第21卷第2期 控制理论与应用 Vol.21 No.2
2004年4月 Control Theory & Applications Apr. 2004

文章编号: 1000-8152(2004)02-0271-04

一类非线性不确定系统的模糊自适应控制

王银河[1,2], 戴冠中[3]
(1. 汕头大学 理学院,广东 汕头 515063; 2. 内蒙古师范大学 数学系, 内蒙古 呼和浩特, 010022;
3.西北工业大学 自动控制系,陕西 西安,710072)

摘要: 利用模糊逻辑系统具有逼近连续函数的性质,研究了一类非线性不确定系统的自适应模糊控制问题.控制器和自适应律的构成直接利用了系统的结构信息和模糊逻辑系统的输出信息,在较弱的假设条件下,这种控制器使被控系统的状态及参数估计误差一致终极有界.最后的仿真算例说明了本文所采用方法的有效性.

关键词: 不确定性; 模糊逻辑系统; 自适应律; 一致终极有界
中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Adaptive fuzzy control for a class of nonlinear uncertain systems

WANG Yin-he[1,2], DAI Guan-zhong[3]
(1. Science College, Shantou University, Guangdong Shantou 515063, China;
2. Department of Mathematics, Inner Mongolia Normal University, Inner Mongolia Huhhot, 010022, China;
3. Department of Automatic Control, Northwestern Polytechnic University, Shanxi Xi'an 710072, China)

Abstract: By employing fuzzy logic system with the property of approximating any continuous function with arbitrary, the adaptive laws and controllers are synthesized for a class of nonlinear systems with uncertainties, the bounded functions of which are unknown. The architecture of laws and controllers depends directly on the information from the construction of the nominal systems of systems controlled and the fuzzy logic system. Under some simple conditions, the laws and controllers make the states of systems controlled and parameter estimate errors uniformly ultimately bounded (UUB). Finally, the simulation shows the validity of the method in this paper.

Key words: uncertainty; fuzzy logic system; adaptive control; uniformly ultimately bounded (UUB)

1 引言(Introduction)

近十几年来,模糊逻辑控制作为充分利用专家知识和经验的有效方法之一,在许多实际控制问题中已经取得成功[1,2].一般来说,对于那些难以得到精确数学模型的系统,如果能够充分利用专家知识和经验,那么就可以通过构造相应的模糊逻辑系统完成一定精度的控制任务.然而,目前大多数模糊控制系统缺少保证系统的基本性能准则的分析方法,诸如稳定性、收敛性等性能的研究多数以仿真结果作为判定模糊控制效果的依据,缺少严密的数学逻辑推理基础.显然,这种情况势必会影响模糊逻辑系统应用的深入和发展.因此,用数学逻辑推理建立模糊逻辑系统控制效果的依据是完全必要的.文献[1,2]首先利用 IF-THEN 规则构造了一类模糊逻辑系统,这类模糊逻辑系统有效地将专家知识和经验与模糊逻辑推理结合在一起,其输出具有较强的逼近任意连续函数的能力. 所以,可以充分利用这种模糊逻辑系统,用数学推理的方法建立非线性不确定系统的稳定性分析的判定准则.目前,有关这方面的研究已经取得了一些成果[1~5].值得注意的是,这些研究所考虑的非线性系统本质上具有"上三角"结构形式.控制器和自适应律设计利用了这种特殊的结构形式.因而其结论也具有特殊性,难以推广到一般非线性情形.本文考虑一类具有不确定性的非线性系统,它一般不具有"上三角"结构形式.对这种系统,其控制器和自适应律的构成直接利用标称系统的结构信息和模糊逻辑系统的输出信息,对不确定性只做了范数形式假设,不需要知道其精确的上界.

收稿日期:2001-06-20; 收修改稿日期:2003-02-26.
基金项目:国家重点基础研究发展规划项目(G1998030471);汕头大学科学研究专项经费项目;广东省自然科学基金项目(032035);内蒙古自然科学基金项目(200208020201).

在这种控制器、自适应律及模糊逻辑系统的共同作用下，所考虑的被控系统的状态一致终极有界，估计误差也被控制在有界的范围内.

2 系统描述(System description)

考虑如下具有不确定性的非线性系统

$$\dot{x} = f(x,t) + \Delta f(x,t) + g(x,t)(u + \Delta g(x,t)). \tag{1}$$

其中：状态 $x \in U \subseteq \mathbb{R}^n$，$U$ 是 $\mathbb{R}^n$ 中的有界闭集；输入 $u \in \mathbb{R}^r$；$f(x,t)$ 是连续的向量函数；$g(x,t)$ 是连续的函数增益矩阵；$\Delta f(x,t)$，$\Delta g(x,t)$ 是系统的不确定项；$f(0,t) = 0$.

假设 1 系统(1)中的不确定性满足下列条件：

1) $\|\Delta f(x,t)\| \leqslant \zeta(x),\ x \in U;$ (2a)

2) $\|\Delta g(x,t)\| \leqslant \eta(x),\ x \in U;$ (2b)

3) $\|g(x,t)\| \leqslant a.$ (2c)

其中：$\zeta(x)$，$\eta(x)$ 是未知的非负连续函数；a 是已知的正常数；$\|\cdot\|$ 表示欧氏范数.

假设 2 系统(1)的标称系统 $\dot{x} = f(x,t) + g(x,t)u$ 经状态反馈 $u = \varphi(x,t)$，在 $x = 0$ 的邻域 Ω 内指数镇定.

显然，若假设2成立，则由文献[6]知存在一个 Lyapunov 函数 $V(x,t)$ 和正常数 $c_i(i = 1,2,3,4)$，在 Ω 内满足

$$c_1\|x\|^2 \leqslant V(x,t) \leqslant c_2\|x\|^2, \tag{3a}$$

$$\frac{\partial V(x,t)}{\partial x}[f(x,t) + g(x,t)\varphi(x,t)] + \frac{\partial V(x,t)}{\partial t} \leqslant -c_3\|x\|^2, \tag{3b}$$

$$\left\|\frac{\partial V(x,t)}{\partial x}\right\| \leqslant c_4\|x\|. \tag{3c}$$

对于系统(1)中的不确定性(或干扰)，经过运算处理，本文将利用一个模糊逻辑系统来逼近.因此，需要如下有关模糊逻辑系统的结果.本文采纳单点模糊化、乘积推理、中心解模糊和如下模糊规则[2]：

R^j: IF x_1 is A_1^j and $\cdots$ and x_n is A_n^j

THEN y is B^j, $j = 1,2,\cdots,N$. (4)

构造模糊逻辑系统.其输出为

$$F(x) = \theta^{\mathrm{T}}P(x). \tag{5}$$

其中：向量 $\theta = (\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_N)^{\mathrm{T}}$，向量函数 $P(x) = (p_1(x),p_2(x),\cdots,p_N(x))^{\mathrm{T}}$；基函数 $p_j(x) = \prod_{i=1}^{n} A_i^j(x_i) / \sum_{j=1}^{N}[\prod_{i=1}^{n} A_i^j(x_i)]$；$A_i^j(x_i)$ 是对应于模糊集 A_i^j 的隶属函数；$\theta_j = \max_{y\in\mathbb{R}} B^j(y)(1 \leqslant j \leqslant N)$ 是常数.

定理 1[1,2] 设 $h(x)$ 是有界闭集 $U \subseteq \mathbb{R}^n$ 上的连续函数，那么，对任何正数 ε，存在形如式(4)和式(5)的模糊逻辑系统使

$$\sup_{x\in U}\|h(x) - F(x)\| \leqslant \varepsilon. \tag{6}$$

由定理1可以看出，形如式(4)和式(5)的模糊逻辑系统具有充分利用语言信息逼近非线性连续函数的功能.在本文中，将利用形如式(4)和式(5)的模糊逻辑系统逼近不确定项 $\zeta(x) + a\eta(x)$. 明显地，利用定理1，可以得到：对于任意给定的正数 ε，存在形如式(4)和式(5)的模糊逻辑系统使下式成立：

$$\sup_{x\in U}\|\zeta(x) + a\eta(x) - F(x)\| \leqslant \varepsilon. \tag{7}$$

3 控制器和自适应律设计(Designing controllers and adaptive laws)

记 $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$，$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - \hat{\varepsilon}$. 其中 $\hat{\theta}$，$\hat{\varepsilon}$ 分别为 θ，ε 的估计值.对于系统(1)，将采用如下非线性鲁棒控制器

$$\begin{cases} u = u^a + u^b,\ u^a = \varphi(x,t), \\ u^b = \begin{cases} -\dfrac{S^{\mathrm{T}}}{\|S\|}\hat{\theta}^{\mathrm{T}}P(x), & S \neq 0, \\ 0, & S = 0. \end{cases} \end{cases} \tag{8}$$

其中：$S = \dfrac{\partial V(x,t)}{\partial x}g(x,t)$，$V(x,t)$，$\varphi(x,t)$，由假设2确定；$P(x)$ 由式(7)确定.

对系统(1)，采用如下自适应律

$$\dot{\hat{\theta}} = -\alpha\hat{\theta} + c_4\|x\|P(x), \tag{9a}$$

$$\dot{\hat{\varepsilon}} = -\beta\hat{\varepsilon} + c_4\|x\|. \tag{9b}$$

其中：c_4 由假设2确定；α，β 为可调正常数，满足

$$\frac{1}{\beta} + \frac{(1 + a^2)N}{\alpha} < \frac{2c_3}{c_4^2}. \tag{10}$$

定理 2 考虑系统(1)，如果假设1、2成立，则在模糊逻辑系统(4)、(5)及非线性控制器(8)和自适应律(9)的共同作用下，系统(1)的状态一致终极有界，并保证估计误差 $\tilde{\theta}$，$\tilde{\varepsilon}$ 有界(证明略).

值得注意的是，为了应用定理2和构造控制器(8)，需要事先知道满足假设2的状态反馈 $u = \varphi(x,t)$ 和 Lyapunov 函数 $V(x,t)$. 一般情况下，由于系统(1)的标称系统的非线性性，目前还没有一般的方法用来构造这样的状态反馈和 Lyapunov 函数.下面，针对具有单输入的系统，利用精确线性化方

法[7],给出一种构造系统(1)的标称系统的状态反馈和 Lyapunov 函数的方法.

考虑如下单输入非线性系统

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u. \tag{11}$$

其中:状态 $x \in U \subseteq \mathbb{R}^n$;$u \in \mathbb{R}$;$f(x), g(x)$ 分别是光滑的向量函数.

定义 1[7,8]　考虑系统(11),如果存在函数 $\lambda(x)$ 和一个正整数 r 满足

$$\begin{aligned} &L_g L_f^k \lambda(x) = 0,\ L_g L_f^{r-1}\lambda(x) \neq 0, \\ &x \in U,\ k < r-1, \end{aligned} \tag{12}$$

则称系统(11)在 U 上具有辅助相关度 r,$\lambda(x)$ 称为系统(11)的辅助输出.

由文献[7,8]知,对于系统(11),如果能够发现一个正整数 $r \geqslant 2$ 满足

i) 分布 $D = \mathrm{span}\ \{g, ad_f g, \cdots, ad_f^{r-2} g\}$ 在 U 上是非奇异对合分布.记 $\mathrm{rank}\ D = s$.

ii) $[ad_f^{r-1} g, ad_f^k g] \notin D,\ 0 \leqslant k \leqslant r-2$. 那么,辅助输出 $\lambda(x)$ 可以用文献[7,8]中步骤求得.

假设 3　系统(11)具有辅助相关度 n.

如果系统(11)满足假设 3,由文献[7,8]知系统(11)可以经由下列微分同胚变换:

$$z_1 = \lambda(x),\ z_2 = L_f \lambda(x), \cdots, z_n = L_f^{n-1}\lambda(x), \tag{13}$$

化为如下线性系统

$$\dot{z} = \begin{pmatrix} 0 & I_{n-1} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} z + \begin{pmatrix} 0_{(n-1)\times 1} \\ 1 \end{pmatrix} v\ , \tag{14}$$

$$v = a(z) + b(z)u,\ a(z) = L_f^n \lambda(\phi^{-1}(z)),$$

$$b(z) = L_g L_f^{n-1}\lambda(\phi^{-1}(z)).$$

显然,线性系统(14)是完全能控的,因此,可以选择线性状态反馈 $v = Kz$ 使下列 Lyapunov 方程

$$(A + BK)^{\mathrm{T}} P + P(A + BK) = -Q \tag{15}$$

对于事先给定的正定矩阵 Q,存在唯一的正定矩阵解 P.

综上所述,可以得到求取使系统(11)镇定的状态反馈 $u = u(x)$ 和 Lyapunov 函数 $V(x)$ 的步骤.

Step A　验证系统(11)是否同时满足假设 3 和条件(12).若假设 3 和条件(12)同时成立,则进行下一步,否则此法失效.

Step B　利用文献[8]中步骤求出系统(11)的一个辅助输出 $\lambda(x)$.

Step C　构造微分同胚(13),写出系统(14).

Step D　根据实际情况确定线性反馈 $v = Kz$ 的增益矩阵 K.

Step E　对给定的正定矩阵 Q,求出 Lyapunov 方程(17)的正定矩阵解 P.

Step F　构造系统(11)的状态反馈 $u = u(x)$ 和准 Lyapunov 函数

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{n-1}\lambda(x)}(-L_f^n \lambda(x) + K\phi(x)),$$

$$V(x) = [\phi(x)]^{\mathrm{T}} P \phi(x).$$

Step G　对状态反馈 $u = u(x)$ 和准 Lyapunov 函数 $V(x)$,检验假设 2 中的条件是否成立.

注　1) 上面给出的求取使系统(11)的标称系统镇定的状态反馈和 Lyapunov 函数的方法不具有一般性,它只适应于某些特殊情形,特别是当系统(11)已经有“三角”结构形式时,微分同胚(13)是恒等映射,此时步骤 Step A ~ Step C 可以省略. 2) 当满足假设 2 的状态反馈和 Lyapunov 函数确定以后,需要选择合适的模糊逻辑系统来逼近不确定项.由于本文将系统(1)的不确定性的范数求和后统一考虑,因此,只要一个模糊逻辑系统就可以对不确定性的逼近任务.这对于那些状态维数较高的系统来说,这样的做法避免了模糊规则库过大的弊端.

4　仿真算例(Simulation example)

考虑如下非线性不确定系统

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{x_1 + \frac{2}{3}x_1^3 + \frac{1}{5}x_1^5}{1 + x_1^2} \\ x_2^2 - x_1 \end{pmatrix} + \Delta f + \begin{pmatrix} \dfrac{1}{1 + x_1^2} \\ 0 \end{pmatrix}(u + \Delta g). \tag{16}$$

其中

$$\Delta f = \frac{x_2^2 \sin\ x_2}{1 + \mathrm{e}^{-x_1}} \begin{pmatrix} \sin\ x_1 \\ \cos\ x_1 \end{pmatrix},\ \Delta g = \frac{2x_1 \sin\ x_2}{1 + \mathrm{e}^{-x_1}}.$$

选取形如式(4)和式(5)的模糊逻辑系统,其相应的隶属函数为

$$A_i^j(x_i) = \mathrm{e}^{-\frac{(x_i - j)^2}{2}},\ i = 1,2,\ j = -3,\ -1,0,1,3.$$

取仿真初值 $x(0) = (-2\quad 1)^{\mathrm{T}}, \tilde{\theta}(0) = (1\quad 2\quad 3\quad -3\quad -5)^{\mathrm{T}}, \tilde{\varepsilon}(0) = -4$;可调参数 $\alpha = 100000, \beta = 20000$. 作仿真如图 1、图 2 所示.

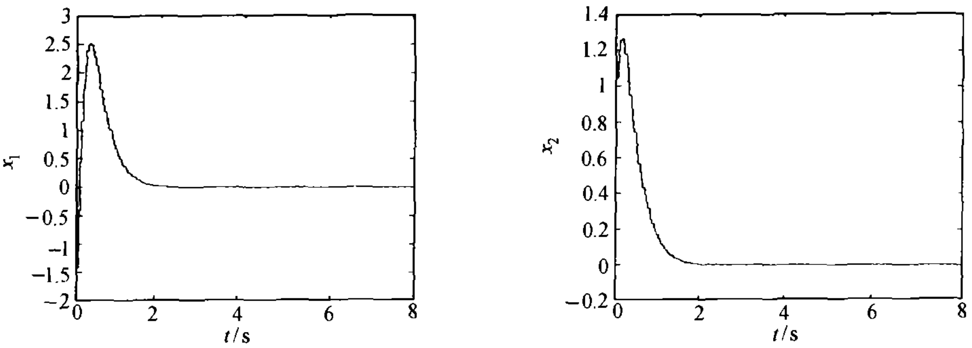

图 1 系统(11)状态 x_1 与 x_2 的响应曲线

Fig. 1 Corresponding curves of states x_1 and x_2

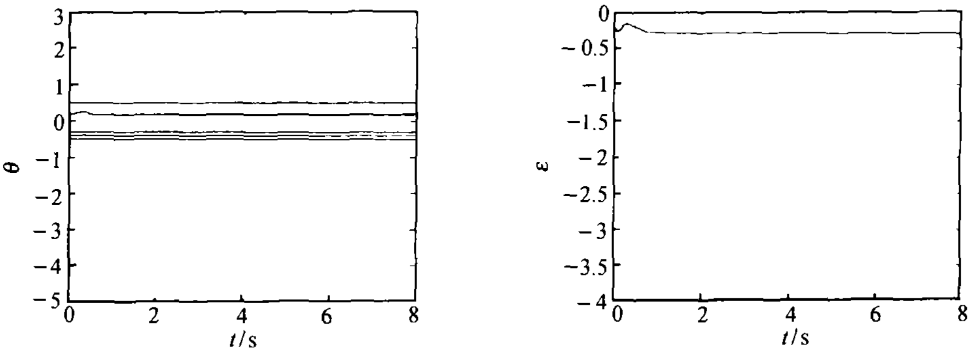

图 2 参数 θ 和 ε 的估计误差响应曲线

Fig. 2 Estimate erorr curves of θ and ε

由上面的仿真结果可以看出本文所采用的方法是比较有效的.

参考文献(References):

[1] WANG Lixin. Fuzzy systems are universal approximators [C]// *Proc of IEEE Int Conf on Fuzzy Systems*. San Diego, CA: Piscataway, 1992:1163 - 1170.

[2] WANG Lixin. Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1993, 1(1):146 - 155.

[3] TONG Shaocheng, LI Qingguo, CHAI Tianyou. Fuzzy adaptive control for a class of nonlinear systems [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1999, 101(1):31 - 39.

[4] CHAI Tianyou, TONG Shaocheng. Fuzzy direct adaptive control for a class of nonlinear systems [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1999, 103(3):379 - 387.

[5] 佟绍成,徐为民,柴天佑.多变量非线性系统的模糊自适应控制[J].自动化学报, 1998,24(6):793 - 797.
(TONG Shaocheng, XU Weimin, CHAI Tianyou. Adaptive fuzzy control for multivariable nonlinear systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1998, 24(6),793 - 797.)

[6] 高为炳,霍伟.大规模控制系统的稳定、分散和递阶控制[M].北京:北京航空航天大学出版社,1994.
(GAO Weibing, HUO Wei. *The Stability, Decentralized Control and Dynamical Hierarchical Control of Large-Scale Control Systems* [M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 1994.)

[7] ISIDORI A. *Nonlinear Control Systems — An Introduction* [M]. New York: Springer Verlag, 1989.

[8] WANG Y H, ZHANG S Y. Robust control for nonlinear similar composite systems with uncertain parameters [J]. *IEE Proc-Control Theory and Applications*, 2000,147(1):80 - 86.

作者简介:

王银河 (1962 —),男.教授.1990 年毕业于四川师范大学数学系,获理学硕士学位;2000 年 3 月毕业于东北大学自动控制系,获工学博士学位;2000 年 3 月入西北工业大学控制科学与技术博士后流动站做博士后研究工作.感兴趣的研究方向:复杂控制系统的结构分析和鲁棒控制,自适应控制,智能控制等.E-mail: yhwang@stu.edu.cn;

戴冠中 (1937 —),男.教授,博士生导师.感兴趣的研究方向:网络环境下复杂系统控制与信息安全,非线性系统的新型神经网络和模糊控制器设计等.