

文章编号: 1001-0920(2003)05-0573-04

蚁群算法求解连续空间优化问题

杨 勇, 宋晓峰, 王建飞, 胡上序

(浙江大学 智能信息工程研究所, 浙江 杭州 310027)

摘 要: 借鉴蚁群算法的进化思想, 提出一种求解连续空间优化问题的蚁群算法。该算法主要包括全局搜索、局部搜索和信息素强度更新规则。在全局搜索过程中, 利用信息素强度和启发式函数确定蚂蚁移动方向。在局部搜索过程中, 嵌入了确定性搜索, 以改善寻优性能, 加快收敛速率。通过一个实例问题的求解表明了该算法的有效性。

关键词: 蚁群算法; 连续空间优化; 确定性搜索

中图分类号: TP18

文献标识码: A

Ant colony algorithm for continuous space optimization

YAN G Yong, SON G X iao-feng, WAN G J ian-fei, HU Shang-xu

(Institute of Intelligent Information Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: Based on ant colony evolutionary algorithm, a colony algorithm is extended for searching continuous space optimization. The new algorithm is composed of global searching, local searching and pheromone updating rule. Using pheromone and heuristic function, an ant moving direction can be determined during global searching. A deterministic searching algorithm is embedded to improve the optimization performance and enhance the fast convergence during local search. A typical example indicates the better performance of the proposed algorithm.

Key words: Ant colony algorithm; Continuous space optimization; Deterministic searching

1 引 言

受自然界蚂蚁寻找从巢穴到食物源的最短路径的启发, Dorigo 等人提出了蚁群算法^[1]。它具有分布式计算、信息正反馈和启发式搜索的特征, 本质上是进化算法中的一种新型随机性优化算法。蚁群算法对于求解离散优化问题, 如 TSP^[2]、调度^[3]、二次分配^[4]等, 表现出良好的性能。

国内对蚁群算法的研究主要针对离散优化问题^[5,6], 而对于连续空间优化问题的研究则较少。本文借鉴蚁群算法的进化思想, 将这种优化方法拓展到求解连续空间问题。为了克服随机搜索速度慢、收敛性差等缺点, 在随机搜索过程中嵌入了确定性搜

索方法。

2 蚁群算法

蚁群算法由移动规则和信息素强度更新规则组成。设 $\tau(r, s)$ 为位置 r 和位置 s 之间的信息素强度, 初始时刻全部设为某个常数; $\eta(r, s)$ 称为从 r 到 s 的能见度, 是由某种启发式算法确定的。蚂蚁在位置 r 转移到 s 的移动规则为

$$s = \begin{cases} \arg \max_{u \in J(r)} \{ [\tau(r, s)] [\eta(r, s)]^\beta \} \\ q < q_0 \\ S, \text{ otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

其中: q 为随机数, 且 $0 < q < 1$; q_0 为设定的系数, 且 $0 < q_0 < 1$; S 是按概率选择的下一个位置, 即

收稿日期: 2002-04-22; 修回日期: 2002-07-01。

作者简介: 杨勇(1972—), 男, 河南鹤壁人, 博士生, 从事计算机仿真、信息智能处理等研究; 胡上序(1934—), 男, 浙江杭州人, 教授, 博士生导师, 从事过程建模、信息系统集成等研究。

$$p_k(r, s) = \begin{cases} \frac{[\tau(r, s)] [\eta(r, s)]^\beta}{\sum_{u \in J_k(r)} [\tau(r, u)] [\eta(r, u)]^\beta} & s \in J_k(r) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

式中 $J_k(r)$ 是 k 时刻蚂蚁在位置 r 时下一步可行的位置。

每只蚂蚁完成一步搜索, 则进行信息素强度局部更新规则计算

$$\tau(r, s) = (1 - \rho)\tau(r, s) + \rho\Delta\tau(r, s) \quad (3)$$

其中: $0 < \rho < 1, \Delta\tau(r, s)$ 的选择参见文献[1]。

当所有蚂蚁完成一次循环后, 则进行信息素强度全局更新规则计算

$$\tau(r, s) = (1 - \alpha)\tau(r, s) + \alpha\Delta\tau(r, s)$$

其中

$$\Delta\tau(r, s) = \begin{cases} (L_{\text{best}})^{-1}, & (r, s) \text{ 全局最好路径} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

$0 < \alpha < 1$

蚁群算法模拟了自然界蚂蚁搜索食物的过程, 蚂蚁个体之间通过信息素进行信息交换, 实现相互协作, 完成复杂搜索任务。它在求解离散优化问题方面表现出良好的性能, 但在连续空间搜索方面的研究则不多^[7]。本文借鉴蚁群算法的进化思想, 将其拓展到求解连续空间问题。

3 蚁群算法求解连续空间问题

将蚁群算法拓展到连续空间优化问题, 需要对上述公式进行某些修正。设优化函数为 $\text{Max } Z = f(X), m$ 只蚂蚁随机分布在定义域内, 每只蚂蚁都有一个邻域, 其半径为 r 。每只蚂蚁在自己的邻域内进行搜索; 当所有蚂蚁完成局部搜索后, 蚂蚁个体根据信息素强度和启发式函数进行全局范围内的移动。完成一次循环后, 则进行信息素强度更新计算。

3.1 局部搜索

局部搜索是指每只蚂蚁在自己的邻域空间内进行随机搜索。设新的位置点为 X , 如果新的位置值比原来目标函数值大, 则取新位置, 否则舍去。局部搜索是在半径 r 内进行的, r 随着迭代次数的增加而减少。于是有

$$X_i = \begin{cases} X_i, & f(X_i) > f(X_i) \\ X_i, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

3.2 全局搜索

全局搜索是指每只蚂蚁都经过一次局部搜索后, 选择停留在原地, 转移到其他蚂蚁的邻域或进行全局随机搜索。设 $\text{Act}(i)$ 为第 i 只蚂蚁选择的动作,

f_{avg} 为 m 只蚂蚁的目标函数的平均值, 则有

$$\text{Act}(i) = \begin{cases} \text{全局随机搜索} \\ f(X_i) < f_{\text{avg}} & q < q_0 \\ S, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

其中: $0 < q < 1, 0 < q_0 < 1, S$ 按转移规则选择动作如下

$$p(i, j) = \frac{\tau(j)e^{-d_{ij}/T}}{\sum \tau(j)e^{-d_{ij}/T}} \quad (7)$$

其中 $d_{ij} = f(X_i) - f(X_j)$, 且

$$d_{ij} < 0 \quad i \neq j \quad d_{ij} = 0 \quad i = j$$

式(7)保证了第 i 只蚂蚁按概率向其他目标函数值更大的蚂蚁 j 的邻域移动。系数 T 的大小决定了这个概率函数的斜率。

仅考虑转移的情况。蚂蚁向某个信息素强度高的地方移动时, 可能会在转移路途中的一个随机地点发现新的食物源, 这里定义为有向随机转移。第 i 只蚂蚁向第 j 只蚂蚁的邻域转移的公式为

$$X_i = \begin{cases} X_j \text{ 的邻域取随机值}, & \rho < \rho_0 \\ \alpha X_j + (1 - \alpha)X_i, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

其中: $0 < \rho < 1, 0 < \rho_0, \alpha < 1$ 。

3.3 信息素强度更新规则

全局搜索结束后, 要对信息素强度进行更新。更新规则为: 如果有 n 只蚂蚁向蚂蚁 j 处移动(包括有向随机搜索), 则有

$$\tau(j) = \beta\tau(j) + \sum_{i=1}^n \Delta\tau_i \quad (9)$$

其中: $\Delta\tau_i = 1/f(X_i), 0 < \beta < 1$ 是遗忘因子。

本文提出的求解连续空间问题的蚁群算法模仿了自然界蚂蚁寻食的过程, 蚂蚁个体通过局部随机搜索寻找食物源, 然后利用信息素交换信息, 决定全局转移方向。全局随机搜索的蚂蚁承担搜索陌生的新食物源的任务, 本质上也是一种随机性搜索算法。

4 嵌入确定性搜索的蚁群算法

随机性搜索算法存在一定的缺陷, 诸如求解效率较低, 求解结果较分散, 因此引入确定性搜索以求改进。确定性搜索中的牛顿法、共轭梯度法等算法, 虽然求解效率较高, 但不适用于导数不存在或很难求解的问题。这里考虑使用直接法, 它只利用函数信息而不需要求导, 适用面较广。

采用直接法中的步长加速法^[8], 该方法是在坐标轮换法的基础上发展起来的, 包括探测性搜索和模式移动两部分。首先依次沿各坐标方向探索, 称为探测性搜索; 然后经此探测后求得目标函数的变化

规律, 从而确定搜索方向并沿此方向移动, 称为模式移动。重复以上两步, 直到探测步长充分小为止。

嵌入确定性搜索的蚁群算法, 是在局部搜索时以一定的概率利用步长加速法进行确定性搜索。局部搜索规则如下

$$R = \begin{cases} \text{用步长加速法进行局部确定性搜索} \\ U < U_b \\ \text{按式(5) 局部随机搜索} \\ \text{otherw ise} \end{cases} \quad (10)$$

其中: $0 < U < 1, 0 < U_b < 1$ 。

嵌入确定性搜索蚁群算法的步骤如下:

- 1) 初始化;
- 2) Loop;
- 3) 每只蚂蚁处于每次循环的开始位置;
- 4) Loop;
- 5) 每只蚂蚁利用式(10) 进行局部搜索;
- 6) U ntil 所有蚂蚁完成局部搜索;
- 7) Loop;
- 8) 每只蚂蚁进行全局搜索, 按式(6) ~ (8) 选择要进行的动作;
- 9) U ntil 所有蚂蚁完成全局搜索;
- 10) 按式(9) 进行信息素强度更新;
- 11) U ntil 中止条件。

5 算法测试

为了验证改进算法的有效性, 应用嵌入确定性搜索的蚁群算法求解如下测试函数的最优值

$$F = 20 \exp \left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 x_j^2} \right) + \exp \left(\frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \cos(2\pi x_j) \right) - 22.71828 - 10 x_j - 10, \quad j = 1, 2$$

其精确最优解为 $(x_1^*, x_2^*) = (0, 0)$ 处的最大值 $F(x_1^*, x_2^*) = 0$ 。其中 F 称为 Ackley 函数, 是一个经典测试函数, 它在一个几乎平坦的区域内由余弦波调制形成一系列峰或谷, 使曲面起伏不平。

用嵌入确定性搜索的蚁群算法计算以上函数 20 次, 算法的参数为: $m = 50, U_b = 0.1, q_0 = 0.2, T = 10, \rho_0 = 0.6, \beta = 0.7$, 每次计算的循环次数为 120。用该算法求解函数 F 的结果列于表 1。

表 1 用蚁群算法求解连续函数 F

	最优点位置	最优值	平均最优值
函数 F	(-0.000236, -0.000283)	-0.001044	-0.001177

6 性能分析

本文提出的求解连续空间优化问题的蚁群算法在多点同时搜索, 避免了陷入局部最优解。蚂蚁通过信息反馈自组织自学习而体现出群体行为, 并不断向最优目标移动。如果蚁群规模很大, 则搜索的多样性使得搜索空间足够大, 随着循环次数增加, 搜索半径缩小, 蚂蚁趋向于在全局最优解附近进行越来越细密的搜索, 最终将收敛到全局最优解。

某次实例计算, 在初始时刻, 第 40 次循环, 第 80 次循环和第 120 次循环时刻, 蚂蚁的分布分别如图 1 ~ 图 4 所示。由图可以看出, 蚂蚁逐渐向全局最优点附近转移。另外, 通过全局和局部的随机搜索, 增加了蚂蚁在整个连续空间分布的随机性和多样性, 改善了其他进化算法中子代个体的搜索空间呈梯形分布收缩而容易造成早熟的缺点。

对于连续空间优化问题, 蚂蚁的个数 m 可以适当取大一些。蚁群算法完全以随机性的概率搜索易使求解时间过长, 而确定性搜索则容易陷入局部最优。将二者结合起来, 在随机搜索过程中嵌入按目标函数变化趋势的确定性寻优算法, 能有效地克服二

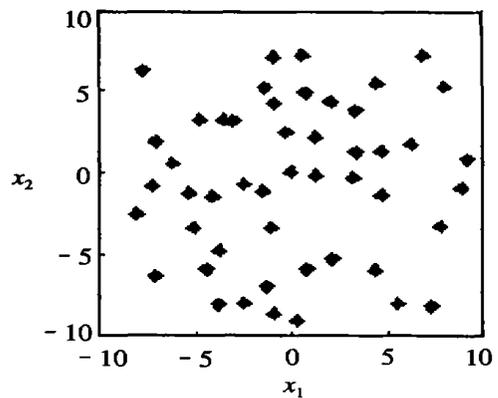


图 1 初始时刻

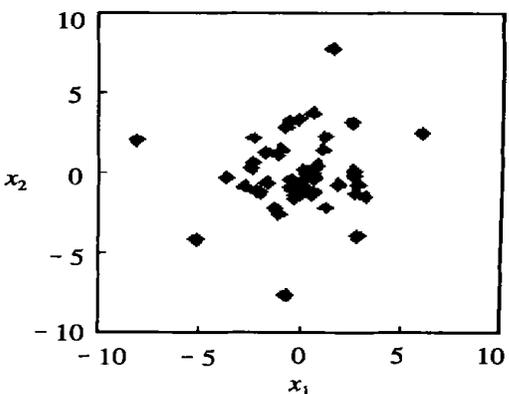


图 2 第 40 次循环

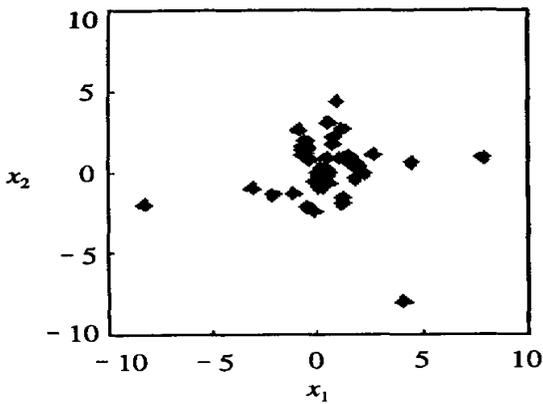


图3 第80次循环

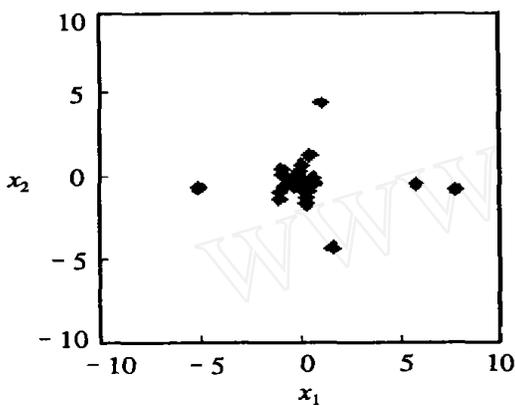


图4 第120次循环

者的缺点, u_0 可取 0.05 ~ 0.15 之间的值。若全局随机搜索的概率太小, 则定义空间的覆盖度较差; 反之若概率太大, 则解的稳定性太差, q_0 可取 0.2 左右。有向随机搜索的概率可以适当取大些, ρ_0 取 0.5 ~ 0.6 之间。更新规则一方面增加较好解邻域的信息素强度, 以强化较好解; 另一方面随着循环次数的增加, 逐渐忘记以前的信息, 遗忘因子 β 一般取 0.6 ~ 0.8 之间。 T 和 r 是经验值, 需要根据具体情况确定。

7 结 语

蚁群算法在组合优化领域已得到越来越多的应用, 但对于连续空间优化问题的研究则很少。本文提出的求解连续空间问题的蚁群算法, 本质上是一种随机搜索算法, 通过信息交换按照某种随机性的概率选择机制, 并经局部搜索和全局搜索两个过程, 最

终找到目标解。为了快速有效地求解优化问题, 将随机性搜索和确定性搜索相结合, 嵌入了步长加速直接搜索法。

作为一种新型的进化算法, 蚁群算法的研究时间较短, 尚缺乏理论基础, 尤其是对于求解连续空间的优化问题, 算法的收敛性还需要探讨, 一些参数也需要根据具体问题依经验而定。这些都是值得进一步研究的问题。

参考文献(References):

- [1] Colomi A, Dorigo M, Maniezzo V. Distributed optimization by ant colonies[A]. *Proc Europ Conf Artif Life[C]*. Paris: Elsevier Publishing, 1991. 134-142
- [2] Dorigo M, Gambardella L M. Ant colony system: A cooperative learning approach to traveling salesman problem[J]. *IEEE Trans Evolution Computation*, 1997, 1(1): 53-56
- [3] Colomi A, Dorigo M, Maniezzo V, et al. Ant system for job-shop scheduling[J]. *Belgian J Oper Res Stat Comp Sci*, 1994, 34: 39-53
- [4] Maniezzo V, Colomi A. The ant system applied to the quadratic assignment problem[J]. *IEEE Trans Knowl Data Eng*, 1999, 1(5): 769-778
- [5] 吴庆洪, 张纪会, 徐心和. 具有变异特征的蚁群算法[J]. *计算机研究与发展*, 1999, 36(10): 1240-1245
(Wu Qinghong, Zhang Jihui, Xu Xinhe. An ant algorithm with mutation features[J]. *J Comp Res Devel*, 1999, 36(10): 1240-1245)
- [6] 张纪会, 高齐圣, 徐心和. 自适应蚁群算法[J]. *控制理论与应用*, 2000, 17(1): 1-3
(Zhang Jihui, Gao Qisheng, Xu Xinhe. A self-adaptive ant colony algorithm[J]. *Contr Theory Appl*, 2000, 17(1): 1-3)
- [7] Jayaraman V K, Kulkarni B D, Karale Sachin. Ant colony framework for optimal design and schedule of batch plants[J]. *Comp Chem Eng*, 2000, 24: 1901-1912
- [8] 汪树玉, 杨德铨. 优化原理、方法与工程应用[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1999