

多模型多传感器信息融合 Kalman 平滑器

孙书利

(黑龙江大学 自动化系, 黑龙江 哈尔滨 150080)

摘要: 基于标量加权的线性最小方差最优信息融合算法, 对多模型多传感器离散线性随机系统, 给出了一种分布式标量加权信息融合固定滞后 Kalman 平滑器. 它只需计算加权标量系数, 可减小在融合中心的计算负担. 当各子系统存在稳态滤波时, 又给出了标量加权信息融合稳态平滑器, 它计算量小, 便于实时应用. 并给出了两个子系统之间的平滑误差互协方差阵的计算公式. 仿真例子验证了其有效性.

关键词: 多模型多传感器系统; 标量加权最优信息融合准则; 固定滞后平滑器; Kalman 滤波方法

中图分类号: O211

文献标识码: A

Multi-model and multi-sensor information fusion Kalman smoother

SUN Shu-li

(Department of Automation, Heilongjiang University, Harbin Heilongjiang 150080, China)

Abstract: Based on the optimal information fusion algorithm weighted by scalars in the linear minimum variance sense, a distributed information fusion fixed-lag Kalman smoother weighted by scalars is given for discrete linear stochastic system with multiple model and multiple sensors. It only requires the computation of scalar weights, so that the calculated burden in the fusion center can be reduced. The information fusion steady-state smoother weighted by scalars is also given when all subsystems have steady-state filtering. It has a small calculation and is convenient to apply in real time. The computation formula for the smoothing error cross-covariance matrix is given between any two subsystems. A simulation example shows its effectiveness.

Key words: system with multiple models and multiple sensors; optimal information fusion criterion weighted by scalars; fixed-lag smoother; Kalman filtering method

1 引言(Introduction)

信息融合 Kalman 滤波理论在目标跟踪的组合导航中具有广泛的应用. 当一个随机系统的状态有多个传感器进行观测时, 可根据每个观测方程所得到的局部 Kalman 滤波器按某种信息融合准则合成总体最优或次优状态滤波器, 即分布式信息融合 Kalman 滤波器. 由于分布式滤波器具有并行结构、易于故障的检测与分离、具有可靠性等特点, 近几年已得到了深入的研究. 关于集中式、分布式、混合式和多级式的信息融合状态估计及其应用已有较多报道^[1~9]. 早在 20 世纪 80 年代初, Bar-shalom^[1]就研究了带独立噪声的两传感器子系统之间的相关性, 并给出了互协方差阵的计算公式. 文献[2]研究了分布式滤波的并行网络结构. 文献[3]提出了著名的联邦 Kalman 滤波器, 但采用过程噪声方差阵的上界替代过程噪声方差阵具有一定的保守性. 文献[4, 5]在

正态分布的假设下分别给出一种极大似然融合准则, 但融合时计算加权矩阵需要求解一个较高维数的矩阵的逆, 不便于实时应用. 文献[6]讨论了稳态信息融合问题. 文献[8]给出了一种标量加权的信息融合算法, 但其假设局部状态估计误差不相关, 这不符合一般情形, 所以只能获得次优信息融合滤波器. 文献[9]给出的分布式融合滤波器要求各子系统具有相同维数的观测矩阵, 这使得它在应用上具有局限性. 在实际应用中, 由于系统模型未知, 且可能随时间的变化而变化; 又由于各传感器的类型和观测位置不同, 各传感器描述目标的系统模型也可能不尽相同, 因此, 用任一单一的系统模型有时很难描述实际系统的运动状态. 文献[10]提出的交互式多模型(IMM)算法通过对多个目标模型的状态进行估计, 并将估计结果按各模型的切换概率进行融合估计. 但它要求概率密度函数的先验信息, 并假设各模

型之间的切换满足 Markov 过程.文献[11]结合文献[4]和文献[10]给出了一种多模型估计算法.现有文献多为处理最优或次优滤波融合问题,而有关平滑融合的报道甚少.

本文针对多模型多传感器系统,基于标量加权的最优信息融合算法,给出了一种分布式标量加权最优信息融合固定滞后 Kalman 平滑器.在融合中心只需计算加权标量系数,避免了加权矩阵的计算,也避免了集中式估计要求大量观测数据的输入和在融合中心进行大量的滤波计算,因而可减小在融合中心的计算负担.由于采用分布式结构,某些传感器出现故障,可由剩余的传感器继续融合估计,避免了集中式估计由于某个传感器出现故障而使整个系统不能工作的缺点,所以它具有可靠性.给出了两个传感器子系统之间的平滑误差互协方差阵的计算公式.同时对于单模型多传感器系统的相应结果可作为本文的推论获得.

考虑带 L 个传感器的多模型离散随机系统

$$x_i(t+1) = \Phi_i x_i(t) + \Gamma_i w_i(t), \quad (1)$$

$$y_i(t) = H_i x_i(t) + v_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, L, \quad (2)$$

$$z(t) = C_i x_i(t). \quad (3)$$

其中: $x_i(t) \in \mathbb{R}^{n_i}$ 为第 i 个子系统的状态, $y_i(t) \in \mathbb{R}^{m_i}$ 为第 i 个子系统的观测, 白噪声 $w_i(t) \in \mathbb{R}^{r_i}$, $v_i(t) \in \mathbb{R}^{m_i}$ 分别为第 i 个子系统的系统噪声和观测噪声, $\Phi_i, \Gamma_i, H_i, C_i$ 为适当维数的常阵.下标 i 对应第 i 个子系统. $z(t) \in \mathbb{R}^n$ 是待估计的状态向量,它通常为 $x_i(t) (i = 1, 2, \dots, L)$ 的公共的状态分量所构成的向量,且 $n \leq \min\{n_i, i = 1, 2, \dots, L\}$.

假设 1 $w_i(t)$ 和 $v_i(t) (i = 1, 2, \dots, L)$ 是带零均值的相关白噪声,即

$$E\left\{\begin{bmatrix} w_i(t) \\ v_i(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_j^T(k) & v_j^T(k) \end{bmatrix}\right\} = \Sigma_{ij} \delta_{tk},$$

$$\Sigma_{ij} = \begin{bmatrix} Q_{ij} & S_{ij} \\ S_{ij}^T & R_{ij} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

其中 δ_{tk} 是 Kronecker delta 函数.且 $\Sigma_{ii} = \Sigma_i$.

假设 2 初始状态 $x_i(0)$ 与白噪声 $w_j(t)$ 和 $v_j(t) (i, j = 1, 2, \dots, L)$ 相互独立,且

$$E x_i(0) = \mu_{i0}, \quad E[(x_i(0) - \mu_{i0})(x_i(0) - \mu_{i0})^T] = P_{i0}. \quad (5)$$

问题是基于观测 $(y_i(t+N), y_i(t+N-1), \dots, y_i(1)) (i = 1, 2, \dots, L)$ 求状态向量 $z(t)$ 的标量加权最优(线性最小方差)信息融合 Kalman 平滑器 $\hat{z}_0(t|t+N), N > 0$. 使其满足

a) 无偏性,即 $E \hat{z}_0(t|t+N) = E z(t)$;

b) 最优性,即寻求最优标量权重 $\bar{\alpha}_i^{(N)}(t) (i = 1, 2, \dots, L)$ 极小化融合平滑误差方差阵的迹,即 $\text{tr}\{P_o^*(t|t+N)\} = \min\{\text{tr}P^*(t|t+N)\}$,其中 tr 表示矩阵的迹.其中 $P^*(t|t+N)$ 为 $z(t)$ 的任一标量加权融合平滑的误差方差阵, $P_o^*(t|t+N)$ 为 $z(t)$ 的最优标量加权融合估计的误差方差阵. $\hat{z}_0(t|t+N) = \bar{\alpha}_1^{(N)}(t)\hat{z}_1(t|t+N) + \dots + \bar{\alpha}_L^{(N)}(t)\hat{z}_L(t|t+N)$.

2 标量加权线性最小方差最优信息融合准则 (Scalar weighting optimal information fusion criterion in the linear minimum variance sense)

新近文献[12]给出了一种标量加权融合算法,为使叙述简单,下面省略时间 t .

引理 1 设 $\hat{z}_i (i = 1, 2, \dots, L)$ 为对 n 维随机向量 z 的 L 个无偏估计,记估计误差为 $\tilde{z}_i = z - \hat{z}_i$,且 $\tilde{z}_i$ 与 $\tilde{z}_j (i \neq j)$ 相关,误差方差和互协方差阵分别为 P_i^* 和 P_{ij}^* . 则标量加权最优(线性最小方差)信息融合无偏估计为

$$\hat{z}_0 = \bar{\alpha}_1 \hat{z}_1 + \bar{\alpha}_2 \hat{z}_2 + \dots + \bar{\alpha}_L \hat{z}_L. \quad (6)$$

其中最优融合标量系数 $\bar{\alpha}_i (i = 1, 2, \dots, L)$ 如下计算:

$$\bar{\alpha} = \frac{A^{-1} \mathbf{1}}{\mathbf{1}^T A^{-1} \mathbf{1}}. \quad (7)$$

其中:向量 $\bar{\alpha} = [\bar{\alpha}_1, \bar{\alpha}_2, \dots, \bar{\alpha}_L]^T, \mathbf{1} = [1, 1, \dots, 1]^T$. 矩阵 $A = (\text{tr}P_{ij}^*) (i, j = 1, 2, \dots, L)$ 相应的最优信息融合估计的误差方差阵为

$$P_o^* = \sum_{i,j=1}^L \bar{\alpha}_i \bar{\alpha}_j P_{ij}^*, \quad (8)$$

且有关系 $\text{tr}P_o^* \leq \text{tr}P_i^*, i = 1, 2, \dots, L$.

推论 1 当估计误差 $\tilde{z}_i$ 与 $\tilde{z}_j (i \neq j)$ 不相关时,即 $P_{ij}^* = 0 (i \neq j)$, 则标量加权最优融合估计为式(6),其中最优系数为

$$\bar{\alpha}_i = \frac{1}{\text{tr}P_i^*} \left/ \left(\sum_{j=1}^L \frac{1}{\text{tr}P_j^*} \right) \right., \quad i = 1, 2, \dots, L, \quad (9)$$

相应的最小融合方差阵为

$$P_o^* = \sum_{i=1}^L \bar{\alpha}_i^2 P_i^*. \quad (10)$$

注 1 引理 1 的最优性指的是在标量加权下极小化融合估计的误差方差阵的迹,与一般的矩阵加权相比它是一种次优融合准则,但由于它只需计算加权标量系数,避免了计算加权矩阵,从而减小了计算量.特别是当系统状态维数较高时,可明显减小计算负担,且它仍能在总体上改善每个局部估计,因而它具有工程应用价值.

3 标量加权最优信息融合固定滞后 Kalman 平滑器 (Scalar weighting optimal information fusion fixed-lag Kalman smoother)

引理 2^[13] 多模型多传感器系统(1),(2)在假设 1,2 下,第 i 个子系统有最优 Kalman 平滑器

$$\hat{x}_i(t|t+N) = \hat{x}_i(t|t-1) + \sum_{k=0}^N M_i(t|t+k) \epsilon_i(t+k), \quad (11)$$

$$M_i(t|t+k) = P_i^x(t|t-1) \Psi_i^T(t+k, t) \Phi_i^T H_i^T Q_{\epsilon_i}^{-1}(t+k), \quad (12)$$

$$Q_{\epsilon_i}(t+k) = H_i P_i^x(t+k|t+k-1) H_i^T + R_i, \quad (13)$$

$$\Psi_i^T(t+k, l) = \prod_{s=l}^{t+k-1} [\Phi_i - K_{p_i}(s) H_i]^T, \quad (14)$$

$$P_i^x(t|t+N) = P_i^x(t|t-1) - \sum_{k=0}^N M_i(t|t+k) Q_{\epsilon_i}(t+k) M_i^T(t|t+k). \quad (15)$$

其中: $\hat{x}_i(t|t-1)$ 为第 i 个子系统的一步预报估计, $K_{p_i}(t)$ 为预报增益阵, $\epsilon_i(t)$ 为新息, $M_i(t|t+k)$ 为平滑增益阵, $i=1,2,\dots,L$. $P_i^x(t|t+N)$ 为平滑误差方差阵, 且一步预报误差方差阵 $P_i^x(t|t-1)$ 满足如下方程

$$P_i^x(t+1|t) = [\Phi_i - K_{p_i}(t) H_i] P_i^x(t|t-1) [\Phi_i - K_{p_i}(t) H_i]^T + [\Gamma_i, -K_{p_i}(t)] \Sigma_i [\Gamma_i, -K_{p_i}(t)]^T. \quad (16)$$

引理 3^[14] 多模型多传感器系统(1),(2)在假设 1,2 下,第 i 个与第 j 个子系统之间有如下递推的 Kalman 一步预报误差互协方差阵

$$P_{ij}^x(t+1|t) = [\Phi_i - K_{p_i}(t) H_i] P_{ij}^x(t|t-1) [\Phi_j - K_{p_j}(t) H_j]^T + [\Gamma_i, -K_{p_i}(t)] \Sigma_{ij} [\Gamma_j, -K_{p_j}(t)]^T. \quad (17)$$

其中: $P_{ij}^x(t|t-1)$, $i, j=1,2,\dots,L; i \neq j$ 为第 i 个与第 j 个子系统之间的预报误差互协方差阵, 初值为 $P_{ij}^x(0|-1) = 0$.

定理 1 多模型多传感器系统(1),(2)在假设 1,2 下,第 i 个与第 j 个子系统之间有局部 Kalman 平滑误差互协方差阵

$$P_{ij}^x(t|t+N) =$$

$$\Omega_i(t|t+N) P_{ij}^x(t|t-1) \Omega_j^T(t|t+N) + \sum_{k=0}^N G_i(t|t+k) \Sigma_{ij} G_j^T(t|t+k). \quad (18)$$

其中 $\Omega_i(t|t+N)$ 和 $G_i(t|t+k) = [G_i^w(t|t+k), G_i^v(t|t+k)]$ 定义为

$$\Omega_i(t|t+N) = I_{n_i} - \sum_{k=0}^N M_i(t|t+k) H_i \Psi_i(t+k, t), \quad (19)$$

$$\begin{cases} G_i^w(t|t+k) = - \sum_{l=k+1}^N M_i(t|t+l) H_i \Psi_i(t+l, t+k+1) \Gamma_i, \\ k = 0, 1, \dots, N-1, G_i^w(t|t+N) = 0, \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} G_i^v(t|t+k) = \sum_{l=k+1}^N M_i(t|t+l) H_i \Psi_i(t+l, t+k+1) K_{p_i}(t+k) - M_i(t|t+k), \\ k = 0, 1, \dots, N-1, \\ G_i^v(t|t+N) = -M_i(t|t+N). \end{cases} \quad (21)$$

证 由式(11)有第 i 个子系统的平滑误差为

$$\tilde{x}_i(t|t+N) = \tilde{x}_i(t|t-1) - \sum_{k=0}^N M_i(t|t+k) \epsilon_i(t+k), \quad (22)$$

因为对第 i 个子系统有^[13]

$$\begin{aligned} \epsilon_i(t+k) = & H_i \Psi_i(t+k, t) \tilde{x}(t|t-1) + \\ & H_i \sum_{l=0}^{k-1} \Psi_i(t+k, t+l+1) [\Gamma_i w_i(t+l) - \\ & K_{p_i}(t+l) v_i(t+l)] + v_i(t+k). \end{aligned} \quad (23)$$

代式(23)入式(22)有

$$\begin{aligned} \tilde{x}_i(t|t+N) = & [I_{n_i} - \sum_{k=0}^N M_i(t|t+k) H_i \Psi_i(t+k, t)] \tilde{x}_i(t|t-1) - \\ & \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=k+1}^N M_i(t|t+l) H_i \Psi_i(t+l, t+k+1) \Gamma_i w_i(t+k) + \\ & \sum_{k=0}^{N-1} \left[\sum_{l=k+1}^N M_i(t|t+l) H_i \Psi_i(t+l, t+k+1) K_{p_i}(t+k) \right] \times \\ & v_i(t+k) - \sum_{k=0}^N M_i(t|t+k) v_i(t+k). \end{aligned} \quad (24)$$

利用式(19)~(21), 式(24)可重写为

$$\begin{aligned} \tilde{x}_i(t|t+N) = & \Omega_i(t|t+N) \tilde{x}_i(t|t-1) + \end{aligned}$$

$$\sum_{k=0}^N G_i^w(t|t+k)w_i(t+k) + \sum_{k=0}^N G_i^v(t|t+k)v_i(t+k), \quad (25)$$

因为 $\tilde{x}_i(t|t-1) \in L(w_i(t-1), \dots, w_i(0), x_i(0), v_i(t-1), \dots, v_i(1))$, 所以 $\tilde{x}_i(t|t-1) \perp w_j(t+k)$, $\tilde{x}_i(t|t-1) \perp v_j(t+k)$, $k \geq 0, i, j = 1, 2, \dots, L$, 记号“ $\perp$ ”表示正交. 由式(25)并利用假设1可引出式(18)成立. 证毕.

定理2 多模型多传感器系统(1)~(3)在假设1, 2下, 有最优标量加权信息融合 Kalman 平滑器

$$\begin{aligned} \hat{z}_0(t|t+N) = & \bar{\alpha}_1^{(N)}(t)\hat{z}_1(t|t+N) + \\ & \bar{\alpha}_2^{(N)}(t)\hat{z}_2(t|t+N) + \dots + \bar{\alpha}_L^{(N)}(t)\hat{z}_L(t|t+N). \end{aligned} \quad (26)$$

其中标量系数 $\bar{\alpha}_i^{(N)}(t)$ ($i = 1, 2, \dots, L$) 由引理1中的式(7)计算. 且最小融合方差 $P_o^*(t|t+N)$ 由式(8)计算, 基于第 i 个子系统的局部平滑器 $\hat{z}_i(t|t+N)$ 和局部平滑误差协方差阵 $P_{ij}^*(t|t+N)$ 由下式计算:

$$\hat{z}_i(t|t+N) = C_i \hat{x}_i(t|t+N), \quad (27)$$

$$P_{ij}^*(t|t+N) = C_i P_{ij}^x(t|t+N) C_j^T. \quad (28)$$

其中 $i = j$ 时, 即为平滑误差方差阵 $P_i^*(t|t+N)$. 第 i 个子系统的平滑器 $\hat{x}_i(t|t+N)$, 局部平滑误差方差阵 $P_i^*(t|t+N)$ 和互协方差阵 $P_{ij}^*(t|t+N)$, $i \neq j$, 分别由式(11), (15)和(18)计算.

证 对式(3)两边同时取在线性流形 $(y_i(t+N), y_i(t+N-1), \dots, y_i(1))$ 上的射影运算引出式(27). 再由式(3)和(27)引出式(28)成立. 证毕.

对于定理2给出的标量加权信息融合平滑器, 下面的计算步骤:

1) 计算局部平滑器和误差方差阵. 由式(27), (28), (11)和(15)计算各子系统的平滑器 $\hat{z}_i(t|t+N)$ 和平滑误差方差阵 $P_i^*(t|t+N)$, $i = 1, 2, \dots, L$.

2) 计算互协方差阵. 由式(28), (17)和(18)计算任两个子系统之间的平滑误差互协方差阵 $P_{ij}^*(t|t+N)$, $i, j = 1, 2, \dots, L$.

3) 计算最优标量权重. 由式(7)计算线性最小方差意义下的最优标量加权系数 $\bar{\alpha}_i^{(N)}(t)$, $i = 1, 2, \dots, L$.

4) 计算最优融合平滑器和方差阵. 由式(26)和(8)计算最优标量加权信息融合平滑器 $\hat{z}_0(t|t+N)$ 和融合方差阵 $P_o^*(t|t+N)$.

以上各步在每时刻重复执行.

推论2 当各子系统之间的噪声相互独立时, 即 $E[w_i(t)w_j^T(k)] = 0, E[v_i(t)v_j^T(k)] = 0, E[w_i(t)v_j^T(k)] = 0, i, j = 1, 2, \dots, L, i \neq j$, 则有最优标量加权信息融合 Kalman 平滑器(26), 其中最优标量权重 $\bar{\alpha}_i^{(N)}(t)$ ($i = 1, 2, \dots, L$) 和最小方差 $P_o^*(t|t+N)$ 由推论1计算.

证 当各子系统之间的噪声相互独立时, 由式(25)可知估计误差 $\tilde{x}_i(t|t+N)$ 与 $\tilde{x}_j(t|t+N)$ ($i \neq j$) 不相关, 进而估计误差 $\tilde{z}_i(t|t+N)$ 与 $\tilde{z}_j(t|t+N)$ ($i \neq j$) 不相关, 即互协方差阵 $P_{ij}^*(t|t+N) = 0$, 再由推论1得证. 证毕.

推论3 当 $x_i(t) = x(t), w_i(t) = w(t), \Phi_i = \Phi, \Gamma_i = \Gamma, C_i = C, i = 1, 2, \dots, L$ 时, 原多模型多传感器系统变为单模型多传感器系统, 则定理1和2中的结果仍然成立.

4 标量加权稳态信息融合平滑器 (Scalar weighting steady-state information fusion smoother)

在上一部分对多模型多传感器系统, 给出了一种分布式最优信息融合固定滞后 Kalman 平滑器. 由于它采用分布式结构, 所以可减小融合中心的计算负担. 但由于它需要每时刻计算最优标量权重、各子系统的估计误差方差阵和任两个子系统之间的互协方差阵, 所以它不便于实时应用. 对于多模型多传感器系统(1)~(3), 如果每个子系统满足如下假设:

假设3 (Φ_i, H_i) 为完全可检对, $(\Phi_i - \Gamma_i S_i R_i^{-1} H_i, \Gamma_i \bar{Q}_i)$ 为完全能稳对, 其中 $\bar{Q}_i$ 满足 $\bar{Q}_i \bar{Q}_i^T = Q_i - S_i R_i^{-1} S_i^T$.

各子系统在假设1~3下存在稳态 Kalman 滤波^[13], 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} K_{p_i}(t) = K_{p_i}, \lim_{t \rightarrow \infty} P_i^*(t|t-1) = P_i^x, \lim_{t \rightarrow \infty} P_i^*(t|t+N) = P_i^x(N), \lim_{t \rightarrow \infty} M_i(t|t+k) = M_i(k), \lim_{t \rightarrow \infty} P_{ij}^*(t|t-1) = P_{ij}^x, \lim_{t \rightarrow \infty} P_{ij}^*(t|t+N) = P_{ij}^x(N)$, 于是平行引理2和3, 有下面的稳态平滑器:

$$\begin{aligned} \hat{x}_i(t|t+N) = & \hat{x}_i(t|t-1) + \sum_{k=0}^N M_i(k) \varepsilon_i(t+k), \end{aligned} \quad (29)$$

$$M_i(k) = P_i^x(\Psi_i^k)^T \Phi_i^T H_i^T Q_{\varepsilon_i}^{-1}, \quad (30)$$

$$Q_{\varepsilon_i} = H_i P_i^x H_i^T + R_i, \quad (31)$$

$$\Psi_i = \Phi_i - K_{p_i} H_i, \quad (32)$$

$$P_i^x(N) = P_i^x - \sum_{k=0}^N M_i(k) Q_{\varepsilon_i}^{-1} M_i^T(k). \quad (33)$$

稳态一步预报误差互协方差阵为

$$P_{ij}^x = [\Phi_i - K_{p_i} H_i] P_{ij}^x [\Phi_j - K_{p_j} H_j]^T + [\Gamma_i, -K_{p_i}] \Sigma_{ij} [\Gamma_j, -K_{p_j}]^T. \quad (34)$$

对应于定理1和2,有下面的定理3和4:

定理3 多模型多传感器系统(1),(2)在假设1~3下,第*i*个与第*j*个子系统之间有稳态 Kalman 平滑误差互协方差阵

$$P_{ij}^x(N) = \Omega_i(N) P_{ij}^x \Omega_j^T(N) + \sum_{k=0}^N G_i(k) \Sigma_{ij} G_j^T(k). \quad (35)$$

其中 $\Omega_i(N)$ 和 $G_i(k) = [G_i^w(k), G_i^v(k)]$ 定义为

$$\Omega_i(N) = I_{n_i} - \sum_{k=0}^N M_i(k) H_i \Psi_i^k, \quad (36)$$

$$\begin{cases} G_i^w(k) = - \sum_{l=k+1}^N M_i(l) H_i \Psi_i^{l-k-1} \Gamma_i, \\ k = 0, 1, \dots, N-1, \\ G_i^w(N) = 0, \end{cases} \quad (37)$$

$$\begin{cases} G_i^v(k) = \sum_{l=k+1}^N M_i(l) H_i \Psi_i^{l-k-1} K_{p_i} - M_i(k), \\ k = 0, 1, \dots, N-1, \\ G_i^v(N) = -M_i(N). \end{cases} \quad (38)$$

定理4 多模型多传感器系统(1)~(3)在假设1~3下,有稳态标量加权信息融合 Kalman 平滑器

$$\begin{aligned} \hat{z}_o(t | t+N) = & \bar{\alpha}_1^{(N)} \hat{z}_1(t | t+N) + \bar{\alpha}_2^{(N)} \hat{z}_2(t | t+N) + \dots + \\ & \bar{\alpha}_L^{(N)} \hat{z}_L(t | t+N). \end{aligned} \quad (39)$$

其中稳态标量系数 $\bar{\alpha}_i^{(N)}$ ($i = 1, 2, \dots, L$) 由引理1中的式(7)计算.且最小融合方差 $P_o^x(N)$ 由式(8)计算,基于第*i*个子系统的稳态平滑器 $\hat{z}_i(t | t+N)$ 由式(27)计算,稳态平滑误差协方差阵 $P_{ij}^x(N)$ 由下式计算:

$$P_{ij}^x(N) = C_i P_{ij}^x(N) C_j^T. \quad (40)$$

定理4给出的稳态信息融合平滑器在各子系统达到稳态时可通过一次融合求得稳态标量权重而获得.在各子系统未达到稳态时,与定理2的4个步骤相同需要实时确定最优融合标量权重,并进行融合估计.但在各子系统达到稳态之后,则由定理4求得稳态标量权重,以后只需用所求得的稳态标量权重进行融合.避免了每时刻计算标量权重、误差方差阵和任两个子系统之间的互协方差阵,可明显减小计算负担.

5 仿真例子(Simulation example)

考虑3模型3传感器跟踪系统

$$x_i(t+1) = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x_i(t) + \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix} w_i(t), \quad i = 1, 2, \quad (41)$$

$$x_3(t+1) = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x_3(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} w_3(t), \quad (42)$$

$$y_i(t) = H_i x_i(t) + v_i(t), \quad i = 1, 2, 3. \quad (43)$$

其中: T 为采样周期,状态 $x_i(t) = [s(t) \quad \dot{s}(t)]^T$, $i = 1, 2$, $x_3(t) = [s(t) \quad \dot{s}(t) \quad \ddot{s}(t)]^T$, $s(t)$, $\dot{s}(t)$ 和 $\ddot{s}(t)$ 分别为目标在时刻 tT 的位置、速度和加速度. $y_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$) 分别是针对3个模型的3个传感器的观测信号. $v_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$) 分别是3个传感器的观测噪声.假设 $w_i(t)$ 和 $v_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$) 是相关的高斯白噪声,且满足如下关系

$$\begin{cases} w_1(t) = \lambda_1 w(t), w_2(t) = \lambda_2 w(t), w_3(t) = \lambda_3 w(t), \\ v_i(t) = \gamma_i w(t) + \xi_i(t), \quad i = 1, 2, 3. \end{cases} \quad (44)$$

已知 $w(t)$ 是带零均值、方差为 Q_w 的高斯白噪声. $\xi_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$) 是带零均值、方差各为 Q_{ξ_i} ($i = 1, 2, 3$) 的独立的高斯白噪声,且独立于 $w(t)$. 于是可获得如下对应于(4)的统计信息:

$$\begin{aligned} Q_{ij} &= \lambda_i \lambda_j Q_w, S_{ij} = \lambda_i \gamma_j Q_w, \quad i, j = 1, 2, 3, \\ R_i &= \gamma_i^2 Q_w + Q_{\xi_i}, R_{ij} = \gamma_i \gamma_j Q_w, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad i \neq j. \end{aligned}$$

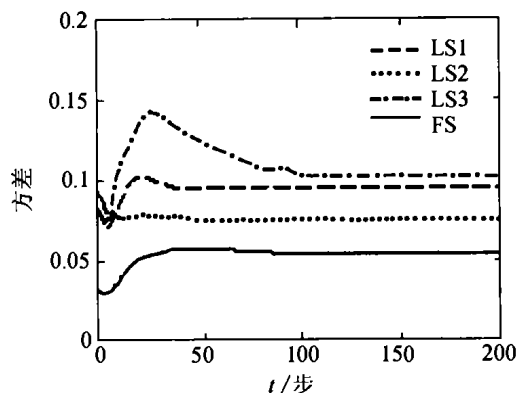
本文的目的是求公共状态 $z(t) = [s(t) \quad \dot{s}(t)]^T$ 标量加权信息融合固定滞后 Kalman 平滑器 $\hat{z}_o(t | t+2)$.

在仿真中取采样周期 $T = 0.1$, $Q_w = 1$, $Q_{\xi_1} = 1$, $Q_{\xi_2} = 2$, $Q_{\xi_3} = 0.5$, $H_1 = [1 \quad 0]$, $H_2 = [1 \quad 1]$, $H_3 = [1 \quad 0 \quad 0]$, $\lambda_1 = 0.9$, $\lambda_2 = 0.95$, $\lambda_3 = 0.013$, $\gamma_1 = 0.5$, $\gamma_2 = 0.8$, $\gamma_3 = 0.9$. 初值 $x_i(0) = [0, 0]^T$, $P_{i0} = 0.1 I_2$, $i = 1, 2$; $x_3(0) = [0, 0, 0]^T$, $P_{30} = 0.1 I_3$. 易知

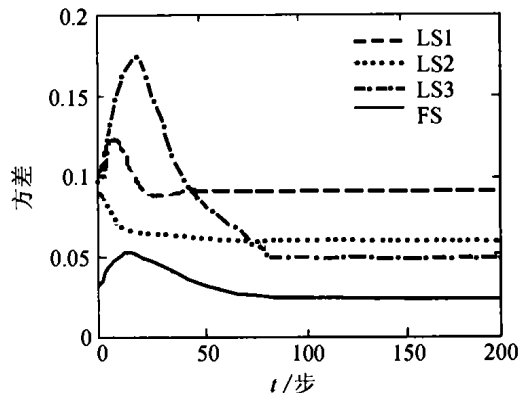
$C_1 = C_2 = I_2$, $C_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, 取200个采样数据.对于每个子系统分别应用式(27)和引理2可求得局部固定滞后 Kalman 平滑器(LS) $\hat{z}_i(t | t+2)$, $i = 1, 2, 3$. 它们的平滑误差方差与平滑估计的仿真结果分别如图1和2所示.由图1可见各子系统在 $t = 100$ 之后达到了稳态,因而此时稳态信息融合标量权重可获得,进而可求得稳态信息融合平滑器(FS) $\hat{z}_o(t | t+2)$. 由图可见稳态融合平滑器 $\hat{z}_o(t | t+2)$ 的精度高于各局部平滑器 $\hat{z}_i(t | t+2)$, $i = 1, 2, 3$, 即 $\text{tr} P_o^x(t | t+2) < \text{tr} P_i^x(t | t+2)$,

$i = 1, 2, 3$. 由图2可看出融合平滑器(FS)综合了各

子系统局部平滑器(LS)的估计.



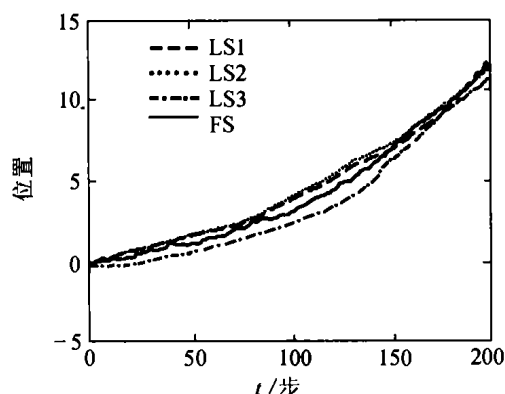
(a) 位置 $s(t)$ 的平滑误差方差



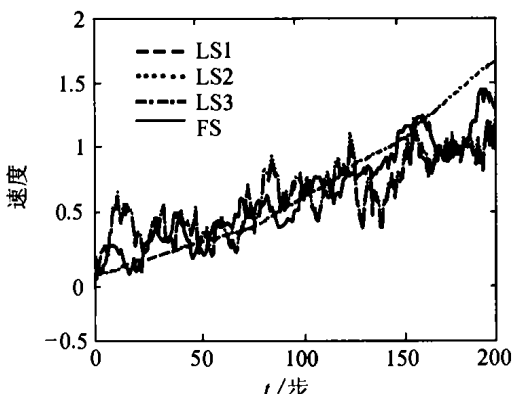
(b) 速度 $\dot{s}(t)$ 的平滑误差方差

图1 标量加权融合稳态平滑器与各子系统稳态平滑器的方差比较

Fig. 1 Comparison of variances for scalar weighting fusion steady-state smoother and steady-state smoothers of all subsystems



(a) 位置 $s(t)$ 的平滑器



(b) 速度 $\dot{s}(t)$ 的平滑器

图2 标量加权融合稳态平滑器与各子系统稳态平滑器的比较

Fig. 2 Comparison of scalar weighting fusion steady-state smoother and steady-state smoothers of all subsystems

6 结论(Conclusion)

在实际应用中,由于系统模型未知和各传感器的类型和观测位置不同,各传感器描述目标的系统模型也可能不同,在不能明确系统模型的条件下,本文对多模型多传感器系统给出了一种分布式标量加权的最优信息融合 Kalman 平滑器,给出了局部子系统之间的平滑误差互协方差阵的计算公式.在各子系统存在稳态滤波时,又给出了相应的稳态信息融合平滑器.且稳态融合平滑器可在各子系统达到稳态时通过一次融合求得稳态标量权重而获得,避免了最优融合平滑器要求每时刻计算最优标量权重和平滑误差协方差阵的缺点,可明显减小计算负担.由于采用分布式结构,所以它可以减小融合中心的计算负担,且具有可靠性.

参考文献(References):

- [1] BAR-SHALOM Y. On the track-to-track correlation problem [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1981, 26(2): 571 - 572.
- [2] HASHIMPOUR H R, ROY S, LAUB A J. Decentralized structures for

parallel Kalman Filtering [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1988, 33(1): 88 - 93.

- [3] CARLSON N A. Federated square root filter for decentralised parallel processes [J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 1990, 26(3): 517 - 525.
- [4] KIM K H. Development of track to track fusion algorithm [C] // *Proc of American Control Conference*. Troy: Rensselaer Polytechnic Institute, 1994: 1037 - 1041.
- [5] CHEN H, KIRUBARAJAN T, BAR-SHALOM Y. Performance limits of track-to-track fusion versus. centralized estimation: theory and application [J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(2): 386 - 398.
- [6] SAHA R K. An efficient algorithm for multisensor track fusion [J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 1998, 34(1): 200 - 210.
- [7] 何友, 王国宏, 陆大金, 等. 多传感器信息融合及应用[M]. 电子工业出版社, 2000.
(HE You, WANG Guohong, LU Dajin, et al. *Multisensor Information Fusion with Applications* [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2000.)
- [8] 邓自立, 祁荣宾. 多传感器信息融合次优稳态 Kalman 滤波器 [J]. *中国学术期刊文摘(科技快报)*, 2000, 6(2): 183 - 184.

- (DENG Zili, QI Rongbin. Multi-sensor information fusion suboptimal steady-state Kalman filter [J]. *Chinese Science Abstract*, 2000, 6(2): 183 - 184.)
- [9] QIANG Gan, HARRIS C J. Comparison of two measurement fusion methods for Kalman-filter-based multisensor data fusion [J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 2001, 37(1): 273 - 280.
- [10] BLOM H A P, BAR-SHALOM Y. The interacting multiple model algorithm for systems with Markovian Switching coefficients [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1988, 33(8): 780 - 783.
- [11] 宋小全, 孙仲康. 多传感器机动目标跟踪[J]. 电子学报, 1997, 25(9): 98 - 101.
(SONG Xiaoquan, SUN Zhongkang. Tracking a maneuvering target with multisensor [J]. *Acta Electronica Sinica*, 1997, 25(9): 98 - 101.)
- [12] SUN S L. Multi-sensor optimal information fusion Kalman filter with application [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2004, 8(1): 57 - 62.
- [13] 邓自立. 卡尔曼滤波与维纳滤波——现代时间序列分析方法[M]. 哈尔滨工业大学出版社, 2001.
(DENG Zili. *Kalman Filtering and Wiener Filtering—Modern Time Series Analysis Method* [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2001.)
- [14] SUN S L. Multi-sensor optimal information fusion Kalman filter for discrete multichannel ARMA signals [C]// *Proc of 2003 IEEE Int Symposium Intelligent Control*. Chicago: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2003: 377 - 382.

作者简介:

孙书利 (1971—), 男, 副教授, 1996年毕业于黑龙江大学数学系应用数学专业, 获理学学士学位, 1999年在该校自动化系控制理论与控制工程专业获工学硕士学位, 2004年在哈尔滨工业大学航天学院飞行器设计专业获工学博士学位, 主要研究领域为状态估计、信息融合等, E-mail: sunsl@hlju.edu.cn.

下 期 要 目

- 常见模糊蕴涵算子的模糊系统及其响应函数..... 李洪兴, 彭家寅, 尤 飞, 王加银
- 输出概率密度函数的最优跟踪控制: 均方根 B-样条模型 周靖林, 王 宏
- 求解 0-1 背包问题的人工免疫抗体修正克隆算法 杜海峰, 刘若辰, 焦李成, 王孙安
- 基于 Stackelberg 博弈的动态用户最优配流和信号控制 李振龙
- 提取二维图像特征点阈值的自动确定 管业鹏, 顾伟康
- 线性离散周期系统满意估计..... 刘世前, 王远钢, 盛安冬, 郭 治
- 线性时滞系统的时滞相关无源控制 张先明, 吴 敏
- 一类非线性系统输出反馈的半全局实用镇定 蔡秀珊, 韩正之, 寇春海
- 自抗扰控制在永磁直线电机控制中的应用..... 雷春林, 吴 捷, 陈渊睿, 杨金明
- Pendubot 的一种分层滑模控制方法 王 伟, 易建强, 赵冬斌, 刘殿通
- 类反斜线回滞系统的模型参考滑模控制..... 张达科, 胡跃明, 吴 捷, 郭华芳
- 前向 FP 神经网络实现控制系统的拒识模式..... 张持健, 张 铃
- 基于反馈线性化控制的航空气动伺服系统..... 钱 坤, 谢寿生, 胡金海, 段 翀
- 一类随机分布参数系统反馈控制的镇定 罗 琦, 邓飞其, 包俊东
- 具有结构不确定性的时滞系统的最优非脆弱保性能控制 熊军林, 张庆灵