文章编号: 1000-8152(2004)02-0153-05

# 人工免疫算法及其应用研究

李茂军1.2、罗 安3、童调生3

(1.长沙理工大学 电气与信息工程学院,湖南 长沙 410077; 2.中南大学 信息科学与工程学院,湖南 长沙 410083; 3.湖南大学 电气与信息工程学院,湖南 长沙 410082)

摘要:为了有效地解决病态的约束优化问题,提出了一种模拟生物免疫系统自我调节功能的人工免疫算法,介绍了算法的基本步骤,构造了几种人工免疫算子,分析了算法的收敛性.人工免疫算法继承了遗传算法"优胜劣汰"的自我淘汰机制,但新抗体的产生方法比遗传算法中新个体的产生方法灵活得多.在进行抗体选择时若能确保当时的最优抗体可以进入下一代抗体群,则人工免疫算法是全局收敛的.100个城市 TSP 问题的仿真实例显示人工免疫算法比遗传算法具有更强的全局搜索能力和收敛速度.

关键词:人工免疫算法;人工免疫系统;人工免疫算子;全局收敛性

中图分类号: TP18

文献标识码:A

# Artificial immune algorithm and its applications

LI Mao-jun<sup>1,2</sup>, LUO An<sup>3</sup>, TONG Tiao-sheng<sup>3</sup>

- (1. College of Electrical & Information Engineering, Changsha University of Science & Technology, Hunan Changsha 410077, China;
  - 2. College of Information Science & Engineering, Central South University, Hunan Changsha 410083, China;
    - 3. College of Electrical & Information Engineering, Hunan University, Hunan Changsha 410082, China)

Abstract: In order to solve ill-posed constrained optimization efficiently, an artificial immune algorithm (AIA) imitating biological immune systems and its approach were presented; several artificial immune operators producing new antibodies were constituted, and the global convergence of the algorithm was studied. AIA succeeds to the mechanism of the survival of the fittest, but the methods producing new antibodies are more varied than ones producing new individuals in genetic algorithm (GA). If the best of all antibodies is made sure into next antibody colony as selecting antibodies, AIA is global convergent. A simulation text of 100-city TSP was done with AIA, and its computational process is compared with that of genetic algorithm. The results show that AIA is more efficient than GA in global optimization and computational process of AIA is faster than that of GA.

Key words: artificial immune algorithm; artificial immune system; artificial immune operator; global convergence

### 1 引言(Introduction)

生物免疫系统的免疫功能是通过抗体消灭人侵的病原体(抗原)而实现的.模拟生物免疫系统的功能可以构造人工免疫系统<sup>[1,2]</sup>,基于人工免疫系统 又可以设计人工免疫算法(AIA).人工免疫算法和遗传算法(GAs)<sup>[3,4]</sup>、蚁群算法<sup>[5,6]</sup>等都属于模拟自然界生物行为的仿生算法.近来,有学者发现将生物免疫系统的一些行为引入到传统的仿生算法中,构造免疫算法,可以提高算法的计算效率.文献[7]在遗传算法中引入了生物免疫系统的抗体记忆机制,即算法在完成一个问题的求解以后,保留一定数量的较优解,在算法接受同类问题的求解时,可以将保

留的较优解作为初始解,从而提高算法的计算效率. 文献[8,9]则在遗传算法中引入了免疫算子,免疫算子包括接种疫苗和免疫选择两个步骤,前者是根据先验知识修改个体中的某些基因,使个体的适应度提高;后者是对接种了疫苗的个体进行检测,个体适应度增大则保留,否则淘汰.文献[10]将免疫进化算法用于神经网络设计,利用生物免疫原理中的浓度机制和个体多样性保持策略进行免疫调节,有效地克服了未成熟收敛问题.文献[11]提出免疫 agent 概念,构造出一种能对动态环境进行实时监控的多免疫 agent 网络模型.目前见诸文献的免疫算法大都沿用了遗传算法的基本操作,如交叉、变异等.本文提 出的人工免疫算法继承了遗传算法"优胜劣汰"的自然选择原理,但不是模拟自然界生物的遗传过程,而是模拟自然界生物免疫系统的功能,新抗体的产生方法比遗传算法中新个体的产生方法要灵活得多.

### 2 人工免疫算法(Artificial immune algorithm)

在用人工免疫算法求解优化问题时,满足约束条件的最优解即是抗原;候选解即是抗体.一个抗体可以用一个字符串表示.用亲和力来描述抗体和抗原之间的匹配程度,用排斥力来描述两个抗体之间的相似程度.

- **2.1** 人工免疫算法的基本步骤(Approach of artificial immune algorithm)
- 1) 输入问题的目标函数和约束条件,作为人工免疫算法的抗原.
- 2) 确定抗体的编码方式.人工免疫算法的抗体可以用字符串表示.
- 3) 产生初始抗体.通常可以在解空间中随机产生 N 个候选解作为初始抗体. N 为抗体群中抗体的数目.
- 4) 计算亲和力.构造抗体的亲和力函数 f(B), f(B) 越大说明抗体 B 和抗原 G 之间匹配得越好.
- 5) 计算排斥力.构造抗体与抗体之间的排斥力函数  $f(B_1, B_2)$ ,  $f(B_1, B_2)$  越大说明抗体  $B_1$  与抗体  $B_2$  之间的差距越大.计算抗体群中所有抗体与当前抗体群中最好抗体之间的排斥力.
- 6)产生新的抗体.构造人工免疫算子,抗体通过人工免疫算子的作用产生新的抗体.
- 7) 计算新抗体的亲和力和排斥力. 若新抗体中有与抗原相匹配的抗体,或已满足预定的停机条件则停机. 否则转下一步.
- 8) 抗体选择.按照"优胜劣汰"的自然选择机制,在原有的 N 个有效抗体和新产生的若干个抗体中选择出N 个与抗原匹配得较好的抗体构成新的抗体群,转 6).在进行选择操作时,应依据抗体之间的排斥力限制进入新抗体群中的相同抗体的数目,以保持抗体群中抗体的多样性,增强抗体群的免疫力,防止算法收敛于局部最优解.

### 2.2 人工免疫算子(Artificial immune operators)

1)字符换位算子,可分为单对字符换位算子和 多对字符换位算子.

定义 1 单对字符换位操作是对抗体  $A = (c_1, c_2, c_3, \dots, c_l)$ ,随机取两个正整数  $i, j (1 < i, j \leq l, i \neq j)$ ,以一定的概率  $p_e(0 < p_e < 1)$  交换抗体 A 中一对字符  $c_i, c_j$  的位置;多对字符换位操作是预先确

- 定一个正整数  $u_e$ ,随机取一个正整数  $r(1 \le r \le u_e)$ ,在抗体 A 中随机取 r 对字符作字符换位操作.
- 2) 字符串移位算子,可分为单个字符串移位算子和多个字符串移位算子.

定义 2 单个字符串移位操作是对抗体  $A = (c_1, c_2, c_3, \cdots, c_l)$ ,随机取两个正整数  $i, j (1 < i, j \le l, i \ne j)$ ,从 A 中取出一个字符子串  $A_1, A_1 = (c_i, c_{i+1}, \cdots, c_{j-1}, c_j)$ ,以一定的概率  $p_s(0 < p_s < 1)$  依次往左(或往右)移动字符串  $A_1$  中的各个字符,最左(或最右)边的一个字符则移动到最右(或最左)边的位置;多个字符串换位操作是预先确定一个正整数  $u_s$ ,随机取一个正整数  $r(1 \le r \le u_s)$ ,再在抗体 A 中随机取 r 个字符子串作字符串移位操作.

3)字符串逆转算子,可分为单个字符串逆转算 子和多个字符串逆转算子.

**定义 3** 单个字符串逆转操作是对抗体  $A = (c_1, c_2, c_3, \cdots, c_l)$ ,随机取两个正整数  $i, j (1 < i, j \le l, i \ne j)$ ,从 A 中取出一个字符子串  $A_1, A_1 = (c_i, c_{i+1}, \cdots, c_{j-1}, c_j)$ ,以一定的概率  $p_i(0 < p_i < 1)$  使字符串  $A_1$  中的各个字符首尾倒置; 多个字符串逆转操作是预先确定一个正整数  $u_i$ ,随机取一个正整数  $r(1 \le r \le u_i)$ ,再在抗体 A 中随机取 r 个字符子串作字符串逆转操作.

4) 字符串重组算子.

**定义 4** 字符重组操作是在抗体  $A = (c_1, c_2, c_3, \dots, c_l)$  中,随机取一个字符子串  $A_1, A_1 = (c_i, c_{i+1}, \dots, c_{j-1}, c_j)$ ,以一定的概率  $p_r(0 < p_r < 1)$  使字符串  $A_1$  中字符重新排列. 重新排列的目的是提高抗体的亲和力, 具体方法与所求解的问题有关.

5) 优质串保留算子.

**定义 5** 如果若干个抗体与抗原之间的亲和力都很大,且这些抗体包含了一个相同的字符子串,则称这个字符子串为优质字符串,简称优质串.

- 定义 6 如果抗体中存在优质串,则在抗体产生过程中以概率  $p_o(0 < p_o < 1)$  使该优质串不受破坏,即把该优质串当成一个字符看待,称为优质串保留.
- 6) 新抗体引入算子. 若抗体群中的抗体失去了 多样性,则可以产生新的抗体替换掉其中的一部分, 以保持抗体群中抗体的多样性.

定义 7 新抗体引入操作是当抗体群中有 k(k > 1) 个抗体相同时,对其中的(k - 1) 个抗体以概率  $p_n(0 < p_n < 1)$  用新产生的抗体替换.

# 3 人工免疫算法的收敛性分析(Convergence

of artificial immune algorithm)

,很明显,人工免疫算法生成的各代抗体群构成有限状态齐次马尔可夫(Markov)链.

令  $\Phi$  为长度为 l 的有序符号串(抗体)  $S_i$  的集合,则串空间  $\Phi$  包含

$$|\Phi| = l! \tag{1}$$

个点.令  $\Lambda$  为包含n 个抗体的抗体群 $\lambda_i$  的集合,则抗体群空间  $\Lambda$  包含

$$|\Lambda| = (l!)^n \tag{2}$$

个点.

定义 8 若  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,并且对任何正整数 i, j  $(i, j \in [1, n])$ ,有

- 1)  $a_{ij} > 0$ ,则称 A 为正矩阵,记为 A > 0;
- 2)  $a_{ii} \ge 0$ ,则称 A 为非负矩阵,记为  $A \ge 0$ .

**定理 1** 由初始抗体群  $\lambda_0$  经字符换位算子生成的各代抗体群所构成的 Markov 链是遍历的.

证 字符换位操作的概率转移矩阵  $P_e > 0$ ,故 定理成立.

**定理 2** 由初始抗体群  $\lambda_0$  经字符串移位算子 生成的各代抗体群所构成的 Markov 链是遍历的.

证 字符串移位操作的概率转移矩阵  $P_s > 0$ , 故定理成立.

定理 3 由初始抗体群  $\lambda_0$  经字符串逆转算子 生成的各代抗体群所构成的 Markov 链是遍历的.

证 字符串逆转操作的概率转移矩阵  $P_i > 0$ , 故定理成立.

定理 4 当字符串重组算子的作用概率  $p_r < 1$  时,字符串重组算子不会破坏字符换位算子、字符串移位算子、字符串逆转算子的遍历性.

证 字符串重组算子不破坏抗体的概率 p=1 -  $p_r > 0$ ,故定理成立.

定理 5 当优质串保留算子的作用概率  $p_0 < 1$  时,优质串保留算子不会破坏字符换位算子、字符串移位算子、字符串逆转算子的遍历性.

证 优质串保留算子不破坏抗体的概率  $p = 1 - p_0 > 0$ , 故定理成立.

定理 6 当新抗体引入算子的作用概率  $p_n < 1$ 时,新抗体引入算子不会破坏字符换位算子、字符串移位算子、字符串逆转算子的遍历性.

证 新抗体引入算子不破坏抗体的概率  $p=1-p_n>0$ , 故定理成立.

定理 7 人工免疫算法生成的各代抗体群所构

成的 Markov 链是遍历的.

 $\mathbf{i}$  由定理  $1 \sim 6$  的证明可知,人工免疫算法的概率转矩阵 P > 0.

定理7说明人工免疫算法能够搜索到问题的最优解,但这并不意味着人工免疫算法是全局收敛的.

定理 8 如果在进行抗体选择时能确保当时的 最优抗体可以进入下一代抗体群,则人工免疫算法 是全局收敛的;否则人工免疫算法不是全局收敛的.

证 如果在进行抗体选择时不能确保当时的最优抗体可以进入下一代抗体群,则由定理 7,存在一个正整数  $s \rightarrow \infty$ ,对于抗体群空间  $\Lambda$  中的任意两个状态  $\lambda_i$  和 $\lambda_i$ ,满足  $p_{ij}^{(s)} > 0$ ,以致

$$\Pi = \lim_{t \to \infty} P^{(t)} \tag{3}$$

是一随机矩阵,其中 P 为人工免疫算法的概率转移 矩阵.再从

$$\sum_{\lambda_i \in \Lambda} \Pi_{ij} = 1 \tag{4}$$

可知,除非  $\Pi$  的每一行只有一个非零元素 1(而这是不可能的),否则有

$$0 < \Pi_{ij} < 1. \tag{5}$$

这意味着算法只能以小于1的概率找到全局最优解,即这种人工免疫算法不是全局收敛的.

 $\uparrow$   $\Lambda_0$  为包含一个或多个最优抗体的抗体群的集合,则  $\Lambda_0$  中元素的个数

$$|\Lambda_0| = \sum_{i=1}^r C_r^i (l! - r)^{n-i}.$$
 (6)

其中 r 为串空间  $\Phi$  中最优抗体的数目,  $r \ge 1$ .

如果在进行抗体选择时能确保当时的最优抗体 可以进入下一代抗体群,则人工免疫算法的概率转 移矩阵可以表示为

$$P = \begin{vmatrix} Q & O \\ T & U \end{vmatrix}. \tag{7}$$

其中  $Q \in \Lambda_0$  的概率转移矩阵,  $Q \in \Lambda_0$  的概率转移矩阵,  $Q \in \Lambda_0$  是一个封闭类, 而  $U \in \Lambda_0$  是过渡类.

从定理 7 可知, $\Lambda$  中的任意状态  $\lambda_i$  都可以在有限步内转移到  $\Lambda_0$  中,则

 $\lim_{t\to\infty} p^{(t)}($ 抗体群中含最优抗体)=1, (8) 所以算法能以等于 1 的概率找到全局最优解,即这种人工免疫算法是全局收敛.

### 4 人工免疫算法在旅行商问题中的应用

(Application of artificial immune algorithm to traveling salesman problems (TSP))

旅行商问题(TSP)[4]是一个典型的组合优化问

题.本节探讨人工免疫算法在旅行商问题中的应用.

#### 4.1 抗体编码方式(Denotation of antibodies)

对于有l个城市的旅行商问题,可以对这l个城市编号,其号码分别为 $1,2,3,\cdots,l$ ,并且把商人所在城市即出发城市编为第l号,其他城市可随意编号.

# **4.2** 初始抗体的产生与预处理(Production and pretreatment of initial antibodies)

随机产生 N 个抗体作为初始抗体,构成初始抗体群.为了提高算法的搜索效率,本文提出的旅行商问题人工免疫算法先对每一个初始抗体进行预处理,然后才开始算法的迭代计算.初始抗体预处理的基本思想是考虑到旅行商问题的任何一条路径都是闭合路径,从任一城市出发,要到达的下一个城市选择为未到过的城市中距该城市最近的一个.经过预处理的初始抗体与抗原的亲和力较大,这样的抗体经人工免疫算子的作用能产生更好的新抗体的概率较大,算法搜索效率较高.

**命题** 初始抗体的预处理不影响人工免疫算法的全局收敛性.

由上节对人工免疫算法的全局收敛性分析可知,人工免疫算法的全局收敛性与初始抗体无关,因此对初始抗体进行预处理不会影响人工免疫算法的全局收敛性.

# **4.3** 亲和力和排斥力的计算(Computation of appetency and repellency)

对于 TSP 问题,可定义抗体 B 与抗原 G 之间的 亲和力为

$$app (B) = T_M - T_B. (9)$$

其中  $T_M$  为较大的正数,并要求  $T_M$  大于任意抗体对应的旅行路线的长度;  $T_B$  为抗体 B 对应的旅行路线的长度. 可定义抗体  $B_1$  与抗体  $B_2$  之间的排斥力为

rep 
$$(B_1, B_2) = |T_{B_1} - T_{B_2}|.$$
 (10)

其中  $T_{B_1}$ ,  $T_{B_2}$  分别为抗体  $B_1$  和抗体  $B_2$  对 应的旅行 路线的长度.

#### 4.4 仿真实验(Simulation examples)

对于一个 100 个城市的旅行商问题,人工免疫算法取抗体规模 N=80,人工免疫算子的作用概率分别为  $p_e=0.2$ ,  $p_s=0.3$ ,  $p_i=0.4$ ,  $p_r=0.5$ ,  $p_o=0.5$ ,  $p_n=0.5$ ,  $u_e=u_s=u_i=[l^{1/4}]$ . [•]表示取整运算,每次抗体选择时保留与抗原匹配得最好的抗体,重复进行 20 次计算,每次计算随机产生不同的初始抗体,并对初始抗体进行预处理,迭代 10000

次,计算结果如表1所示.表1中也给出了同一问题 用遗传算法的计算结果.

从表1可以看出,本文提出的旅行商问题的人工免疫算法具有较好的全局搜索能力.

表 1 100 个城市旅行商问题的计算结果

Table 1 Simulating results of TSP with 100 cities

	计算	次数	1	2	3	4	5
	计算	AIA	15842	15753	15840	15716	15769
	结果	GAs	15826	15795	15987	15842	15716
	相对	AIA	0.80%	0.24%	0.79%	0%	0.40%
	偏差	GAs	0.70%	0.50%	1.72%	0.80%	0%
	计算	次数	6	7	8	9	10
	计算	AIA	16106	15826	15716	16225	15987
	结果	GAs	15840	16108	15973	16286	16423
	相对	AIA	2.48%	0.70%	0%	3.24%	1.72%
	偏差	GAs	0.79%	2.49%	1.64%	3.63%	4.50%
	计算	次数	11	12	13	14	15
	计算	AIA	15753	15883	15716	16320	15788
	结果	GAs	15877	15905	16225	16239	16320
	相对	AIA	0.24%	1.06%	0%	3.84%	0.46%
	偏差	GAs	1.02%	1.20%	3.24%	3.33%	3.84%
	计算	次数	16	17	18	19	20
Ī	计算	AIA	15748	15716	16030	15795	15882
	结果	GAs	15716	15753	15788	15716	16030
	相对	AIA	0.20%	0%	2.00%	0.50%	1.06%
_	偏差	GAs	0%	0.24%	0.46%	0%	2.00%

### 5 结束语(Conclusion)

本文提出了一种模拟生物免疫系统的人工免疫 算法,给出了算法的基本步骤,分析了算法的收敛 性,并指出人工免疫算法的新抗体产生方法比遗传 算法的新个体产生方法要灵活得多,人工免疫算法 比遗传算法具有更强的全局搜索能力,是继遗传算 法以来又一种具有广阔应用前景的仿生智能计算 方法.

### 参考文献(Referrences):

- [1] 丁永生,任立红,人工免疫系统;理论与应用[J],模式识别与人工智能,2000,13(1);52-59.
  - (DING Yongsheng, REN Lihong. Artificial immune systems: theory and applications  $[\,J\,]$ . Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2000, 13(1); 52-59.)
- [2] DASGUPTA D. Artificial Immune Systems and Their Applications
   [M]. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1999.
- [3] 席裕庚,恽为民.遗传算法综述[J]. 控制理论与应用,1996,13 (6):697 708.
  - (XI Yugeng, YUN Weimin. Review of genetic algorithms [J]. Control Theory & Applications, 1996, 13(6):697 708.)

- [4] LU Chien-ying, DELGADO-FRIAS J G, LIN W. A clustering and genetic scheme for large TSP optimization problem [J]. *Cybernetics and Systems*, 1998, 29(2):137 157.
- [5] 吴庆洪,张纪会,徐心和. 具有变异特征的蚁群算法[J]. 计算机研究与发展,1999,36(10);1240 1245.
  (WU Qinghong, ZHANG Jihui, XU Xinhe. An ant colony algorithm with mutation features [J]. J of Computer Research and Development, 1999, 36(10);1240 1245.)
- [6] 张纪会,高齐圣,徐心和.自适应蚁群算法[J]. 控制理论与应用,2000,17(1):1-8.

  (ZHANG Jihui, GAO Qisheng, XU Xinhe. A self adaptive ant colony algorithm [J]. Control Theory & Applications, 2000, 17(1): 1-8.)
- [7] 刘克胜,曹先彬,郑浩然,等. 基于免疫算法的 TSP 问题求解 [J]. 计算机工程,2000,26(1):1-3.
  (LIU Kesheng, CAO Xianbin, ZHENG Haoran, et al. Solving TSP based on immune algorithm [J]. Computer Engineering, 2000, 26 (1):1-3.)
- [8] 王磊、潘进、焦李成、免疫算法[J]、电子学报、2000、28(7):74-78.
  (WANG Lei、PAN Jin、JIAO Licheng. The immune algorithm [J]. Acta Electronica Sinica、2000、28(7):74-78.)
- [9] 王磊、潘进、焦李成、免疫规划[J]. 计算机学报、2000、23(8): 806 812.

  (WANG Lei、PAN Jin、JIAO Licheng. The immune Programming

- [J]. Chinese J of Computers, 2000, 23(8);806 812.)
- [10] 张军,刘克胜,王煦法.一种基于免疫调节和共生进化的神经 网络优化设计方法[J].计算机研究与发展,2000,37(8):924 930
  - (ZHANG Jun, LIU Kesheng, WANG Xufa. Immune modulated symbiontic evolution in neural network design [J]. *J of Computer Research and Development*, 2000, 37(8):924 930.)
- [11] 马笑潇, 黄席樾, 柴毅等. 免疫 agent 概念与模型[J]. 控制与决策, 2002, 17(4): 509 512.

  (MA Xiaoxiao, HUANG Xiyue, CHAI Yi, et al. Concept and model of immune agent [J]. Control and Decision, 2002, 17(4): 509 512.)

### 作者简介:

李茂军 (1964 —),男.长沙理工大学电气与信息工程学院教授.现在中南大学作控制理论与控制工程学科方面的博士后研究工作.分别于1986 年、1998 年和 2002 年获湖南大学控制理论与控制工程学科学士、硕士和博士学位.主要研究领域为智能计算理论、方法及应用;

罗 安 (1957 一), 男. 湖南大学控制理论与控制工程博士生导师. 1993 年获浙江大学工学博士学位. 主要研究领域为电力系统自动化等;

**童调生** (1934 一),男.湖南大学控制理论与控制工程学科博士生导师.1960 年毕业于东北大学自动化专业,主要研究领域为最优控制,智能控制,信息融合等.

### 下 期 要 目

长时延网络控制系统的随机最优控制 朱其新,胡寿松,刘 国	
基于混合信号的状态估计方法 莫以为, 萧德云	$\bar{z}$
自适应插补控制器及其在时变系统中的应用 刘金琪,刘阿娟	員
线性多变量控制系统的干扰抑制性能极限:信息论方法 ······ 章 辉, 孙优贤	¥
操作概率自适应进化算法研究及其在移动机器人导航中的应用 李枚毅,蔡自兴	<del>'</del>
动态未知环境下一种 Hopfield 神经网络路径规划方法 ················· 樊长虹,陈卫东,席裕庚	E
人工免疫系统在复杂系统免疫辨识中的应用 徐雪松,诸 前	₽
类 Lyapunov 理论在人形机器人任务空间内跟踪的应用	=
多变量系统控制器参数满意优化设计研究 张葛祥,金炜东,胡来招	1
时域 Wiener 状态滤波新方法 邓自立	<u>Ē</u>
时域 Wiener 状态滤波新方法 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	ij
冗余度机器人运动模型的神经网络辨识及其实验研究 姜春福,余跃庆,刘迎春	Ē
锅炉汽包水位非自衡系统的预测控制 邹 涛,刘红波,李少远	Ē
火电厂多代理控制系统(英文) ······ 常 江, Kwang. Y. LEE, Raul GARDUNO-RAMIREZ	Z
基于滑模观测器的直线伺服系统反馈线性化速度跟踪控制研究 孙宜标,郭庆鼎	4
神经网络在线学习补偿自适应控制及其应用 童 桦,刘一江,易理刚	1
遗传算法在水电机组调速器 PID 参数优化中的应用研究	
	5

基于粗糙集理论的焊接过程建模方法……………………………… 王 兵, 陈善本, 朱国光, 王建军