

离散变结构控制系统的比例—等速—变速控制*

姚琼荟 宋立忠 温 洪
(海军工程大学电气工程系 武汉 430033)

摘 要 提出离散变结构控制系统的变速趋近律和比例—等速—变速控制策略。以变速趋近律为到达条件,可产生扇形切换区,并可期待原点的稳定性。将变速趋近律和指数趋近律组合使用,可形成一种新的控制策略。它克服了两种趋近律的缺点,保留了其优点,使系统性能得以改善。

关键词 离散时间系统, 变结构系统, 滑动模态控制, 趋近律方法

分类号 TP 13

Proportional_ constant_ variable Rate Control for D iscrete_ time Variable Structure System s

Yao Q ionghui, Song L izhong, W en H ong
(N a val U niversity of Engineering)

Abstract The variable rate reaching law and proportional- constant- variable rate control strategy are introduced. The special feature of variable rate reaching law is that it is directly proportional to the norm of state vector and can result in a sector- shaped switching region. The stability at the origin can be expected. On the basis of the variable rate reaching law and exponential rate reaching law, a proportional- constant- variable rate control strategy is formed. It overcomes the shortcomings of the two laws and retains their merits. Thus the performance of system is improved.

Key words discrete- time system s, variable structure system s, sliding mode control, reaching law method

1 引 言

近几年,离散变结构控制系统的研究引起各国学者的重视,而几乎所有的研究都以到达条件作为出发点。在高为炳提出离散趋近律之前,已出现过 3 种不等式形式的到达条件^[1-3]。1995 年,高为炳在文献[4,5]中提出的到达条件是等式形式,即指数趋近律的离散形式

$$s(k+1) = (1 - qT)s(k) - \epsilon T \operatorname{sgn}(s(k)) \quad (1)$$

式中, $1 - qT > 0$, $\epsilon > 0$, $q > 0$, T 是采样周期。1998 年, Bartoszewicz 提出一种新的趋近律^[6]

$$s(k+1) = d_k - d_0 - s_d(k+1) \quad (2)$$

在所有这些到达条件中,高为炳的理论较为完备,在揭示离散变结构控制系统的运动机理方面前进了一大步。但必须指出,高氏的指数趋近律有其不

可忽视的缺点:当系统在切换带中运动时,最后不能趋近于原点,而只能趋近于原点附近的一个抖动。稳态时,抖动的范围保守地说是 $2\epsilon T$,精确地说是 $\frac{2\epsilon T}{2 - qT}$ ^[7]。因此,系统的性能不够理想。

本文提出一种变速趋近律,它可产生扇形的而不是带状的切换区,其优点是可以期待原点的稳定性,使系统的稳态为原点。但变速趋近律也存在缺点,即在进入切换区的初始阶段抖动很大。如果将变速趋近律与高氏的指数趋近律组合使用,则可克服指数趋近律的缺点,保留其优点,从而形成一种有应用前景的组合控制策略,即离散变结构控制系统的比例—等速—变速控制(PCV 控制)。

2 变速趋近律

文献[8,9]研究了连续变结构控制系统的变速趋近律

* 1999 - 05 - 27 收稿, 1999 - 08 - 31 修回

$$\dot{s} = -\epsilon \|x\|_1 \operatorname{sgn}(s) \quad (3)$$

式中, 状态范数 $\|x\|_1 \triangleq \sum_{i=1}^n |x_i|$, $\epsilon > 0$. 将(3)式两边同乘以 s , 得 $s\dot{s} = -\epsilon \|x\|_1 |s|$. 可见, (3)式自然满足连续变结构系统的到达条件 $s\dot{s} < 0$, 它本身就是等式形式的到达条件. 其等效离散形式为

$$s(k+1) = s(k) - \epsilon T \|x(k)\|_1 \operatorname{sgn}(s(k)) \quad (4)$$

式中, $\|x(k)\|_1 \triangleq \sum_{i=1}^n |x_i(k)|$, $\epsilon > 0$, $T > 0$, T 为采样周期. (4)式即为本文提出的离散变速趋近律.

3 数学模型

考虑离散时间系统

$$x(k+1) = Ax(k) + bu(k) \quad (5)$$

式中, $x \in R^n$, $u \in R$, (A, b) 可控. 对(5)式建立变结构控制

$$u = \begin{cases} u^+(x(k)), & s(x(k)) > 0 \\ u^-(x(k)), & s(x(k)) < 0 \end{cases} \quad (6)$$

切换函数为 $s = c^T x(k)$, 切换面为 $s = c^T x(k) = 0$.

以下不考虑在切换面上的理想运动, 因为其在实际中不易存在, 实际中的运动是穿越切换面的抖动.

将(5)式两边乘以 c^T , 并令其等于(4)式, 可求出

$$u = -(c^T b)^{-1} [c^T A x(k) - s(k) + \epsilon T \|x(k)\|_1 \operatorname{sgn}(s(k))] \quad (7)$$

(7)式中, 方括号内前两项构成等效控制

$$u_{eq} = -(c^T b)^{-1} c^T (A - I)x(k)$$

它决定了平行于切换面 $s = 0$ 并指向平衡点的运动^[8, 10]; 第3项构成非线性控制

$$u_d = -(c^T b)^{-1} \epsilon T \|x(k)\|_1 \operatorname{sgn}(s(k))$$

它决定了垂直于切换面 $s = 0$ 并指向 $s = 0$ 的运动, 其大小可通过调整 ϵT 的值加以限制. 采样点之间的运动是上述两个运动的合成. 在一步运动中, $s(k)$ 只能有一个符号, 故在两个采样点之间不应存在抖动.

将(7)代入(5)式得

$$x(k+1) = Ax(k) - b(c^T b)^{-1} [c^T A x(k) - s(k) + \epsilon T \|x(k)\|_1 \operatorname{sgn}(s(k))] \quad (8)$$

(8)式即为描述离散变结构系统的运动方程. 仿照文献[11]的方法可以证明, 当 $s(k)$ 和 T 不大时, 可以期待原点是稳定的.

4 变速趋近律的切换区

离散变结构控制的一个特点是出现了切换区. 切换区是切换面的一个邻域, 其中将发生准滑动模态运动. 切换区定义为

$$s^\Delta = \{x \mid |s(k)| < \Delta\} \quad (9)$$

式中, $\Delta > 0$, 2Δ 为切换区的厚度. 为方便计, 可将切换区 s^Δ 分为正负两部分, 即

$$s_+^\Delta = \{x \mid 0 < s(k) < \Delta\}$$

$$s_-^\Delta = \{x \mid -\Delta < s(k) < 0\}$$

我们希望, 若 $x(k)$ 在 s_+^Δ 中, 必有 $x(k+1)$ 在 s_-^Δ 中; 反之亦然.

现求 Δ 的大小. 由(4)式可见, 当 $s(k) = 0^+$ 时, $s(k+1) = -\epsilon T \|x(k)\|_1$; 当 $s(k) = 0^-$ 时, $s(k+1) = \epsilon T \|x(k)\|_1$. 注意, 在二阶系统中, $s = \epsilon T \|x(k)\|_1$ 和 $s = -\epsilon T \|x(k)\|_1$ 是过原点的射线, 切换线 $s = 0$ 夹在其中, 如图1中阴影所示. 因此

$$\Delta = \epsilon T \|x(k)\|_1 \quad (10)$$

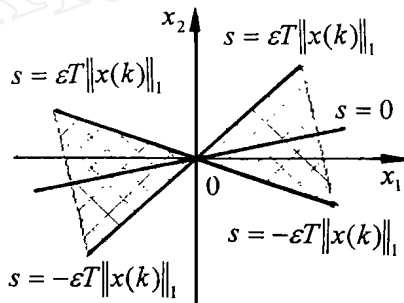


图1 变速趋近律的切换区

由(10)式可见, 若状态的代表点进入切换区, 穿越切换面的幅度将与 $\|x(k)\|_1$ 成比例. 若 $\|x(k)\|_1$ 很大, 系统的振幅会很大. 故在刚进入切换区的一段, 系统的性能一定很差, 这便是变速趋近律的缺点. 但由于系统是稳定的, $\|x(k)\|_1$ 会逐渐变小, 因而穿越幅度有逐渐变小的趋势. 另外, 由于每一步幅度变化使步步穿越成为不可能, 因而出现跳两步才能穿越切换面的现象, 使分析变得十分困难.

5 组合控制策略

根据上两节的研究, 可将变速趋近律(4)与指数趋近律(1)进行比较. 比较发现, 最好的控制策略应是: 在趋近模态段和滑动模态段的前期, 采用指数趋近律; 在滑动模态段的后期及稳态段, 采用变速趋

近律。按照这种思想可构成一种组合控制策略:

选定一个 k^* , 当 $k < k^*$ 时, 采用指数趋近律; 当 $k \geq k^*$ 时, 采用变速趋近律。 k^* 的选定必须适当, 选得太大, 会掩盖变速趋近律的优点; 选得太小, 则可能产生大幅度穿越抖动。本文推荐按

$$x(k^*) - 1 \approx 1 \quad (11)$$

决定 k^* 的值。于是可得如下控制律

$$u = - (c^T b)^{-1} [c^T A x(k) - c^T x(k) + \lambda_q T s(k) + \epsilon T (\alpha + \beta x(k-1) \operatorname{sgn}(s(k)))] \quad (12)$$

其中

$$\begin{cases} \lambda = 1, \alpha = 1, \beta = 0, & x(k-1) > 1 \\ \lambda = 0, \alpha = 0, \beta = 1, & x(k-1) \leq 1 \end{cases}$$

(12) 式中的 $\lambda_q T s(k)$ 是比例项, $\alpha \epsilon T \operatorname{sgn}(s(k))$ 是等速项, $\beta \epsilon T x(k-1) \operatorname{sgn}(s(k))$ 是变速项。因此, (12) 式可称为离散变结构控制系统的比例 — 等速 — 变速控制, 简称 PCV 控制。

6 仿真研究

研究变速趋近律和指数趋近律的系统轨迹。

图 2 和图 3 分别表示了变速趋近律和指数趋近律的系统轨迹。显然, 前者趋近于原点, 后者趋近于原点附近的一个抖动; 前者的切换区为扇形, 后者的切换区为带状。图中, 切换区用虚线表示, $s = 0$ 上侧

的实线为平衡线^[8]。仿真模型为

$$x(k+1) = A x(k) + b u(k)$$

参数选择为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}, \quad b = [0 \quad 1]^T$$

$$c^T = [-0.8 \quad 1], \quad x(0) = (0.25 \quad 0.5)$$

$$T = 0.06, \quad \epsilon = 2, \quad q = 0.5$$

为了比较高为炳的指数趋近律控制策略和本文提出的 PCV 控制策略的性能, 我们采用文献[5]中选用的例子进行仿真。系统方程为

$$\begin{cases} x(k+1) = A x(k) + \Delta A x(k) + b u(k) + f(k) \\ y(k) = h^T x(k) \end{cases}$$

参数为

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad \Delta A = 0$$

$$b = [0 \quad 1]^T, \quad h^T = [1 \quad 0]$$

$$f(k) = [f_1(k) \quad f_2(k)]^T$$

并取

$$c^T = [1 \quad 1], \quad x(0) = (10 \quad 0), \quad \epsilon T = 0.5$$

$$q T = 0.25, \quad f_1(k) = f_2(k) = 0$$

仿真结果如图 4 和图 5 所示。比较图 4 和图 5 可见, PCV 控制保持了高氏方案快速趋近的优点, 克服了其稳态抖动的缺点, 系统性能得到很大改善。

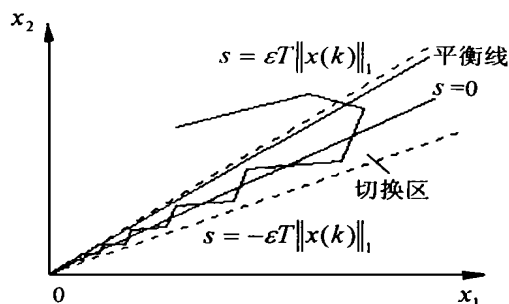


图 2 变速趋近律

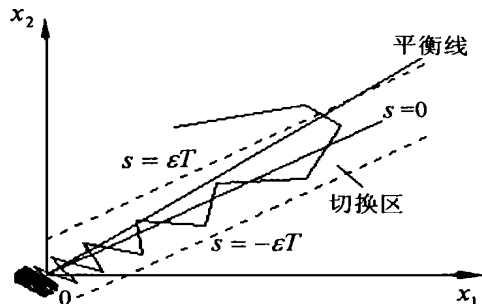


图 3 指数趋近律

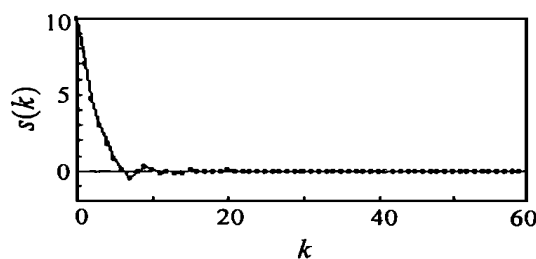


图 4 PCV 控制策略

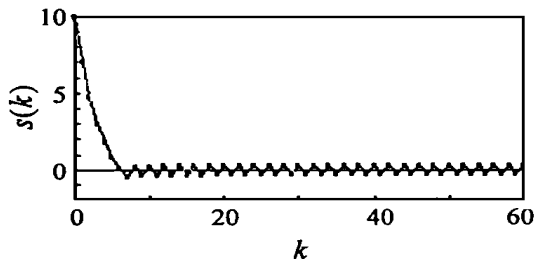


图 5 高氏控制策略

7 结 语

本文提出的变速趋近律所产生的切换区为扇形,可期待原点的稳定性。因此,其稳态为原点。由变速趋近律和指数趋近律构成的组合控制策略(即PCV控制),可保持指数趋近律快速趋近的优点,克服稳态为抖动的缺点,因而具有较好的稳态精度。关于PCV控制的鲁棒性问题,还须做进一步研究。

参 考 文 献

- 1 Y Dote, R G Hoft Microprocessor based sliding mode controller for DC motor drives In: Presented at the Ind Applic Soc Annu Meeting Cincinnati, 1980
- 2 S Z Sarpurk, Y Istefanopulos O Kaynak On the stability of discrete- time sliding mode control systems IEEE Trans on Autom Contr, 1987, 32(10): 930_ 932
- 3 K Furuta Sliding mode control of a discrete system. Syst Contr Lett, 1990, 14(2): 145_ 152
- 4 Gao Weibing, Wang Yufu, A Homaifa Discrete- time variable structure control systems IEEE Trans on Ind Electr, 1995, 42(2): 117_ 122
- 5 高为炳,程勉. 变结构控制系统的品质控制. 控制与决策, 1989, 4(4): 1—6
- 6 A Bartoszewicz Discrete- time quasi- sliding mode control strategies IEEE Trans on Ind Electr, 1998, 45

(4): 633_ 637

- 7 A Bartoszewicz Remarks on "Discrete- time variable structure control system " IEEE Trans on Ind Electr, 1996, 43(1): 235_ 238
- 8 姚琼荟,黄继起,吴汉松. 变结构控制系统. 重庆:重庆大学出版社,1997
- 9 徐国顺,姚琼荟,吴汉松. 固定形式的变结构控制对应的趋近律. 海军工程学院学报,1998, (4): 12—17
- 10 W J Wang, G H Wu, D C Yang Variable structure control design for uncertain discrete- time systems IEEE Trans on Autom Contr, 1994, 39(1): 99_ 102
- 11 高为炳. 离散时间系统的变结构控制. 自动化学报, 1995, 21(2): 154—161

作 者 简 介

姚琼荟 男,1946年生。1981年获南京航空航天大学飞行器自动控制硕士学位,1989年到俄罗斯圣彼得堡理工大学研究自动控制系统,现为海军工程大学电气工程系教授,研究方向为数字控制系统,变结构控制等。

宋立忠 男,1969年生。1993年毕业于海军工程大学电气工程系,现任海军某舰副机电部门长,海军工程大学硕士研究生。研究方向为变结构控制及其在电力系统中的应用。

温洪 女,1964年生。1998年获海军工程大学自动控制理论及应用硕士学位,现为海军潜艇学院讲师。研究方向为潜艇火控系统。

(上接第324页)

4 结 语

本文把控制论的思想引入Job-shop提前/拖期调度问题的研究。针对加工车间的特点,在调度算法中引入模糊控制器,对工件的开始加工时间进行仿真控制,并提出了有效求解该问题的联合算法。实际算例证明了该算法的有效性。

参 考 文 献

- 1 Kenneth R Baker, Gary D Scudder Scheduling with earliness and tardiness penalties: A review. Operation Research, 1990, 28(1): 22_ 36
- 2 E Falkenauer, S Bouffouix A genetic algorithm for job shop. In: Int Conf on Robotics and Automation 1991 824_ 829
- 3 姚伟力,杨德礼,胡祥培. 遗传算法对车间作业调度问题的研究. 见:中国系统工程与管理科学年会论文集. 大

连:大连理工大学出版社,1998. 55—58

- 4 金希东,李治. 进化算法及其改进. 西南交通大学学报, 1996, 32(2): 138—144
- 5 Yao Weili, Yang Deli, Hu Xiangpei Genetic algorithms in job shop scheduling to minimize earliness penalties In: Proc of Int Conf on Management Science & Engineering 1998 303_ 309

作 者 简 介

姚伟力 男,1972年生。大连理工大学系统工程研究所博士生。主要研究方向为控制与优化,车间作业调度。

杨德礼 男,1939年生。大连理工大学管理学院院长,教授,博士生导师。长期从事决策知识系统,企业信息化的研究工作。

胡祥培 男,1962年生。大连理工大学系统工程研究所教授,博士后。主要从事生产系统建模,运筹学,决策知识系统和知识工程的研究工作。