

文章编号: 1001-0920(2003)02-0169-04

一类开关切换系统的输出反馈镇定

王泽宁, 费树岷, 冯纯伯

(东南大学 自动化研究所, 江苏 南京 210096)

摘 要: 对一类子系统为线性的开关切换系统进行观测器设计, 并给出系统动态输出反馈可镇定的充分条件。在所设计的观测器基础上, 以系统状态的观测值为依据设计各子控制器和切换方案, 使整个闭环系统是指数渐近稳定的。对于切换时间间隔受限制的情况, 给出了相应的动态输出反馈可镇定条件和镇定控制方案。实例仿真结果表明, 所给出的设计方案是可行的。

关键词: 混杂系统; 开关系统; 动态输出反馈; 镇定; 指数稳定

中图分类号: TP271.73

文献标识码: A

Output feedback stabilization for a class of switching systems

WANG Ze-ning, FEI Shu-min, FENG Chun-bo

(Research Institute of Automation, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: An observer is designed for a class of switching systems whose sub-systems are linear. A sufficient condition for the stabilization of the system by dynamics output feedback controller is also presented. Based on designing the observer, a switching strategy and sub-controller, which use the observer value, are designed to guarantee that the closed-loop system is exponentially asymptotically stable. When the switching interval time is constrained the switching strategy and sub-controllers can also design to guarantee that the closed-loop system is exponentially asymptotically stable. Finally, an example is given to show the feasibility of the given strategies.

Key words: Hybrid system; Switching system; Dynamic output feedback; Stabilization; Exponentially stability

1 引 言

近年来, 混杂系统作为应用系统中出现越来越多的一类非线性系统, 已引起控制理论和工程界的广泛关注^[1~12]。开关切换系统是混杂系统中较为简单的一种, 它是由几个子系统经过切换产生的。开关切换系统在很多实际工程应用中经常遇到, 例如飞机的多工作点控制、电力系统网络的切换以及多频采样数字系统的控制等。

在混杂切换系统的稳定性和镇定方面, 文献[1~8]研究了系统稳定性分析和基于状态反馈控制器

的镇定; 文献[9~11]研究了静态输出反馈控制。然而, 系统的输出通常不能完全包含系统状态的全部信息, 而静态输出反馈的控制能力明显弱于状态反馈控制。在系统的状态不能完全获得的情况下, 如何对混杂系统或简单地对开关切换系统设计动态输出控制器是亟待研究解决的问题。一方面, 开关切换将为观测器的设计带来困难; 另一方面, 由观测带来的误差可能会对混杂系统的离散控制器的触发造成大的偏差, 这对整个闭环系统的影响将难以估计。

基于上述两点, 本文对一类子系统为线性的开

收稿日期: 2001-11-21; 修回日期: 2002-01-29。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(69604003, 69934010); 国家攀登计划资助项目(970211017)。

作者简介: 王泽宁(1975—), 男, 江苏南京人, 博士生, 从事混杂系统的控制与综合、开关系统控制等研究; 费树岷(1961—), 男, 安徽宣城人, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制系统设计与综合、鲁棒控制和自适应控制等研究。

关切换系统进行观测器设计,给出了一个系统输出可镇定的充分条件,并在此基础上以系统状态的观测值为依据设计了子控制器和切换方案,以保证系统的指数渐近稳定性。另外,对于切换时间间隔受限制的情况,给出了相应的可镇定条件和镇定控制方案。

2 问题描述

考虑如下开关切换系统

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x} = A_{s(t)}x + B_{s(t)}u \\ y = C_{s(t)}x \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x \in R^n$, $u \in R^m$ 和 $y \in R^l$ 分别为系统的连续状态、连续输入和连续输出; $s(t) \in \{1, 2, \dots, N\}$ 为系统的离散状态, $s(t)$ 的每一次变化代表一次切换; A_i, B_i 和 C_i 为相应维数的常矩阵。实际上,系统的总体输入 U 是由系统的连续输入和离散状态的切换组成的。

系统(1)的输出反馈镇定是指对每个子系统确定相应的子系统输出反馈控制器 Γ_i , 并确定开关切换方案 S , 使系统(1)在 Γ_i 和 S 的共同作用下稳定。

对于式(1)所描述的系统,已取得了采用状态反馈进行镇定的研究结果^[8],即只要子系统 Σ_i 的某个凸组合是可镇定的即可。而用输出反馈进行镇定时,将面对以下两个问题:

1) 需要通过系统的输入和输出对系统的状态进行观测,切换作用将对观测器的设计产生怎样的影响?

2) 由于系统的状态与其观测值之间存在误差,以系统状态观测值为依据的各子系统输出反馈控制器和开关切换方案的设计,其镇定能力受观测误差的影响有多大?

针对上述两个问题,本文首先对系统(1)设计观测器,然后利用观测器输出值来构造相应的子系统控制器 Γ_i 和开关切换逻辑 S 。结果表明,只要设计适当,观测误差对系统的镇定不会产生影响。

3 观测器的设计

为更好地叙述本文的主要思想,首先引入如下假设:

假设1 $\forall i \in \{1, 2, \dots, N\}$, (C_i, A_i) 是可检测的。

对每个子系统 Σ_i , 构造如下形式的等维观测器

$$O_i: \begin{cases} \dot{\hat{x}} = A_i \hat{x} + B_i u + G_i(C_i \hat{x} - y) \\ \hat{y} = C_i \hat{x} \end{cases} \quad i \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (2)$$

记 $\tilde{x} = x - \hat{x}$ 为观测误差,对任意 $i \in \{1, \dots, N\}$, 观

测器 O_i 对子系统 Σ_i 的观测误差满足动态方程

$$E_i: \dot{\tilde{x}} = (A_i + G_i C_i) \tilde{x}, \quad i \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (3)$$

由于整个系统的观测误差的动态方程是由式(3)中 N 个方程切换得到的,而式(3)中观测误差 $\tilde{x}$ 既不可控又不可观,所以无法以 $\tilde{x}$ 为依据进行切换来改善 $\tilde{x}$ 的稳定性。因此必须保证设计得到的各个子系统观测器,在任意切换方案下使整个系统的观测误差都是渐近稳定的,即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x} = 0$ 。

将上述问题转化为对系统(3)寻找一个统一的李亚普诺夫函数问题,即找到一个李亚普诺夫函数 $V(\tilde{x})$, 使得在任意 E_i 的作用下都有 $\dot{V} < 0$ 。令

$$V(\tilde{x}) = \tilde{x}^T P \tilde{x}, \quad P > 0 \quad (4)$$

则当 $s(t) = i (i \in \{1, 2, \dots, N\})$ 时,有 $\dot{V}(\tilde{x}) = \tilde{x}^T ((A_i + G_i C_i)^T P + P (A_i + G_i C_i)) \tilde{x}$ 。显然,所述问题可转化为解如下带有矩阵不等式约束的优化问题

$$\begin{cases} \min \lambda \\ \text{s.t. } \lambda < 0, \quad P > 0 \\ (A_i + G_i C_i)^T P + P (A_i + G_i C_i) < \lambda I \\ i \in \{1, 2, \dots, N\} \end{cases} \quad (5)$$

上述问题可利用LM I方法求解(可使用许多成熟的软件如MATLAB等)。显然,使用上述方法解得的 G_i , 在任意切换方式下对式(5)所定义的李亚普诺夫函数 $V(\tilde{x}) = \tilde{x}^T P \tilde{x}$, 都有 $\dot{V}(\tilde{x}) < \lambda \tilde{x}^2 < 0$ 。因此,系统(4)在任意切换下都是指数稳定的,即 $\exists \alpha > 0, \beta > 0$, 当 $t > 0$ 时有

$$\|\tilde{x}(t)\| < \alpha e^{-\beta t} \quad (6)$$

4 切换可镇定性条件与切换逻辑

假设通过上述方法已得到一组形如式(2)的观测器使得式(6)成立,那么是否可利用观测器得到系统状态的观测值构造子控制器和切换逻辑以镇定切换系统(1)。对此问题,本文有如下结论:

定理1 对于系统(1),采用由式(5)解得的观测器 O_i , 若存在 $\delta_i \in R, k_i \in R^{m \times n}, i \in \{1, 2, \dots, N\}$, 正定阵 $\bar{P} > 0$, 正常数 $\gamma > 0$, 满足下述条件

$$\delta_i \geq 0 \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^N \delta_i = 1 \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^N \delta_i ((A_i + B_i k_i)^T \bar{P} + \bar{P} (A_i + B_i k_i)) < -\gamma I \quad (9)$$

则系统(1)是指数渐近可镇定的。此时切换策略和子系统控制器可取

$$S: s(t) = \arg \min \{x^T ((A_i + B_{ik_i})^T \bar{P} + \bar{P}(A_i + B_{ik_i}))x\} \quad (10)$$

$$\Gamma_i: u = k_i x \quad (11)$$

证明 为叙述简单, 记 $\bar{A}_i = A_i + B_{ik_i}$ 。若 $\bar{P} > 0, k_i \in R^{m \times n}, i \in \{1, 2, \dots, N\}$, 满足式(7)~(9), 令 $\bar{V}(x) = x^T \bar{P} x$, 则在切换控制逻辑 S 和子系统控制器 Γ_i 作用下, 有

$$\dot{\bar{V}}(x) \leq x^T (\bar{A}_{s(t)}^T \bar{P} + \bar{P} \bar{A}_{s(t)} + \frac{\gamma}{2} I) x +$$

$$\frac{2}{\gamma} \bar{P} (G_{s(t)} C_{s(t)})^2 \tilde{x}^2$$

由式(9)和(10)可知

$$x^T (\bar{A}_{s(t)}^T \bar{P} + \bar{P} \bar{A}_{s(t)} + \gamma I) x < 0$$

$$\text{即 } x^T (\bar{A}_{s(t)}^T \bar{P} + \bar{P} \bar{A}_{s(t)} + \frac{\gamma}{2} I) x < -\frac{\gamma}{2} x^2$$

由于 $\exists \alpha > 0, \beta > 0$, 当 $t > 0$ 时, 有 $\tilde{x}(t) < \alpha e^{-\beta t}$, 因此有

$$\begin{aligned} \dot{\bar{V}}(x) &= x^T \bar{P} \dot{x} + \dot{x}^T \bar{P} x < \\ &= -\frac{\gamma}{2} V(x) + \frac{2}{\gamma} \bar{P} (G_{s(t)} C_{s(t)})^2 \alpha^2 e^{-2\beta t} \end{aligned} \quad (12)$$

其中 η 为 $\bar{P}^{-1/2}$ 谱的最小值。记

$$h = \gamma/2\eta$$

$$g = \max \left\{ \frac{2}{\gamma} \bar{P} (G_i C_i)^2 \alpha^2 \mid i \in \{1, 2, \dots, N\} \right\}$$

显然 $h > 0, g > 0$, 则

$$\dot{V}(x(t)) < -hV(x(t)) + ge^{-2\beta t} \quad (13)$$

解上述不等式可得

$$\begin{aligned} V(x(t)) &< \\ &e^{-ht} V(x(0)) + ge^{-ht} \int_0^t e^{h\tau} e^{-2\beta\tau} d\tau = \\ &\begin{cases} e^{-ht} V(x(0)) + gte^{-ht}, & h = 2\beta \\ e^{-ht} V(x(0)) + g \frac{1}{h-2\beta} (e^{-2\beta t} - e^{-ht}), & h \neq 2\beta \end{cases} \end{aligned} \quad (14)$$

因为 $x^2 \leq \frac{1}{\eta} V(x(t))$, 其中 η 为 $\bar{P}^{-1/2}$ 谱的最小值。由式(14)可知 $\exists \alpha' > 0, \beta' > 0$, 有

$$\hat{x}(t) \leq \frac{1}{\sqrt{\eta}} \sqrt{\dot{V}(x(t))} < \alpha' e^{-\beta' t}$$

又由于 $\tilde{x}(t) < \alpha e^{-\beta t}, x = \hat{x} + \tilde{x} \leq \hat{x} + \tilde{x}$, 因此有 $x < \alpha' e^{-\beta' t}$, 其中 $\alpha' = 2\max\{\alpha, \alpha'\}, \beta' = \min\{\beta, \beta'\}$, 即系统(1)是指数渐近稳定的。□

5 切换时间间隔受限的情形

在实际工程中, 为避免整个系统频繁切换而引起高频颤动, 往往对切换时间间隔有一定的限制, 即

要求对给定的常数 $\tau > 0$, 发生切换的时间序列 $\{t_j, j = 1, 2, \dots\}$ 满足 $t_{j+1} - t_j > \tau$ 为满足这一条件, 对切换控制逻辑 S 进行如下调整

$S:$

$$s(t_0) = \arg \min \{x^T ((\bar{A}_i^T \bar{P} + \bar{P} \bar{A}_i))x\}, \quad t_0 = 0 \quad (15)$$

$$t_{j+1} = \inf \{t \mid t - t_j \geq \tau, \min \{x^T (\bar{A}_i^T \bar{P} + \bar{P} \bar{A}_i)x\} < x^T (\bar{A}_{s(t_j)}^T \bar{P} + \bar{P} \bar{A}_{s(t_j)})x\} \quad (16)$$

$$s(t) = \begin{cases} s(t_j), & t \in [t_j, t_{j+1}) \\ \arg \min \{x^T (\bar{A}_i^T \bar{P} + \bar{P} \bar{A}_i)x\} & i \in \{1, 2, \dots, N\}, \quad t = t_{j+1} \end{cases} \quad (17)$$

在切换方案改变后, 被控系统(1)是否依然稳定? 对此问题, 有如下结论:

定理2 对于系统(1), 采用由式(5)解得的观测器 Q_i , 存在一组 $\delta_i \in R, k_i \in R^{m \times n}, i \in \{1, 2, \dots, N\}$, 正定阵 $\bar{P} > 0$, 正常数 $\gamma > 0$, 满足定理1中的式(7)~(9), 若给定的切换时间间隔 τ 满足下述条件

$$\sup_{0 \leq \theta \leq 1, i \in \{1, 2, \dots, N\}} \{2Q_i e^{\bar{A}_i \theta \tau} - I\} + \frac{1}{2} Q_i e^{\bar{A}_i \theta \tau} - I^2 < \frac{\gamma}{2} \quad (18)$$

其中 $Q_i = \bar{A}_i^T \bar{P} + \bar{P} \bar{A}_i$, 则在式(15)~(17)所述的切换控制逻辑 S 和式(11)所述的子系统控制器 Γ_i 作用下, 系统(1)是指数渐近稳定的。

证明 若 $\bar{P} > 0, k_i \in R^{m \times n}, i \in \{1, 2, \dots, N\}$, 满足式(7)~(9), 令 $\bar{V}(x) = x^T \bar{P} x$, 若系统在时间 t 发生了一次切换, 则由于切换时间间隔限制 τ 的缘故, 在时间段 $[t, t + \tau)$ 内不会再发生切换。令 $0 \leq \theta < 1$, 有 $s(t + \theta\tau) = s(t)$, 则在切换控制逻辑 S 和子系统控制器 Γ_i 作用下, 有

$$\begin{aligned} x(t + \theta\tau) &= \\ &e^{\bar{A}_{s(t)} \theta\tau} \hat{x}(t) + \int_t^{t+\theta\tau} e^{\bar{A}_{s(t)}(t-\rho)} \tilde{x}(\rho) d\rho \end{aligned} \quad (19)$$

为叙述简单, 记

$$\begin{cases} \epsilon_1 = (e^{\bar{A}_{s(t)} \theta\tau} - I) \hat{x}(t) \\ \epsilon_2 = \int_t^{t+\theta\tau} e^{\bar{A}_{s(t)}(t-\rho)} \tilde{x}(\rho) d\rho, \quad \epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2 \end{cases} \quad (20)$$

易验证 $\epsilon = x(t + \theta\tau) - \hat{x}(t)$ 。由积分中值定理可知, 存在 $\theta \leq \theta' \leq \theta$, 有

$$\begin{aligned} \epsilon_2 &= \int_t^{t+\theta\tau} e^{\bar{A}_{s(t)}(t-\rho)} \tilde{x}(\rho) d\rho = \\ &\theta \tau e^{\bar{A}_{s(t)} \theta\tau} \tilde{x}(t + \theta\tau) \end{aligned} \quad (21)$$

因为 $\exists \alpha > 0, \beta > 0$, 当 $t > 0$ 时, 有 $\tilde{x}(t) < \alpha e^{-\beta t}$, 所以 $\exists \alpha' > 0, \beta' > 0$, 当 $t > 0$ 时, 有

$$\epsilon < \alpha e^{-\beta t} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}^T(t + \theta\tau) \bar{P}(G_{s(t)} C_{s(t)}) \tilde{x}(t + \theta\tau) \leq \\ l \hat{x}^T(t) + \frac{1}{l} e^{\bar{A}_{s(t)} \theta\tau} \bar{P} G_{s(t)} C_{s(t)}^2 \times \\ \tilde{x}(t + \theta\tau)^2 \end{aligned} \quad (23)$$

则将 $\dot{\hat{V}}(\hat{x}(t + \theta\tau))$ 展开整理并取 $l = \gamma/12$, 可得

$$\begin{aligned} \dot{\hat{V}}(\hat{x}(t + \theta\tau)) < \\ - \frac{\gamma}{4} \hat{x}^T(t) + \left(\frac{1}{l} + \frac{1}{2}\right) Q_{s(t)} (\alpha e^{-\beta t})^2 + \\ \frac{1}{l} e^{\bar{A}_{s(t)} \theta\tau} \bar{P} G_{s(t)} C_{s(t)}^2 (\alpha e^{-\beta(t+\theta\tau)})^2 \end{aligned}$$

又由于 $\hat{x}(t + \theta\tau) = e^{\bar{A}_{s(t)} \theta\tau} \hat{x}(t) + \epsilon$, 因此

$$\frac{1}{2} e^{\bar{A}_{s(t)} \theta\tau} (\hat{x}(t + \theta\tau)^2 - 2 \epsilon^2) < \hat{x}^T(t)$$

则

$$\begin{aligned} \dot{\hat{V}}(\hat{x}(t + \theta\tau)) < \\ - \frac{\gamma}{8} e^{\bar{A}_{s(t)} \theta\tau} (\hat{x}(t + \theta\tau)^2 - \epsilon^2) + \\ \left(\frac{1}{l} + \frac{1}{2}\right) Q_{s(t)} (\alpha e^{-\beta t})^2 + \\ \frac{1}{l} e^{\bar{A}_{s(t)} \theta\tau} \bar{P} G_{s(t)} C_{s(t)}^2 (\alpha e^{-\beta(t+\theta\tau)})^2 \end{aligned}$$

使用与定理1相同的解不等式的方法, 可以证明 $\dot{\hat{V}}(\hat{x}(t))$ 是指数衰减于0的, 由 $\hat{x} = \hat{x} + \tilde{x} \leq x + \tilde{x}$ 可知系统(1)是指数渐近稳定的。□

6 仿真结果

考虑如下由两个子系统组成的切换系统

$$\Sigma_i: \begin{cases} \dot{x} = A_i x + B_i u, \\ y = C_i x, \end{cases} \quad i \in \{1, 2\}$$

其中

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 9 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = [0 \ 275 \ 0 \ -0 \ 106 \ 8 \ -0 \ 955 \ 5]^T$$

$$B_2 = [0 \ 221 \ 8 \ -0 \ 921 \ 2 \ -0 \ 319 \ 6]^T$$

$$C_1 = C_2 = [0 \ 0 \ 1]$$

易证子系统 $\Sigma_i (i \in \{1, 2\})$ 是不可镇定的。

应用本文方法, 构造如下形式的等维观测器

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} = A_i \hat{x} + B_i u + G_i (C_i \hat{x} - \hat{y}) \\ i \in \{1, 2, \dots, N\}, \quad u = k_i \hat{x} \end{aligned}$$

可解得观测器矩阵分别为

$$G_1 = [-14 \ 299 \ 2 \ -16 \ 497 \ 7 \ -3 \ 802 \ 5]^T$$

$$G_2 = [-10 \ 237 \ 7 \ -23 \ 431 \ 2 \ -3 \ 259 \ 1]^T$$

控制器矩阵分别为

$$k_1 = [-5 \ 481 \ 9 \ -2 \ 817 \ 1 \ 3 \ 339 \ 2]$$

$$k_2 = [12 \ 369 \ 2 \ 7 \ 314 \ 1 \ 6 \ 350 \ 6]$$

取 $x(0) = [1 \ -1 \ 0]^T$, $\hat{x}(0) = [0 \ 5 \ 0 \ 0]^T$, 仿真得到的系统状态和观测误差如图1和图2所示。

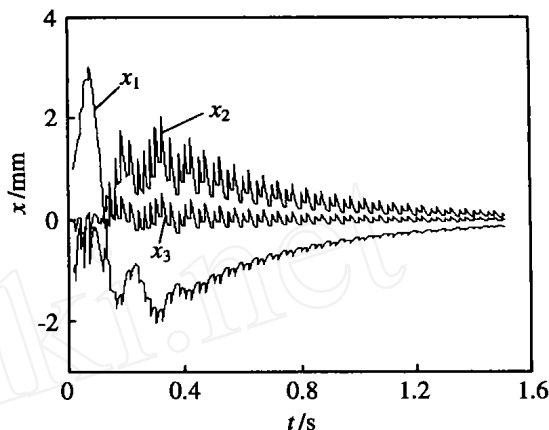


图1 系统状态

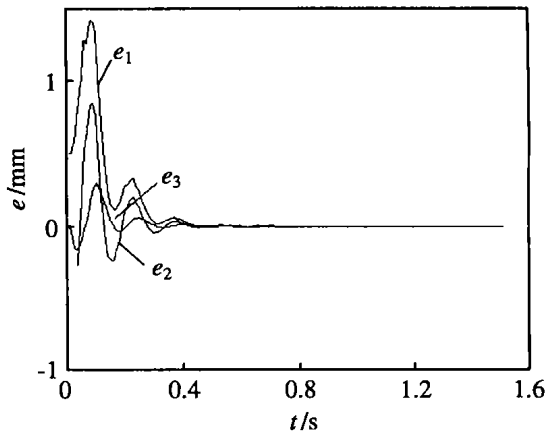


图2 观测误差

由仿真结果可以看出, 使用本文方法, 即使子系统存在不可镇定的情况, 也可对整个闭环系统进行输出镇定控制。

7 结语

本文对一类子系统为线性的开关切换系统进行观测器设计, 给出了一个系统可镇定的充分条件, 并在此基础上以系统状态的观测值为依据设计出子控制器和切换方案, 以保证系统的指数渐近稳定。另外, 对于切换时间间隔受限制的情况, 给出了相应的可镇定条件和镇定控制方案。仿真结果表明, 本文方法可有效地进行输出反馈镇定。

(下转第176页)

选取目标函数为

$$f(r_p, \sigma_p^2, M_l, M_r) = e^{100(r_p - \sigma_p^2)} - e^{10(M_l + M_r)/M} \quad (6)$$

式(6)第1项中: r_p 为投资组合的收益, σ_p^2 为投资组合的风险。模型的第1目标是收益大风险小, 因此采用二者之差来权衡投资组合的收益和风险。式(6)第2项是“负”号, 其中: M_r 为交易费用, M_l 为剩余资金, 两项相加再除以原始总资金 M 用以衡量总资金的利用率。这是模型的另一目标, 即资金的利用率最大。最后, 定义适应值函数

$$\text{fitness} = f - \theta \quad (7)$$

经过计算, 得到10组投资组合策略, 如表2所示。其中 $x_1 \sim x_5$ 分别代表5支股票的购买数量(单位是手)。总市值是购买股票的总市值, 不包括交易费用。收益和风险是该组投资组合的总的收益率和风险。第1组解收益最大, 风险也最大; 第10组解风险最小, 收益也最小。

参考文献(References):

- [1] 戴玉林 马柯维茨模型的分析与评价[J] 金融研究, 1991, 9 (2): 21-28

(Dai Y L. A nalysis and evaluation of Markowitz model [J] *Finance Research*, 1991, 9 (2): 21-28)

- [2] Holland J H. An introduction analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence [A] *Adaptation in Natural and Artificial System* [C] Ann Arbor: The University of Michigan Press, 1975
- [3] Goldberg D E, Richardson J. Genetic algorithms with sharing for multimodal function optimization [A] *Proc of the 2nd Int Conf on Genetic Algorithms* [C] Cambridge: The Massachusetts Institute of Technology, 1987. 41-49
- [4] 刘洪杰, 王秀峰, 王治宝 遗传多峰搜索[J] 系统工程学报, 2000, 15(4): 321-326
(Liu H J, Wang X F, Wang Z B, Multimodal genetic algorithms searching [J] *J of Systems Engineering*, 2000, 15(4): 321-326)
- [5] Wang X F, Elbuluk M E, Cabrera L A. The application of genetic algorithm with neural networks to the induction machines modeling [J] *System Analysis Modeling Simulation*, 1998, 31: 93-105

(上接第172页)

参考文献(References):

- [1] Branicky M S. Multiple Lyapunov function and other analysis tools for switched and hybrid systems [J] *IEEE Trans on Automatic Control*, 1998, 43 (4): 475-482
- [2] LM Aguilar J, Garcia R A, Troarevsky M L. Exponential stability of a certain class of hybrid systems and digital feedback stabilizers [A] *Proc ACC* [C] Philadelphia Pennsylvania, 1998 713-717.
- [3] Ezzine J, Haddad A H. Controllability and observability of hybrid systems [J] *Int J of Control*, 1989, 49 (6): 2045-2055
- [4] Peleties P, DeCarlo R. A asymptotic stability of switched systems using Lyapunov-like functions [A] *Proc ACC* [C] Green Valley, 1991. 1679-1684
- [5] Wicks M A, Peleties P, DeCarlo R A. Construction of piecewise Lyapunov function for stabilizing switched systems [A] *Proc IEEE CDC* [C] Piscataway, 1994 3492-3497.
- [6] Frommer H, Kulkarni S R, Ramadge P J. Controller switching based on output prediction errors [J] *IEEE Trans on Automatic Control*, 1998, 43(5): 596-607.
- [7] Wang L Y, Khargonekar P P, Beydoun A. Robust con-

trol of hybrid systems: Performance guided strategies [A] *Hybrid Systems V* [C] New York: Springer Verlag, 1995 1567: 356-389

- [8] Pettersson S, Lennartson B. Stabilization of hybrid systems using a miniprojection strategy [A] *American Control Conf Proc of the 2001* [C] Arlington, 2001 1: 223-228
- [9] Hu Bo, Zhai Guisheng, Michel A N. Hybrid output feedback stabilization of two-dimensional linear control systems [A] *American Control Conf Proc of the 2000* [C] Chicago, 2000 3: 2184-2188
- [10] Akar M, Ozguner U. Sliding mode control using state/output feedback in hybrid systems [A] *Decision and Control 1998 Proc of the 37th IEEE Conf on* [C] Tampa, 1998 3: 2421-2422
- [11] Agrawal A K, Yang J N, Schmitendorf W E. Hybrid control of buildings using nonlinear polynomial output feedback [A] *American Control Conf Proc of the 1998* [C] Philadelphia, 1998 4: 2554-2558
- [12] Serrano C C, Ramaadra P J. Periodicity and chaos from switched flow system: Contrasting examples of discretely controlled continuous system [J] *IEEE Trans on Automatic Control*, 1993, 38(1): 70-83