论的混合型多属性群决策方法。

上述方法均为不确定性多属性决策问题提供了解决途径,但也存在一些问题.例如:将模糊数转化为精确数,造成一定程度上的信息丢失;考虑问题状态单一,没有考虑动态参考点对决策结果的影响;运算量大,计算过程复杂;往往只分析效益型和成本型属性而忽略非效益非成本型属性,部分方法甚至只考虑效益型属性而忽略了其他类型属性。

为了解决上述问题,本文提出了基于证据推理和第3代前景理论的不确定性多属性决策方法.首先,基于确定因子结构表示不确定性信息.在保留原值不确定性的同时也降低了运算复杂度;然后,针对不同自然状态下决策者需求不同的实际情况,根据属性值类型结合第3代前景理论给出决策方法.另外,对不

确定信息进行信息融合时,已有方法往往采用加权和法.除了将方案的属性值加权求和进行评价外,更有效的决策方法是:将搜集到的信息和个体的经验作为判断和推理的证据进行证据推理信息融合,从而评价方案;对方案排序,最终给出决策结果.基于上述分析,本文采用证据推理方法进行信息融合,对模糊不确定性、概率不确定性以及非线性数据进行融合。

1 证据推理和第3代前景理论

1.1 证据推理

设辨识空间 $\Theta = \{\theta_q | q = 1, 2, \dots, Q\}$. 其中: θ_q 表示第 q 个评价等级,对于任意 $i, j \in \{1, 2, \dots, Q\}$ 满足 $\theta_i \cap \theta_j = \emptyset$, $\emptyset$ 为空集。

令 β_q 表示证据对 θ_q 的置信度,满足

$$\beta_q \geq 0, \sum_{q=1}^Q \beta_q \leq 1, q = 1, 2, \dots, Q.$$

设证据集 $E = \{e_l | l = 1, 2, \dots, L\}$, 相应的权重向量为 $W = (w_1, \dots, w_l, \dots, w_L)$, 且权重满足

$$\sum_{l=1}^L w_l = 1.$$

令 $\beta_{q,l}$ 表示证据 e_l 对评价等级 θ_q 的置信度,则证据 e_l 可表示为

$$e_l = \{(\theta_q, \beta_{q,l}), q = 1, 2, \dots, Q; (\Theta, \beta_{\Theta,l})\}.$$

其中: $0 \leq \beta_{q,l} \leq 1, \sum_{q=1}^Q \beta_{q,l} \leq 1$ 且 $\beta_{\Theta,l} = 1 -$

$\sum_{q=1}^Q \beta_{q,l}$ 是对全局未知的置信度. 证据 e_l 也可表示为

$$e_l = \left\{ (\theta, \beta_{\theta,l}), \forall \theta \subseteq \Theta, \sum_{\theta \subseteq \Theta} \beta_{\theta,l} = 1 \right\}.$$

构造基本概率指派函数

$$m_{\theta,l} = m_l(\theta) = \begin{cases} 0, & \theta = \emptyset; \\ w_l \beta_{\theta,l}, & \theta \subseteq \Theta, \theta \neq \emptyset; \\ 1 - w_l, & \theta = P(\Theta). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $m_l(\theta_q)$ 表示证据 e_l 支持评价等级 θ_q 的支持度; $P(\Theta)$ 为 Θ 的幂集, $m_l(P(\Theta))$ 表示未指派给任意评价等级 θ_q 的基本概率(支持度)。

令 $m_{O(1)}(\theta_q) = m_1(\theta_q)$, $m_{O(1)}(\Theta) = m_1(\Theta)$, $m_{O(1)}(P(\Theta)) = m_1(P(\Theta))$. 对前 k 个证据进行组合,得到以下合成函数:

$$\begin{aligned} m_{O(k+1)}(\theta_q) = & K_{k+1}(m_{O(k)}(\theta_q)m_{k+1}(\theta_q) + \\ & m_{O(k)}(\theta_q)(m_{k+1}(\Theta) + m_{k+1}(P(\Theta))) + \\ & (m_{O(k)}(\Theta) + m_{O(k)}(P(\Theta)))m_{k+1}(\theta_q)), \\ & q = 1, 2, \dots, Q; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
m_{O(k+1)}(\theta) = & \\
K_{k+1}(m_{O(k)}(\theta)m_{k+1}(\theta) + & \\
m_{O(k)}(\theta)m_{k+1}(P(\theta)) + & \\
m_{O(k)}(P(\theta))m_{k+1}(\theta); & \quad (3) \\
m_{O(k+1)}(P(\theta)) = & \\
K_{k+1}(m_{O(k)}(P(\theta))m_{k+1}(P(\theta))). & \quad (4)
\end{aligned}$$

其中

$$K_{k+1} = \left(1 - \sum_{q=1}^Q \sum_{t=1, t \neq q}^Q m_{O(k)}(\theta_q)m_{k+1}(\theta_t)\right)^{-1}. \quad (5)$$

组合所有 L 个证据后, 证据 E 对评价等级 θ_q 的综合置信度为

$$\beta(\theta_q) = \frac{m_{O(L)}(\theta_q)}{1 - m_{O(L)}(P(\theta))}. \quad (6)$$

1.2 第3代前景理论

状态集 $S = \{s_n | n = 1, 2, \dots, N\}$, 其发生概率为 $P = \{p_n | n = 1, 2, \dots, N\}$ 且 $\sum_{n=1}^N p_n = 1$. 状态 S 在概率 P 下的结果是 $x = \{x_n | n = 1, 2, \dots, N\}$, 则前景 $(x_1, p_1; \dots; x_n, p_n; \dots; x_N, p_N)$ 是一个以概率 p_n 获得结果 x_n 的契约. 事件 f 和 h 为 S 到 X 的函数, 即 $f(s_n) \in X, h(s_n) \in X$; 以 h 为参考点, 价值函数为

$$v(f, h) = \begin{cases} (f(s_n) - h(s_n))^{\alpha^+}, & f \geq h; \\ -\lambda(h(s_n) - f(s_n))^{\alpha^-}, & f < h. \end{cases} \quad (7)$$

其中: α^+ 和 α^- 分别表示收益和损失情况下的决策者态度, λ 表示损失情况下的损失规避系数.

第3代前景理论采用参照依赖主观期望效用理论定义决策权重, 其权重既要考虑状态的发生概率又要考虑事件 f 相对于参考点 h 的所有价值的大小顺序, 即当且仅当 $v(f(s_r), h(s_r)) > v(f(s_t), h(s_t))$ 时 $r > t$. 当参考点 h 为固定值时, 第3代前景理论退化为累积前景理论.

在状态 s_n 下, 比较事件 f 和参考点 h , 当 $f(s_n) < h(s_n)$ 时表示状态 s_n 为强损失, 记 s^- 表示强损失的状态数; 当 $f(s_n) \geq h(s_n)$ 时表示状态 s_n 为弱收益, 记 s^+ 表示弱收益的状态数且 $s^+ = N - s^-$. 第3代前景理论权重函数的表达式为

$$\begin{aligned}
\pi(s_n; f, h) = & \\
\begin{cases} w^+(p_n), & n = N; \\ w^+\left(\sum_{t \geq n} p_t\right) - w^+\left(\sum_{t > n} p_t\right), & s^- + 1 \leq n < N; \\ w^-\left(\sum_{t \leq n} p_t\right) - w^-\left(\sum_{t < n} p_t\right), & 1 < n \leq s^-; \\ w^-(p_n), & n = 1. \end{cases} & \quad (8)
\end{aligned}$$

其中 $w(p)$ 为概率权重函数.

令 F 表示弱收益状态 s_r 的集合, G 表示强损失状态 s_t 的集合, 则第3代前景理论下的效用函数为

$$\begin{aligned}
V(f, h) = & \sum_{s_r \in F} ((f(s_r) - h(s_r))^{\alpha^+} \pi(s_r; f, h)) - \\
& \sum_{s_t \in G} ((f(s_t) - h(s_t))^{\alpha^-} \pi(s_t; f, h)). \quad (9)
\end{aligned}$$

2 决策模型构建与方法设计

2.1 问题描述

考虑不确定性多属性决策问题, 记 $A = \{A_i | i = 1, 2, \dots, I\}$ 为备选方案集合, A_i 表示第 i 个备选方案; $X = \{X_j | j = 1, 2, \dots, J\}$ 为属性集合, X_j 表示第 j 个属性, 属性包括效益型、成本型和非效益非成本型; $W = (W_1, \dots, W_j, \dots, W_J)$ 为属性权重集合, 其中 W_j 是属性 X_j 的权重, 满足 $0 \leq W_j \leq 1$ 且 $\sum_{j=1}^J W_j = 1$; X_{ij} 为第 i 个方案 A_i 的第 j 个属性 X_j 的属性值, $D = [X_{ij}]_{I \times J}$ 表示决策矩阵.

考虑属性值为实数、区间数、直觉模糊数和语言值4种类型的多属性决策问题. 令

$$\begin{aligned}
X^R &= \{X_1, X_2, \dots, X_{J_1}\}, \\
X^I &= \{X_{J_1+1}, X_{J_1+2}, \dots, X_{J_2}\}, \\
X^{II} &= \{X_{J_2+1}, X_{J_2+2}, \dots, X_{J_3}\}, \\
X^L &= \{X_{J_3+1}, X_{J_3+2}, \dots, X_J\},
\end{aligned}$$

分别表示属性值为实数、区间数、直觉模糊数和语言值的属性子集合, 且 $X^R \cup X^I \cup X^{II} \cup X^L = X$. 不失一般性地假设属性值非负, 则属性值的描述如下:

1) 当 $X_j \in X^R$ 时, 属性值 $X_{ij} (i = 1, 2, \dots, I)$ 为正实数, 即 $X_{ij} \geq 0$.

2) 当 $X_j \in X^I$ 时, 属性值 $X_{ij} (i = 1, 2, \dots, I)$ 为正区间数, 即 $X_{ij} = [X_{ij}^L, X_{ij}^U]$ 且 $0 \leq X_{ij}^L \leq X_{ij}^U$.

3) 当 $X_j \in X^{II}$ 时, 属性值 $X_{ij} (i = 1, 2, \dots, I)$ 为直觉模糊数, 即 $\langle \mu(X_{ij}), \eta(X_{ij}) \rangle$, μ 为隶属度, η 为非隶属度, $X_{ij} \geq 0, 0 \leq \mu(X_{ij}), \eta(X_{ij}) \leq 1, \mu(X_{ij}) + \eta(X_{ij}) \leq 1$.

4) 当 $X_j \in X^L$ 时, 属性值 $X_{ij} (i = 1, 2, \dots, I)$ 为语言值, 语言值通常取值于预先定义好的语言短语集, 即 $V = \{V_t | t = 1, 2, \dots, T\}$, 其中 V_t 表示 V 中的第 t 个语言值, 一般 T 为奇数, 表示集合中语言值的个数. V 满足有序性, 即当 $t \geq r$ 时有 $V_t \succeq V_r$, 其中“ $\succeq$ ”表示“优于或等于”.

2.2 数据预处理

首先, 给出属性值的确定因子结构

$$X_{ij} = (Y_{ij}, \text{CF}_{ij}), \quad (10)$$

其中: Y_{ij} 为 X_{ij} 对应的确定值(标示值); $0 \leq \text{CF}_{ij} \leq$

1 为确定因子, 表示 X_{ij} 为 Y_{ij} 的确定程度; 当 $CF_{ij} = 0$ 时, 表示对 X_{ij} 的不确定性一无所知; 当 $CF_{ij} = 1$ 时, 表示 X_{ij} 完全确定且 $Y_{ij} = X_{ij}$.

下面针对 4 种属性值类型, 在区间数的相似度^[19], 区间数集合与直觉模糊数集合在代数上的等价关系^[20-21], 语言值可由直觉模糊数表示等条件的基础上, 给出确定因子结构的转化方式.

1) 实数.

当 $X_j \in X^R$ 时, X_{ij} 的确定因子结构为 $(Y_{ij}, 1)$, 其中 $Y_{ij} = X_{ij}$.

2) 区间数.

当 $X_j \in X^I$ 时, $X_{ij} = [X_{ij}^L, X_{ij}^U]$. 根据区间数的定义可以用中点 $(X_{ij}^U + X_{ij}^L)/2$ 和半径 $(X_{ij}^U - X_{ij}^L)/2$ 表示 X_{ij} , 即

$$X_{ij} = ((X_{ij}^U + X_{ij}^L)/2, (X_{ij}^U - X_{ij}^L)/2).$$

以中点表示确定值, 即 $Y_{ij} = (X_{ij}^U + X_{ij}^L)/2$; 以属性值与中点的相似度表示确定因子, 下面给出确定因子的计算方法.

首先, 将属性值归一化到 $[0, 1]$ 区间上; 然后, 计算归一化后的属性值与中点的相似度. 假设归一化后的属性值为 $\bar{X}_{ij} = [\bar{X}_{ij}^L, \bar{X}_{ij}^U]$, 中点为 $\bar{X}_{ij}^M = [\bar{X}_{ij}^M, \bar{X}_{ij}^M]$, 根据区间数相似度^[19]的计算公式, 属性值与中点的相似度为

$$S([\bar{X}_{ij}^L, \bar{X}_{ij}^U], [\bar{X}_{ij}^M, \bar{X}_{ij}^M]) = 1 - \frac{1}{2}(\bar{X}_{ij}^U - \bar{X}_{ij}^L). \quad (11)$$

基于标准 0-1 变换法^[18], 可得确定因子为

$$CF_{ij} = 1 - \frac{X_{ij}^U - X_{ij}^L}{2(\max\{X_j^U\} - \min\{X_j^L\})}. \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} \min\{X_j^L\} &= \min\{X_{1j}^L, X_{2j}^L, \dots, X_{Ij}^L\}, \\ \max\{X_j^L\} &= \max\{X_{1j}^L, X_{2j}^L, \dots, X_{Ij}^L\}. \end{aligned}$$

3) 直觉模糊数.

当 $X_j \in X^{II}$ 时, $X_{ij} = \langle \mu(X_{ij}), \eta(X_{ij}) \rangle$. 文献^[20-21]已经证明了区间数集合与直觉模糊数集合之间存在同构映射, 即直觉模糊数可表示为区间数的形式. 因此, 直觉模糊数 $X_{ij} = \langle \mu(X_{ij}), \eta(X_{ij}) \rangle$ 可表示为区间数 $[\mu(X_{ij}), 1 - \eta(X_{ij})]$. 根据区间数转化为确定因子结构的方法, 得到直觉模糊数的确定因子结构的确定值和确定因子分别为

$$Y_{ij} = \frac{\mu(X_{ij}) + (1 - \eta(X_{ij}))}{2}, \quad (13)$$

$$CF_{ij} = 1 - \frac{1 - \eta(X_{ij}) - \mu(X_{ij})}{2(\max\{X_j\} - \min\{X_j\})}. \quad (14)$$

其中

$$\begin{aligned} \min\{X_j\} &= \min\{\mu(X_{1j}), \dots, \mu(X_{Ij})\}, \\ \max\{X_j\} &= \max\{1 - \eta(X_{1j}), \dots, 1 - \eta(X_{Ij})\}. \end{aligned}$$

4) 语言值.

当 $X_j \in X^L$ 时, 属性值 X_{ij} 为语言值, 语言值可以用直觉模糊数的形式给出^[22]. 例如文献^[22]中给出的十一元语言短语集, 如表 1 所示.

表 1 十一元语言短语集

语言值	直觉模糊数
极高 (EH)	$\langle 1.00, 0.00 \rangle$
非常非常高 (VVH)	$\langle 0.90, 0.10 \rangle$
非常高 (VH)	$\langle 0.80, 0.10 \rangle$
高 (H)	$\langle 0.70, 0.20 \rangle$
中高 (MH)	$\langle 0.60, 0.30 \rangle$
中等 (M)	$\langle 0.50, 0.40 \rangle$
中低 (ML)	$\langle 0.40, 0.50 \rangle$
低 (L)	$\langle 0.25, 0.60 \rangle$
非常低 (VL)	$\langle 0.10, 0.75 \rangle$
非常非常低 (VVL)	$\langle 0.10, 0.90 \rangle$
极低 (EL)	$\langle 0.00, 1.00 \rangle$

根据直觉模糊数和区间数转化为确定因子结构的方法, 可将语言值转化为确定因子结构.

对于非效益非成本型属性 X_j , 一般给定一个最优值 $\tilde{X}_j$, 属性值与这个最优值的“距离”越小越好. 考虑到属性值包含实数、区间数、直觉模糊数和语言值 4 种类型, 以相似度 S_{ij} 描述距离, S_{ij} 越大距离越小, 也就是说相似度越大越好. 确定因子 $CF_{ij} = 1$, 表示属性值的优劣程度是确定的.

4 种类型属性值和最优值的相似度 S_{ij} 如下:

1) 当 $X_j \in X^R$ 时, 对属性值和最优值进行归一化, 假设归一化后的最优值为 $\bar{X}_j$, 属性值为 $\bar{X}_{ij}$, 则有

$$S_{ij} = 1 - |\bar{X}_j - \bar{X}_{ij}|; \quad (15)$$

2) 当 $X_j \in X^I$ 时, 假设归一化后的最优值为 $\bar{X}_j = [\bar{X}_j^L, \bar{X}_j^U]$, 属性值为 $\bar{X}_{ij} = [\bar{X}_{ij}^L, \bar{X}_{ij}^U]$, 则有

$$S_{ij} = 1 - \frac{1}{2}(|\bar{X}_j^L - \bar{X}_{ij}^L| + |\bar{X}_j^U - \bar{X}_{ij}^U|); \quad (16)$$

3) 当 $X_j \in X^{II}$ 时, 假设归一化后的最优值为 $\tilde{X}_j = \langle \mu(\tilde{X}_j), \eta(\tilde{X}_j) \rangle$, 属性值为 $\tilde{X}_{ij} = \langle \mu(\tilde{X}_{ij}), \eta(\tilde{X}_{ij}) \rangle$, 则有

$$S_{ij} = 1 - \frac{1}{2}(|\mu(\tilde{X}_j) - \mu(\tilde{X}_{ij})| + |\eta(\tilde{X}_j) - \eta(\tilde{X}_{ij})|); \quad (17)$$

4) 当 $X_j \in X^L$ 时, 最优值和属性值出自同一语言短语集, 可以先将语言值转化为直觉模糊数, 然后根据直觉模糊数的相似度进行计算.

在决策问题中, 未来状态往往具有不确定性, 未来状态的不确定性往往以概率的形式给出. 假设存在 N 个未来状态 $S = \{s_n | n = 1, 2, \dots, N\}$, 对应的发生概率为 $P = \{P_n | n = 1, 2, \dots, N\}$, 则第 i 个方案的第 j 个属性的属性值可表示为

$$(X_{ij}, P) = ((X_{ij}^1, P_1), (X_{ij}^2, P_2), \dots, (X_{ij}^N, P_N)). \quad (18)$$

其中 $X_{ij}^n (n = 1, 2, \dots, N)$ 表示第 i 个方案的第 j 个属性在状态 s_n 下的属性值。

根据确定因子结构转化方法对属性值进行转化, 第 i 个方案的第 j 个属性的属性值可表示为

$$(X_{ij}, P) =$$

$$(((Y_{ij}^1, CF_{ij}^1), P_1), \dots, ((Y_{ij}^N, CF_{ij}^N), P_N)). \quad (19)$$

以确定因子 CF_{ij}^n 与概率 P_n 的乘积表示第 i 个方案的第 j 个属性在状态 s_n 下的不确定性, 令

$$cf_{ij}^n = CF_{ij}^n \times P_n, \quad (20)$$

$$x_{ij}^n = Y_{ij}^n, \quad (21)$$

则第 i 个方案的第 j 个属性的属性值可表示为

$$(x_{ij}, cf_{ij}) = ((x_{ij}^1, cf_{ij}^1), (x_{ij}^2, cf_{ij}^2), \dots, (x_{ij}^N, cf_{ij}^N)). \quad (22)$$

其中: $cf_{ij}^n (0 \leq cf_{ij}^n \leq 1, \sum_{n=1}^N cf_{ij}^n \leq 1)$ 称为确定因子, 表示属性值 x_{ij}^n 的确定程度, 确定因子决策矩阵为

$$D = [(x_{ij}, cf_{ij})]_{I \times J}. \quad (23)$$

2.3 不确定性多属性决策方法

对比前景 $(x_1, p_1; x_2, p_2; \dots; x_N, p_N)$ 和属性值 $(x_{ij}, cf_{ij}) = ((x_{ij}^1, cf_{ij}^1), (x_{ij}^2, cf_{ij}^2), \dots, (x_{ij}^N, cf_{ij}^N))$, 概率 p_n 表示在状态 s_n 下事件发生的不确定性, 确定因子 cf_{ij}^n 表示第 i 个方案的第 j 个属性在状态 s_n 下属性值 x_{ij}^n 的不确定性, 两者在意义和表示形式上相似, 确定因子 cf_{ij}^n 表示的不确定性较概率 p_n 更加完整。

参考点是前景理论中的一个重要概念。目前, 常用的参考点包括底线(最小需求)、现状、目标等。参考点的选择取决于决策者的主观感受, 决策者会从不同的角度确定参考点。根据第3代前景理论, 假设第 j 个属性在状态 s_n 下的参考点为 $h_j(s_n)$, 状态 s_n 下各属性的参考点构成参考点向量 $H(s_n) = (h_1(s_n), \dots, h_2(s_j), \dots, h_J(s_n))$ 。

根据上述分析, 下面给出基于证据推理和第3代前景理论的不确定性多属性决策方法。

Step 1 根据决策者类型, 给出价值函数。进一步计算各状态下的价值, 构造价值矩阵。

首先, 给出第 i 个方案的第 j 个属性在状态 s_n 下的价值函数。

当属性 X_j 为效益型时, 有

$$v(x_{ij}^n) = \begin{cases} \sigma(x_{ij}^n - h_j(s_n))^{\alpha^+}, & x_{ij}^n \geq h_j(s_n); \\ -\delta(h_j(s_n) - x_{ij}^n)^{\alpha^-}, & x_{ij}^n < h_j(s_n). \end{cases} \quad (24)$$

当属性 X_j 为成本型时, 有

$$v(x_{ij}^n) = \begin{cases} \sigma(h_j(s_n) - x_{ij}^n)^{\alpha^+}, & x_{ij}^n \leq h_j(s_n); \\ -\delta(x_{ij}^n - h_j(s_n))^{\alpha^-}, & x_{ij}^n > h_j(s_n). \end{cases} \quad (25)$$

当属性 X_j 为非效益非成本型时, 首先计算参考

点 $h_j(s_n)$ 与最优值 $\tilde{X}_j$ 的相似度 $S_j(s_n)$, 然后得到价值函数

$$v(x_{ij}^n) = \begin{cases} \sigma(x_{ij}^n - S_j(s_n))^{\alpha^+}, & x_{ij}^n \geq S_j(s_n); \\ -\delta(S_j(s_n) - x_{ij}^n)^{\alpha^-}, & x_{ij}^n < S_j(s_n). \end{cases} \quad (26)$$

其中: σ 和 δ 表示决策者对收益或损失的敏感性, 如果收益相对损失敏感, 则令 $\sigma > 1, \delta = 1$; 如果损失相对收益敏感, 则令 $\sigma = 1, \delta > 1$; α^+ 和 α^- 表示决策者的风险态度, 如果是保守型决策者, 则 $\alpha^+, \alpha^- > 1$; 如果是中立型决策者, 则 $\alpha^+, \alpha^- = 1$; 如果是冒险型决策者, 则 $\alpha^+, \alpha^- < 1$ 。具体参数选择可参考已有的研究成果。

Step 2 根据价值对状态进行排序。

针对第 i 个方案的第 j 个属性, 根据各状态 s_n 下的价值 $v(x_{ij}^n)$ 对状态进行排序, 使得排序后的结果满足下列条件。

1) 对于任意状态 s_r 和 s_t , 如果 $v(x_{ij}^r) > v(x_{ij}^t)$, 则有 $r > t$ 。

2) 对于效益型属性, 当 $x_{ij}^n < h_j(s_n)$ 时表示状态 s_n 为强损失, 记 s^- 表示强损失的状态数; 当 $x_{ij}^n \geq h_j(s_n)$ 时表示状态 s_n 为弱收益, 记 s^+ 表示弱收益的状态数且 $s^+ = N - s^-$ 。

3) 对于成本型属性, 当 $x_{ij}^n > h_j(s_n)$ 时表示状态 s_n 为强损失, 记 s^- 表示强损失的状态数; 当 $x_{ij}^n \leq h_j(s_n)$ 时表示状态 s_n 为弱收益, 记 s^+ 表示弱收益的状态数且 $s^+ = N - s^-$ 。

4) 对于非效益非成本型属性, 当 $x_{ij}^n < S_j(s_n)$ 时表示状态 s_n 为强损失, 记 s^- 表示强损失的状态数; 当 $x_{ij}^n \geq S_j(s_n)$ 时表示状态 s_n 为弱收益, 记 s^+ 表示弱收益的状态数且 $s^+ = N - s^-$ 。

排序后的结果可表示为

$$(v_{ij}, cf_{ij}) = ((v(x_{ij}^1), cf_{ij}^1), \dots, (v(x_{ij}^N), cf_{ij}^N)). \quad (27)$$

Step 3 根据各状态下的确定因子计算确定权重。

根据第 i 个方案的第 j 个属性在各状态 s_n 下的确定因子计算确定权重, 即

$$\pi(s_n; (x_{ij}^n, cf_{ij}^n), h_j(s_n)) = \pi(cf_{ij}^n) = \begin{cases} w^+(cf_{ij}^n), & n = N; \\ w^+(\sum_{t \geq n} cf_{ij}^t) - w^+(\sum_{t > n} cf_{ij}^t), & s^- + 1 \leq n < N; \\ w^-(\sum_{t \leq n} cf_{ij}^t) - w^-(\sum_{t < n} cf_{ij}^t), & 1 < n \leq s^-; \\ w^-(cf_{ij}^n), & n = 1. \end{cases} \quad (28)$$

其中: 根据文献 [24], 有

$$w^+(cf) = \exp\{-\gamma^+(-\ln cf)^{\tau^+}\},$$

$$w^-(cf) = \exp\{-\gamma^-(-\ln cf)^{\tau^-}\};$$

$\gamma^+, \gamma^- > 0$ 刻画决策者的过度反应; 当决策者为冒险型决策者时, 有 $0 < \tau^+ < \tau^- < 1$; 当决策者为保守型决策者时, 有 $0 < \tau^- < \tau^+ < 1$; 当决策者为中立型决策者时, 有 $0 < \tau^- = \tau^+ < 1$.

Step 4 根据第 3 代前景理论, 计算方案在各属性下的前景价值, 并对前景价值进行规范化.

第 i 个方案在第 j 个属性下的前景价值为

$$V(X_{ij}) = \sum_{n=1}^N (v(x_{ij}^n) \pi(x_{ij}^n)). \quad (29)$$

根据极差变化法^[18]对前景价值进行规范化, 有

$$\bar{V}(X_{ij}) = \frac{V(X_{ij}) - \min\{V(X_j)\}}{\max\{V(X_j)\} - \min\{V(X_j)\}}. \quad (30)$$

其中

$$\min\{V(X_j)\} = \min\{V(X_{1j}), V(X_{2j}), \dots, V(X_{Ij})\},$$

$$\max\{V(X_j)\} = \max\{V(X_{1j}), V(X_{2j}), \dots, V(X_{Ij})\},$$

$$0 \leq \bar{V}(X_{ij}) \leq 1.$$

Step 5 根据证据推理方法, 计算各方案的合成前景价值. 首先, 对于第 i 个方案确定辨识空间为 $A_i = \{A_i\}$, 该方案的属性值 (x_{ij}, cf_{ij}) 为证据, 规范化前景价值 $\bar{V}(X_{ij})$ 为每个证据对 X_{ij} 的置信度.

根据证据推理方法构造基本概率指派函数, 有

$$m_j(A_i) = W_j \bar{V}(X_{ij}), \quad (31)$$

$$m_j(A_i) = W_j (1 - \bar{V}(X_{ij})), \quad (32)$$

$$m_j(P(A_i)) = 1 - W_j. \quad (33)$$

令 $m_{O(1)}(A_i) = m_1(A_i)$, $m_{O(1)}(A_i) = m_1(A_i)$, $m_{O(1)}(P(A_i)) = m_1(P(A_i))$. 对前 $k+1$ 个证据进行组合, 可得

$$\begin{aligned} m_{O(k+1)}(A_i) = & K_{k+1}(m_{O(k)}(A_i)m_{k+1}(A_i) + \\ & m_{O(k)}(A_i)(m_{k+1}(A_i) + m_{k+1}(P(A_i))) + \\ & (m_{O(k)}(A_i) + m_{O(k)}(P(A_i)))m_{k+1}(A_i)), \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} m_{O(k+1)}(A_i) = & K_{k+1}(m_{O(k)}(A_i)m_{k+1}(A_i) + \\ & m_{O(k)}(A_i)m_{k+1}(P(A_i)) + \\ & m_{O(k)}(P(A_i))m_{k+1}(A_i)), \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} m_{O(k+1)}(P(A_i)) = & \\ & K_{k+1}(m_{O(k)}(P(A_i))m_{k+1}(P(A_i))), \end{aligned} \quad (36)$$

其中

$$K_{k+1} = \left(1 - \sum_{A \cap B = \emptyset} m_{O(k)}(A)m_{k+1}(B)\right)^{-1}. \quad (37)$$

通过组合 J 个证据, 可得方案 A_i 的合成前景价值

$$V(A_i) = \frac{m_{O(J)}(A_i)}{1 - m_{O(J)}(P(A_i))}. \quad (38)$$

Step 6 根据合成前景值对方案进行排序, 选择决策方案.

显然, 合成前景值满足合成前景值 $V(A_i)$ 越大方案 A_i 越优. 因此, 依据合成前景值 $V(A_i)$, 可以对方案进行排序, 选择合成前景值最大的备选方案作为最优决策方案.

3 算例分析

某投资银行拟从同一行业的 5 家公司 (A_1, A_2, A_3, A_4, A_5) 中选择一家进行投资. 考虑 4 个属性包括年产值 X_1 /千万元, 社会收益 X_2 /千万元, 环境污染程度 $X_3 = \{EH, VVH, \dots, EL\}$, 员工规模 X_4 /千人. 在这 4 个属性中, 属性 X_1 和 X_2 为效益型属性, 属性 X_3 为成本型属性, 属性 X_4 为非效益非成本型属性 (员工规模大则支付费用增加, 员工规模小则无法完成生产任务). 属性 X_1 的属性值为实数, 属性 X_2 的属性值为直觉模糊数, 属性 X_3 的属性值为语言值, 属性 X_4 的属性值为区间数. 属性权重向量为 $W = (0.3, 0.2, 0.3, 0.2)$. 决策时考虑 3 种市场状态 $\{s_1, s_2, s_3\}$: 好, 中, 差; 发生概率分别为 $p_1 = 0.3, p_2 = 0.5, p_3 = 0.2$. 5 家公司在不同市场状态下的属性值如表 2、表 3 和表 4 所示.

表 2 市场状态为 s_1 时 5 家公司的属性值

属性	X_1	X_2	X_3	X_4
A_1	3.5	$\langle 0.368, 0.628 \rangle$	VVH	[5.8, 6.2]
A_2	3.3	$\langle 0.349, 0.649 \rangle$	MH	[5.6, 5.8]
A_3	2.9	$\langle 0.436, 0.556 \rangle$	H	[2.9, 3.1]
A_4	3.8	$\langle 0.379, 0.619 \rangle$	EH	[6.0, 6.4]
A_5	2.5	$\langle 0.407, 0.587 \rangle$	MH	[2.7, 2.9]

表 3 市场状态为 s_2 时 5 家公司的属性值

属性	X_1	X_2	X_3	X_4
A_1	3.0	$\langle 0.307, 0.687 \rangle$	VH	[5.4, 5.4]
A_2	3.1	$\langle 0.336, 0.656 \rangle$	M	[4.6, 4.8]
A_3	2.8	$\langle 0.327, 0.667 \rangle$	ML	[2.8, 3.0]
A_4	3.0	$\langle 0.297, 0.697 \rangle$	VH	[5.1, 5.3]
A_5	2.4	$\langle 0.316, 0.676 \rangle$	L	[2.4, 2.6]

表 4 市场状态为 s_3 时 5 家公司的属性值

属性	X_1	X_2	X_3	X_4
A_1	2.4	$\langle 0.289, 0.709 \rangle$	ML	[2.9, 3.1]
A_2	2.8	$\langle 0.328, 0.668 \rangle$	VL	[2.3, 2.3]
A_3	2.5	$\langle 0.268, 0.728 \rangle$	VVL	[2.8, 3.2]
A_4	2.5	$\langle 0.279, 0.719 \rangle$	ML	[3.0, 3.2]
A_5	2.3	$\langle 0.259, 0.739 \rangle$	EL	[2.3, 2.5]

银行依据投资经验, 判断属性 X_4 在不同市场状态下的最优值分别为 $([4.5, 5.5], [2.5, 2.7], [1.7, 2.3])$; 不同市场状态下的参考点向量分别为 $H(s_1) = (3.0, 0.36, 0.6, 5)$, $H(s_2) = (2.5, 0.32, 0.45, 2.6)$, $H(s_3) = (2.0, 0.24, 0.25, 2)$.

下面根据对投资方案进行评价选择. 首先, 根据确定因子结构转化方法, 得到确定因子结构决策矩阵

$$D = \begin{bmatrix} ((3.5, 0.3), (3.0, 0.5), (2.4, 0.2)) ((0.37, 0.2937), (0.31, 0.4681), (0.29, 0.1973)) \\ ((3.3, 0.3), (3.1, 0.5), (2.8, 0.2)) ((0.35, 0.2969), (0.34, 0.4575), (0.33, 0.1945)) \\ ((2.9, 0.3), (2.8, 0.5), (2.5, 0.2)) ((0.44, 0.2874), (0.33, 0.4681), (0.27, 0.1945)) \rightarrow \\ ((3.8, 0.3), (3.0, 0.5), (2.5, 0.2)) ((0.38, 0.2969), (0.30, 0.4681), (0.28, 0.1973)) \\ ((2.5, 0.3), (2.4, 0.5), (2.3, 0.2)) ((0.41, 0.2905), (0.32, 0.4575), (0.26, 0.1973)) \\ ((0.90, 0.3000), (0.850, 0.4616), (0.450, 0.18)) ((0.7298, 0.3), (0.0667, 0.5), (0.3334, 0.2)) \\ ((0.65, 0.2625), (0.550, 0.4616), (0.175, 0.17)) ((0.8108, 0.3), (0.3000, 0.5), (0.8000, 0.2)) \\ \leftarrow ((0.75, 0.2625), (0.450, 0.4616), (0.100, 0.20)) ((0.4595, 0.3), (0.9000, 0.5), (0.1334, 0.2)) \\ ((1.00, 0.3000), (0.850, 0.4616), (0.450, 0.18)) ((0.6757, 0.3), (0.1333, 0.5), (0.0667, 0.2)) \\ ((0.75, 0.2625), (0.325, 0.4423), (0.000, 0.20)) ((0.4055, 0.3), (0.9667, 0.5), (0.7334, 0.2)) \end{bmatrix}.$$

然后, 根据 Step 1 ~ Step 4 得到前景价值矩阵 V 和规范化前景矩阵 $\bar{V}$, 即

$$V = \begin{bmatrix} 0.4232 & 0.0053 & -0.6129 & -1.3988 \\ 0.5135 & 0.0222 & -0.0974 & -0.9447 \\ 0.1606 & 0.0337 & -0.0629 & -0.8632 \\ 0.5538 & -0.0047 & -0.6600 & -1.4829 \\ -0.3607 & 0.0186 & -0.0009 & -0.5515 \end{bmatrix},$$

$$\bar{V} = \begin{bmatrix} 0.8563 & 0.2666 & 0.0714 & 0.0903 \\ 0.9559 & 0.7005 & 0.8536 & 0.5778 \\ 0.5700 & 1.0000 & 0.9060 & 0.6653 \\ 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.6086 & 1.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}.$$

考虑中立型决策者, 根据文献[23]得到价值函数 $v(x_{ij}^n)$ 的参数为: $\alpha^+ = \alpha^- = 1, \sigma = 1, \delta = 2.25$. 根据文献[24]得到权重函数 $\pi(x_{ij}^n)$ 的参数为 $\gamma^+ = \gamma^- = 1, \tau^- = \tau^+ = 0.604$.

根据 Step 5, 计算各方案的合成前景价值

$$\begin{aligned} V(A_1) &= 0.4720, V(A_2) = 0.8690, \\ V(A_3) &= 0.8469, V(A_4) = 0.4371, \\ V(A_5) &= 0.7403. \end{aligned}$$

最后, 根据合成前景价值得到方案排序

$$A_2 \succ A_3 \succ A_5 \succ A_1 \succ A_4,$$

其中“ $\succ$ ”表示“优于”. 根据排序结果, 银行 A_2 为最理想的投资公司.

为了说明函数参数变化对决策结果的影响, 下面给出 6 种具有代表性的参数组合, 如表 5 所示. 根据本文所提出的决策方法, 得到不同参数组合下各方案的合成前景价值和方案排序如表 6 所示.

下面对本文中 6 种参数组合的来源加以说明. 参数 $\alpha^+ = 0.89, \alpha^- = 0.92, \sigma = 1, \delta = 2.25$ 来源于文献[9]的实验值; 参数 $\alpha^+ = 0.37, \alpha^- = 0.59, \sigma = 1, \delta = 1.51$ 来源于文献[26]的实验值; 参数 $\alpha^+ = 1.21, \alpha^- = 1.02, \sigma = 1, \delta = 2.25$ 来源于文献[27]的实验值. 下面的参数:

$$\begin{aligned} \gamma^+ &= \gamma^- = 0.938, \tau^+ = 0.603, \tau^- = 0.605; \\ \gamma^+ &= \gamma^- = 1.083, \tau^+ = 0.533, \tau^- = 0.535; \\ \gamma^+ &= \gamma^- = 0.938, \tau^+ = 0.605, \tau^- = 0.603; \\ \gamma^+ &= \gamma^- = 1.083, \tau^+ = 0.535, \tau^- = 0.533 \end{aligned}$$

均来源于文献[28]的实验值和文献[24]对权重函数

表 5 6 种参数组合

编号	价值函数的参数	权重函数的参数
1	$\alpha^+ = 0.89, \alpha^- = 0.92, \sigma = 1, \delta = 2.25$	$\gamma^+ = \gamma^- = 0.938, \tau^+ = 0.603, \tau^- = 0.605$
2	$\alpha^+ = 0.89, \alpha^- = 0.92, \sigma = 1, \delta = 2.25$	$\gamma^+ = \gamma^- = 1.083, \tau^+ = 0.533, \tau^- = 0.535$
3	$\alpha^+ = 0.37, \alpha^- = 0.59, \sigma = 1, \delta = 1.51$	$\gamma^+ = \gamma^- = 0.938, \tau^+ = 0.603, \tau^- = 0.605$
4	$\alpha^+ = 0.37, \alpha^- = 0.59, \sigma = 1, \delta = 1.51$	$\gamma^+ = \gamma^- = 1.083, \tau^+ = 0.533, \tau^- = 0.535$
5	$\alpha^+ = 1.21, \alpha^- = 1.02, \sigma = 1, \delta = 2.25$	$\gamma^+ = \gamma^- = 0.938, \tau^+ = 0.605, \tau^- = 0.603$
6	$\alpha^+ = 1.21, \alpha^- = 1.02, \sigma = 1, \delta = 2.25$	$\gamma^+ = \gamma^- = 1.083, \tau^+ = 0.535, \tau^- = 0.533$

表 6 6 种参数组合下各方案的合成前景价值和方案排序

编号	合成前景价值	方案排序
1	$V(A_1) = 0.4816, V(A_2) = 0.8643, V(A_3) = 0.8405, V(A_4) = 0.4371, V(A_5) = 0.7404$	$A_2 \succ A_3 \succ A_5 \succ A_1 \succ A_4$
2	$V(A_1) = 0.4890, V(A_2) = 0.8695, V(A_3) = 0.8405, V(A_4) = 0.4371, V(A_5) = 0.7399$	$A_2 \succ A_3 \succ A_5 \succ A_1 \succ A_4$
3	$V(A_1) = 0.4673, V(A_2) = 0.7980, V(A_3) = 0.8097, V(A_4) = 0.4371, V(A_5) = 0.7095$	$A_3 \succ A_2 \succ A_5 \succ A_1 \succ A_4$
4	$V(A_1) = 0.4744, V(A_2) = 0.8049, V(A_3) = 0.8099, V(A_4) = 0.4371, V(A_5) = 0.7080$	$A_3 \succ A_2 \succ A_5 \succ A_1 \succ A_4$
5	$V(A_1) = 0.4868, V(A_2) = 0.8817, V(A_3) = 0.8462, V(A_4) = 0.4371, V(A_5) = 0.7548$	$A_2 \succ A_3 \succ A_5 \succ A_1 \succ A_4$
6	$V(A_1) = 0.4945, V(A_2) = 0.8865, V(A_3) = 0.8461, V(A_4) = 0.4371, V(A_5) = 0.7546$	$A_2 \succ A_3 \succ A_5 \succ A_1 \succ A_4$

的分析.

为了更好地比较6种参数组合下各方案的合成前景价值,下面给出不同参数组合下方案及其合成前景价值关系图,如图1所示.

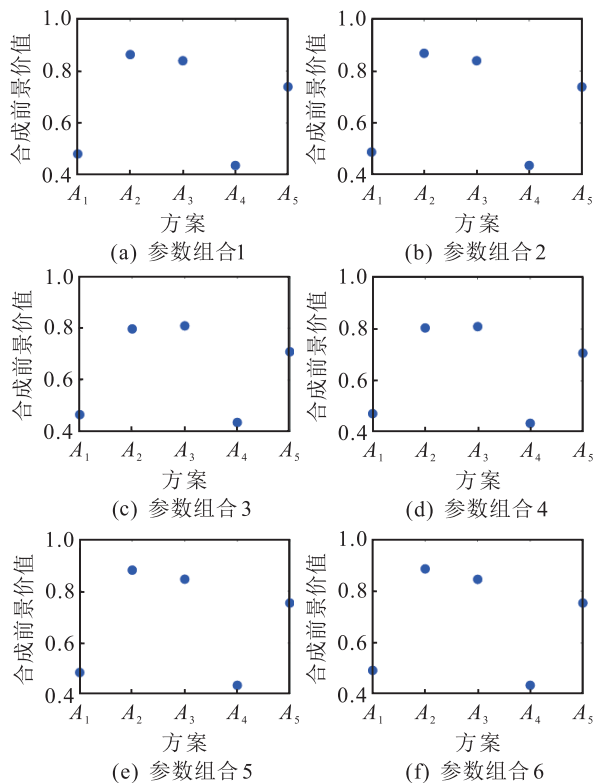


图1 6种参数组合下各方案的合成前景价值

由图1和表6中的方案排序可知,合成前景价值和方案排序结果比较稳定,其中方案A₂和A₃的排序位置受参数影响稍大.

按照文献[4]的分析将属性X₄作为成本型属性,6种参数通过组合得到备选方案的排序结果与本文给出的排序结果一致.由此可知,基于证据推理和第3代前景理论的不确定性多属性决策方法具有可行性.

按照文献[11]给出的决策方法,以期望 $H = \{3.0, 0.36, 0.25, 2\}$ 作为参考点向量,将属性X₄作为成本型属性,排序结果为 $A_1 \succ A_2 \succ A_3 \succ A_5 \succ A_4$;将属性X₄作为效益型属性,排序结果为 $A_1 \succ A_2 \succ A_4 \succ A_3 \succ A_5$.按照文献[13]给出的决策方法(该方法不受属性类型的影响),以期望 $H = \{3.0, 0.36, 0.25, 2\}$ 作为参考点向量,排序结果为 $A_2 \succ A_4 \succ A_1 \succ A_3 \succ A_5$.不同方法的排序结果说明:1)考虑决策者给出的动态参考点和静态参考点的情形下,方案的排序结果和选择结果会有所改变;2)对属性值类型的认定,会影响方案的排序结果和选择结果.

4 结 论

本文建立了基于证据推理和第3代前景理论的决策方法,以解决动态参考点的不确定性多属性决策

问题.该方法采用确定因子结构表示不确定性信息,能够处理效益型、成本型和非效益非成本型属性,根据第3代前景理论得到各方案在各属性下的前景价值,再根据证据推理方法将前景价值进行融合得到各方案的合成前景价值,并根据合成前景价值对方案进行排序.

与已有的决策方法相比,基于证据推理和第3代前景理论的不确定性多属性决策方法具有以下优点:

- 1) 能够处理非效益非成本型属性;
- 2) 基于确定因子结构和证据推理方法,能够有效利用各种带有不确定性的定量信息和定性知识;
- 3) 运算过程相对简洁.

基于证据推理和第3代前景理论的不确定性多属性决策方法为考虑动态参考点的具有多种类型不确定性信息的多属性决策问题提供了一种新的解决途径,具有一定的应用价值.

参考文献(References)

- [1] Chen Y W, Yang J B, Xu D L, et al. Inference analysis and adaptive training for belief rule based systems[J]. Expert Systems with Applications, 2011, 38(10): 12845-12860.
- [2] Jiang J, Li X, Zhou Z J, et al. Weapon system capability assessment under uncertainty based on the evidential reasoning approach[J]. Expert Systems with Applications, 2011, 38(11): 13773-13784.
- [3] Mokhtari K, Ren J, Roberts C, et al. Decision support framework for risk management on sea ports and terminals using fuzzy set theory and evidential reasoning approach[J]. Expert Systems with Applications, 2012, 39(5): 5087-5103.
- [4] 刘志云,樊治平,李铭洋.考虑决策者给出参照点的风险型模糊多属性决策方法[J].系统工程与电子技术, 2014, 36(7): 1354-1367.
(Liu Y Z, Fan Z P, Li M Y. Method for risky fuzzy multiple-attribute decision making considering decision maker's reference points [J]. Systems Engineering and Electronics, 2014, 36(7): 1354-1367.)
- [5] Yang J B, Xu D L. Evidential reasoning rule for evidence combination[J]. Artificial Intelligence, 2013, 205(1): 1-29.
- [6] 郭凯红,李文立.基于证据推理的不确定多属性决策方法[J].管理工程学报, 2012, 26(2): 94-100.
(Guo K H, Li W L. Evidential reasoning-based approach for multiple attribute decision making problems under uncertainty [J]. J of Industrial Engineering/Engineering Management, 2012, 26(2): 94-100.)
- [7] Von Neumann J, Morgenstern O. The theory of games and economic behavior[M]. Princeton: Princeton University Press, 1944: 712-726.

- [8] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk[J]. *Econometrica*, 1979, 47(2): 263-292.
- [9] Tversky A, Kahneman D. Advances in prospect theory: cumulative representation of uncertainty [J]. *J of Risk and Uncertainty*, 1992, 5(4): 297-323.
- [10] Schmidt U, Starmer C, Sugden R. Explaining preference reversal with third-generation prospect theory[R]. Nottingham: Centre for Decision Research and Experimental Economics, University of Nottingham, 2005.
- [11] Tamura H. Behavioral models of decision making under risk and/or uncertainty with application to public sectors[J]. *Annual Reviews in Control*, 2008, 32(1): 99-106.
- [12] Liu P D, Jin F, Zhang X, et al. Research on the multi-attribute decision-making under risk with interval probability based on prospect theory and the uncertainty linguistic variables[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2011, 24(4): 554-561.
- [13] 张晓, 樊治平. 一种基于前景理论的风险型区间多属性决策方法[J]. *运筹与管理*, 2012, 21(3): 44-50.
(Zhang X, Fan Z P. A method for risky interval multiple attribute decision making based on prospect theory[J]. *Operations Research and Management Science*, 2012, 21(3): 44-50.)
- [14] Wang J Q, Li K J, Zhang H Y. Interval-valued intuitionistic fuzzy multi-criteria decision-making approach based on prospect score function[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2012, 27(3): 119-125.
- [15] Lourenzutti R, Krohling R A. A study of TODIM in a intuitionistic fuzzy and random environment[J]. *Expert Systems with Applications*, 2013, 40(16): 6459-6468.
- [16] Liu Y, Fan Z P, Zhang Y. Risk decision analysis in emergency response: A method based on cumulative prospect theory[J]. *Computers and Operations Research*, 2014, 42(2): 75-82.
- [17] 文杏梓, 罗新星, 欧阳军林. 基于决策者信任度的风险型混合多属性群决策方法[J]. *控制与决策*, 2014, 29(3): 481-486.
(Wen X Z, Luo X X, Ouyang J L. Method of hybrid multi-attribute group decision-making with risk under decision-maker's confidence[J]. *Control and Decision*, 2014, 29(3): 481-486.)
- [18] 岳超源. 决策理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2010: 195.
(Yue C Y. Decision making theory and methods[M]. Beijing: Science Press, 2010: 195.)
- [19] 孟丹. 基于区间值的模糊聚类分析[J]. *辽宁师范大学学报: 自然科学版*, 2003, 26(2): 113-116.
(Meng D. Fuzzy aggregation analysis method based on interval value[J]. *J of Liaoning Normal University: Natural Science Edition*, 2003, 26(2): 113-116.)
- [20] Glad D, Etienne E K. On the relationship between some extensions of fuzzy set theory[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2003, 133(2): 227-235.
- [21] Chen T Y, Tsao C Y. The interval-valued fuzzy TOPSIS method and experimental analysis[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2008, 159(11): 1410-1428.
- [22] Boran F E, Genc S, Kurt M, et al. A multi-criteria intuitionistic fuzzy group decision making for supplier selection with TOPSIS method[J]. *Expert Systems with Applications*, 2009(36): 11363-11368.
- [23] Guo K H, Li W L. An attitudinal-based method for constructing intuitionistic fuzzy information in hybrid MADM under uncertainty[J]. *Information Sciences*, 2012, 208(1): 28-38.
- [24] Darken P. The probability weighting function[J]. *Econometrica*, 1998, 66(3): 497-527.
- [25] 马健, 孙秀霞. 基于效用曲线改进的前景理论价值函数[J]. *信息与控制*, 2011, 40(4): 502-506.
(Ma J, Sun X X. Modified value function in prospect theory based on utility curve[J]. *Information and Control*, 2011, 40(4): 502-506.)
- [26] Xu H L, Zhou J, Wu W. A decision-making rule for modeling traveler's route choice behavior based on cumulative prospect theory[J]. *Management Science*, 2000, 46(11): 1497-1512.
- [27] 曾建敏. 实验检验累积前景理论[J]. *暨南大学学报: 自然科学版*, 2007, 28(1): 44-47.
(Zeng J M. An experimental test on cumulative prospect theory[J]. *J of Ji'nan University: Natural Science*, 2007, 28(1): 44-47.)
- [28] Bleichrodt H, Pinto J L. A parameter-free elicitation of the probability weighting function in medical decision analysis[J]. *Management Science*, 2000, 46(11): 1485-1496.

(责任编辑: 滕 蓉)