

文章编号: 1000-8152(2008)04-0665-06

不确定奇异时滞系统的时滞相关型鲁棒 H_∞ 弹性控制

高焕丽¹, 肖布工¹, 秦小丽²

(1. 华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广东 广州 510640; 2. 北京理工大学 宇航科学技术学院, 北京 100081)

摘要: 讨论了不确定奇异时滞系统的时滞相关型鲁棒弹性控制器设计问题。在一个关于标称奇异时滞系统的新时滞相关型稳定性判据的基础上给出了一种新的有界实引理(BRL: bounded real lemma); 基于此给出了时滞相关型鲁棒弹性控制器存在的充分性条件, 最后通过数值算例说明本文结果的有效性。

关键词: 鲁棒弹性控制; 奇异系统; 时滞相关型; 线性矩阵不等式(LMIs)

中图分类号: TP13 文献标识码: A

Delay-dependent robust resilient control for uncertain singular time-delay systems

GAO Huan-li¹, XU Bu-gong¹, QIN Xiao-li²

(1. College of Automation Science and Technology, South China University of Technology,
Guangzhou Guangdong 510640, China;
2. Astronautics School, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: The problem of robust resilient control for uncertain singular time-delay systems is discussed. Based on a new delay-dependent asymptotic stability criterion for normal singular time-delay systems, we obtained a new bounded real lemma(BRL) for singular time-delay systems. Using these results, a sufficient condition for the existence of the delay-dependent robust resilient controller is then presented. Finally, a numerical example is given to show the feasibility of the results in this paper.

Key words: robust resilient control; singular systems; delay-dependent; linear matrix inequalities

1 引言(Introduction)

奇异时滞系统, 也称为时滞微分一代数方程或广义时滞系统, 是由矩阵时滞方程和矩阵差分方程耦合在一起得到的一类方程, 具有许多正常时滞系统所不具有的性质, 如非正则性, 解的脉冲性等。因而关于奇异时滞系统的分析与综合比正常状态空间时滞系统要复杂得多。文献[1,2]各自独立的推导出了奇异时滞系统正则、无脉冲模且渐近稳定的充分性条件。但是, 这些结果都是时滞无关型的, 具有较大的保守性。文献[3,4]分别就一般的线性奇异时滞系统给出了其时滞相关型稳定性判据。本文引理1给出了一种新型时滞相关型稳定性判据, 较之文献[3,4]具有较小保守性。近年来, 时滞系统的鲁棒控制问题成为时滞系统领域的热点课题。奇异时滞系统的鲁棒控制问题也得以研究^[5,6], 但该结果是时滞无关型的, 具有较大保守性。另外, 在实际物理过程中, 由于模型系统中隐含的不确定性, 以及控制器实施过程中所需要的附加调整等原因使得控制

器增益常存在一定误差, 从而设计弹性控制器, 即允许控制器增益在一定范围内变化, 是很有意义的。最近一些研究者给出了一些方法处理弹性控制器设计问题^[7~9]。文献[4]给出了一类关于奇异时滞系统的时滞相关型鲁棒弹性控制。但是该结果基于文献[4]的稳定性判据。本文基于较之文献[4]保守性更小的稳定性判据讨论了不确定奇异时滞系统的鲁棒弹性控制问题。文中所考虑的控制器增益摄动包括加性摄动和乘性摄动两种形式。引理1给出了标称奇异时滞系统的一种新的时滞相关型稳定性判据, 引理3引入了一种奇异时滞系统的时滞相关型有界实引理(BRL), 并进而给出了鲁棒控制器存在的充分条件, 并利用LMIs和锥补线性化算法给出了控制器的表达式, 最后数值算例显示了结果的有效性。

记号: $C_{n,\tau} := C([-\tau, 0], \mathbb{R}^n)$ 表示由 $[-\tau, 0]$ 映射到 \mathbb{R}^n 中的所有连续向量函数构成的Banach空间; $L_2[0, \infty)$ 表示 $[0, \infty)$ 上得所有平方可积向量

收稿日期: 2007-01-22; 收修改稿日期: 2007-09-03。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60474047); NSFC-广东联合基金重点资助项目(U0735003)。

知: $\bar{P} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ 0 & P_{22} \end{bmatrix}$, $P_{11} \geq 0$. 同引理1证明 \bar{P} 非奇异, 故 $P_{11} > 0$. 将式(18)左乘 \bar{P}^{-1} , 右乘 \bar{P}^{-1} ; 将式(26)左乘 $\text{diag}\{\bar{P}^{-1}, \bar{P}^{-1}, I, \bar{Z}^{-1}, L\bar{P}^{-1}L^T, I, I, I\}$,

右乘 $\text{diag}\{\bar{P}^{-1}, \bar{P}^{-1}, I, \bar{Z}^{-1}, L\bar{P}^{-1}L^T, I, I, I\}^T$, 并令: $\tilde{P} = \bar{P}^{-T}, U = \bar{K}\bar{P}, \tilde{Q} = \bar{P}^{-1}\bar{Q}\bar{P}^{-T}, \tilde{X} = XL\bar{P}^{-T}, \tilde{Y} = \bar{P}^{-1}YL\bar{P}^{-T}, \tilde{Z} = \bar{Z}^{-1}, \tilde{W} = \bar{P}^{-1}WL\bar{P}^{-T}$, 分别可得

$$\bar{E}\tilde{P} = \tilde{P}^T\bar{E}^T \geq 0, \quad (27)$$

$$\left[\begin{array}{cccccccc} \Psi_{11} & \Psi_{12} & \Psi_{13} & \Psi_{14} & -\tau_m \tilde{Y} L^T & \Psi_{16} & \tilde{P}^T E_a^T & 0 \\ * & -\Psi_{22} - \tilde{X}^T \tau_m \tilde{P}^T \bar{A}_\tau^T & -\tau_m \tilde{W} L^T & 0 & 0 & \tilde{P}^T E_\tau^T \\ * & * & -\gamma^2 I & \tau_m \bar{B}_2^T & -\tau_m \tilde{X} L^T & 0 & 0 & E_2^T \\ * & * & * & \Psi_{44} & 0 & \Psi_{46} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\Psi_{55} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & \Gamma_{66} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\epsilon I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\epsilon I \end{array} \right] < 0. \quad (28)$$

其中:

$$\begin{aligned} \Psi_{11} &= (\bar{A}\tilde{P} + \bar{B}_1U)^T + (\bar{A}\tilde{P} + \bar{B}_1U) + \\ &\quad \tilde{Y} + \tilde{Y}^T + \tilde{Q} + \epsilon D_a D_a^T, \\ \Psi_{12} &= \bar{A}_\tau^T \tilde{P} - \tilde{Y} + \tilde{W}^T, \\ \Psi_{13} &= \bar{B}_2 + \tilde{X}^T, \\ \Psi_{14} &= \tau_m (\bar{A}\tilde{P} + \bar{B}_1U)^T + \epsilon \tau_m D_a D_a^T, \\ \Psi_{16} &= \tilde{P}^T \bar{C}^T + U^T D^T + \epsilon D_{a1} D_{a2}^T, \\ \Psi_{22} &= \tilde{W} + \tilde{W}^T + \tilde{Q}, \\ \Psi_{44} &= -\tau_m \tilde{Z} + \epsilon \tau_m^2 D_a D_a^T, \\ \Psi_{46} &= \epsilon \tau_m D_{a1} D_{a2}^T, \\ \Psi_{55} &= \tau_m L\tilde{P}^T L^T L\tilde{Z}^{-1} L^T L\tilde{P}^T L^T. \end{aligned}$$

由上分析可知: 若式(27)(28)有解 $\tilde{Q} > 0, \tilde{Z} >$

0和 $\tilde{P}, \tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{W}$ 及标量 $\epsilon > 0$, 等价于式(18)和式(26)有解 $\bar{Q} > 0, \bar{Z} > 0$ 和 \bar{P}, X, Y, W 及标量 $\epsilon > 0$, 其中 $\bar{K} = U\tilde{P}^{-1}$.

从而可得如下定理:

定理1 考虑等价不确定奇异时滞系统(10), 若存在适维矩阵 $\tilde{Q} > 0, \tilde{Z} > 0$ 及 $\tilde{P}, \tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{W}$ 和标量 $\epsilon > 0$ 满足式(27)(28), 则具有加性增益摄动的控制器: $u(t) = (U\tilde{P}^{-1} + D_3F_3\bar{E}_3)y(t)$ 为系统(10)的一个时滞相关型鲁棒H_∞弹性控制器. 也即 $u(t) = (U\tilde{P}^{-1}N^{-1} + D_3F_3E_3)x(t)$ 为原系统(1)的一个时滞相关型鲁棒H_∞弹性控制器.

关于乘性控制器增益摄动, 同理可得如下定理:

定理2 考虑等价不确定奇异时滞系统(10), 若存在适维矩阵 $\tilde{Q} > 0, \tilde{Z} > 0$ 及 $\tilde{P}, \tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{W}$ 和标量 $\epsilon > 0$ 满足式(27)及

$$\left[\begin{array}{cccccccc} \Psi_{m11} & \Psi_{12} & \Psi_{13} & \Psi_{m14} & \Psi_{15} & \Psi_{m16} & \Psi_{17} & \Psi_{18} & 0 \\ * & -\Psi_{22} - \tilde{X}^T & \Psi_{24} & \Psi_{25} & 0 & 0 & 0 & \Psi_{29} \\ * & * & -\gamma^2 I & \tau_m \bar{B}_2^T & \Psi_{35} & 0 & 0 & 0 & E_2^T \\ * & * & * & \Psi_{m44} & 0 & \Psi_{m46} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\Psi_{55} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & \Gamma_{m66} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\epsilon I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\epsilon I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -\epsilon I \end{array} \right] < 0. \quad (29)$$

这里 $\Psi_{m11}, \Psi_{m14}, \Psi_{m16}, \Psi_{m44}, \Psi_{m46}, \Psi_{m66}$, 即将 $\Psi_{11}, \Psi_{14}, \Psi_{16}, \Psi_{44}, \Psi_{46}, \Psi_{66}$ 中的 D_a 换为 D_m . 其中:

$$\begin{aligned} D_m &= [D_{m1} \quad \bar{D}_1], \quad \Psi_{15} = -\tau_m \tilde{Y} L^T, \\ \Psi_{17} &= \tilde{P}^T E_1^T, \quad \Psi_{18} = U^T E_4^T, \quad \Psi_{24} = \tau_m \tilde{P}^T \bar{A}_\tau^T, \\ \Psi_{25} &= \tau_m \tilde{W} L^T, \quad \Psi_{29} = \tilde{P}^T E_\tau^T, \quad \Psi_{35} = -\tau_m \tilde{X} L^T, \end{aligned}$$

则具有乘性控制器增益摄动的控制器 $u(t) = (I + D_4F_4E_4)U\tilde{P}^{-1}y(t)$ 为系统(10)的一个时滞相关型鲁棒H_∞弹性控制器. 也即: $u(t) = (I + D_4F_4E_4)U\tilde{P}^{-1}N^{-1}x(t)$ 为原系统(1)的一个时滞相关型鲁棒H_∞弹性控制器.

注2 非线性项 Ψ_{55} 使得式(28)不再是LMI, 故不能直

的收敛方式,进而决定了滑模控制系统的运动品质即滑模控制模型的拟合精度。 λ 的不同取值对本模型拟合精度的影响规律将另文阐述。

参考文献(References):

- [1] ZHANG H M, KIM T. A car-following theory for multiphase vehicular traffic flow[J]. *Transportation Research, Part B*, 2005, 39(5): 385 – 399.
- [2] BHAM G H, BENEKOHAL R F. A high fidelity traffic simulation model based on cellular automata & car-following concepts[J]. *Transportation Research, Part C*, 2004, 12(1): 1 – 32.
- [3] AHN S, CASSIDY M J, LAVAL J. Verification of a simplified car-following theory[J]. *Transportation Research, Part B*, 2004, 38(5): 431 – 440.
- [4] BRACKSTONE M, MCDONALD M. Car-following: a historical review[J]. *Transportation Research, Part F*, 1999, 2(4): 181 – 196.
- [5] RUSSELL S, NORVIG P. 人工智能——一种现代方法[M]. 第2版. 北京: 人民邮电出版社, 2004.
(RUSSELL S, NORVIG P. *Artificial Intelligence—A Modern Approach*[M], 2nd ed. Beijing: Posts and Telecom Press, 2004.)
- [6] JACQUES J, SLOTINE E. Sliding controller for non-linear systems[J]. *International Journal of Control*, 1984, 40(2): 421 – 434.
- [7] 高为炳. 变结构控制理论基础[M]. 北京: 中国科学技术出版社, 1990.
(GAO Weibing. *Variable Structure Control Theory*[M]. Beijing: China Science & Technology Press, 1990.)
- [8] 王立新. 模糊系统与模糊控制[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.
(WANG Lixin. *A Course in Fuzzy Systems and Control*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003.)
- [9] 王殿海. 交通流理论[M]. 北京: 人民交通出版社, 2002.
(WANG Dianhai. *Traffic Flow Theory*[M]. Beijing: China Communication Press, 2002.)

作者简介:

吴洋 (1977—), 男, 博士研究生, 研究方向为交通工程, E-mail: wuyang333@yahoo.com.cn;

罗霞 (1962—), 女, 博士, 教授, 研究方向为区域交通规划、智能交通系统、物流供应链管理;

刘昱岗 (1977—), 男, 博士研究生, 研究方向为物流工程.

(上接第664页)

- [7] MU X P, WU Q. Synthesis of a complete sagittal gait cycle for a five link biped[J]. *Robotica*, 2003, 21(5): 581 – 587.
- [8] HUANG Q, YOKOI K, KAJITA S, et al. Planning walking patterns for a biped robot[J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2001, 17(3): 280 – 289.
- [9] 胡凌云, 孙增圻. 基于T-S模糊再励学习的稳定双足步态生成算法[J]. 机器人, 2004, 26(5): 461 – 466.
(HU Lingyun, SUN Zengqi. Stable biped gait generation algorithm based on T-S Fuzzy Reinforcement Learning Method[J]. *Robot*, 2004, 26(5): 461 – 466.)

(上接第670页)

- [7] DORATO P. Non-fragile controllers design: an overview[C]// *Proceedings of the American Control Conference*. Philadelphia, Pennsylvania: IEEE Press, 1998: 2829 – 2831.
- [8] GUAN X, ZHANG Q. Design of resilient guaranteed cost controllers for a class of generalized systems[C]// *Proceedings of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation*. Shanghai: IEEE Press, 2002: 160 – 164.
- [9] MAHMOUD M S. Resilient linear filtering of uncertain systems[J]. *Automatica*, 2004, 40(10): 1797 – 1802.
- [10] GAO H, XU B, ZHANG Y, et al. A new delay-dependent stability criterion for singular time-delay systems[C]// *Proceedings of the 6th IEEE International Conference on Control and Automation*. Guangzhou: IEEE Press, 2007: 2252 – 2256.

- [11] PETERSON I R. A stabilization algorithm for a class uncertain linear systems[J]. *Systems & Control Letters*, 1987, 8(4): 351 – 357.

作者简介:

高焕丽 (1977—), 女, 博士研究生, 研究方向为奇异系统、时滞与不确定系统的控制与综合, E-mail: shanggaohl@126.com;

胥布工 (1956—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为时滞与不确定系统的控制与综合、及鲁棒控制等, E-mail: aubgxu@scut.edu.cn;

秦小丽 (1979—), 女, 博士研究生, 研究方向为飞行器控制, E-mail: wrqxl@yahoo.com.cn.