

文章编号: 1000-8152(2009)10-1133-04

# 基于高阶滑模和加速度反馈的机械谐振抑制方法

于晶, 冯勇, 郑剑飞

(哈尔滨工业大学 电气工程系, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:** 提出一种基于高阶滑模和加速度反馈的机械谐振抑制方法。针对永磁同步电机定子电流和电机转速分别设计了高阶滑模控制器。采用非奇异终端滑模面, 使得定子电流在有限时间收敛。速度环引入加速度反馈, 降低机械谐振的影响。仿真结果表明, 与 PI 控制器分别结合陷波器以及加速度反馈的方法相比, 所提方法可以有效抑制机械谐振, 在保证动态响应性能的同时, 增强了系统对于负载扰动的鲁棒性。

**关键词:** 永磁同步电机; 机械谐振; 高阶滑模; 加速度反馈

中图分类号: TP273 文献标识码: A

## Suppression of mechanical resonance based on higher-order sliding mode and acceleration feedback

YU Jing, FENG Yong, ZHENG Jian-fei

(Department of Electrical Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang 150001, China)

**Abstract:** Two higher-order sliding mode controllers are separately designed for controlling the stator current and the motor speed of a permanent-magnet synchronous motor. The nonsingular terminal sliding mode manifolds are utilized to make the stator current converge within a finite period of time. The acceleration feedback is introduced in the speed loop to reduce the influence of mechanical resonance. Simulation results show that, compared with the PI controller combined with a notch filter and the acceleration feedback, the proposed method suppresses mechanical resonance more effectively, ensures the desired dynamic response performance, and improves the robustness with respect to the load disturbance.

**Key words:** permanent magnet synchronous motor; mechanical resonance; higher-order sliding mode; acceleration feedback

## 1 引言(Introduction)

为了提高电机的控制精度和响应速度, 机械谐振是必须解决的问题之一。产生机械谐振的主要原因是控制器增益过高, 并且电机和负载之间的传动机械刚度有限, 具有一定的弹性<sup>[1~3]</sup>。机械谐振限制了系统的带宽, 甚至会造成系统不稳定, 而且对电机及传动机械造成磨损, 影响其使用寿命。

近年来, 国内外学者提出了多种办法抑制机械谐振<sup>[1~5]</sup>。低通滤波器结构简单, 但是抑制谐振效果不明显, 同时引入相位滞后<sup>[1]</sup>。陷波器对系统参数变化较敏感, 易引起系统不稳定<sup>[1,4]</sup>。而传统的 PI 控制器结合加速度反馈的方法可以有效减小机械谐振的影响, 但系统响应速度较慢<sup>[1,5]</sup>, 并且 PI 控制器对于外部扰动的鲁棒性较差。

本文提出一种高阶滑模和加速度反馈相结合的控制方法。针对永磁同步电机定子电流和电机转速

分别设计高阶滑模控制器。高阶滑模能够有效解决传统滑模控制器的抖振问题<sup>[6~8]</sup>, 保证系统的稳定性。通过使用非奇异终端滑模面, 使得定子电流有限时间收敛。在转速环引入电机加速度反馈, 可以有效抑制机械谐振的影响。仿真结果表明, 所提方法在保证动态响应性能的同时, 增强了系统的鲁棒性。

## 2 基于高阶滑模和加速度反馈的机械谐振抑制方法(Mechanical resonance suppressing method based on higher-order sliding mode and acceleration feedback)

假设传动轴的转动惯量和电机及负载相比很小, 可忽略不计, 则电机和负载之间的传动轴可以简化成图1所示的双质量模型<sup>[1~3]</sup>。图1中:  $J_M$  和  $J_L$  分别是电机和负载的转动惯量,  $\theta_M$  和  $\theta_L$  是电机和负载的角位置,  $\omega_M$  和  $\omega_L$  是电机和负载的角速度,  $a_M$  和  $a_L$  是

收稿日期: 2008-04-06; 收修改稿日期: 2008-12-25。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60474016, 60774040)。

电机和负载的角加速度,  $T_E$  和  $T_L$  分别为电磁转矩和负载转矩,  $K_s$  为传动轴的刚度系数,  $b_s$  为摩擦系数。根据图1, 以电磁转矩和负载转矩为输入, 电机角速度为输出的两个传递函数, 都引入了一对共轭极点, 转速给定发生变化或者负载扰动容易引起转速振荡<sup>[1~3]</sup>。

对于含有上述传动轴的永磁同步电机转速控制系统, 本文提出一种基于高阶滑模和加速度反馈的控制方法, 如图2所示。图中: SVPWM(space vector pulse width modulation)表示空间矢量脉宽调制, PMSM(permanent magnet synchronous motor)表示永

磁同步电动机。

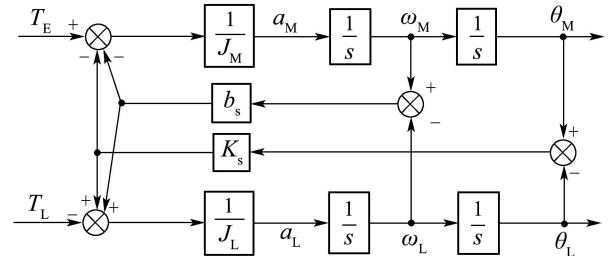


图1 双质量模型框图

Fig. 1 Two mass model block diagram

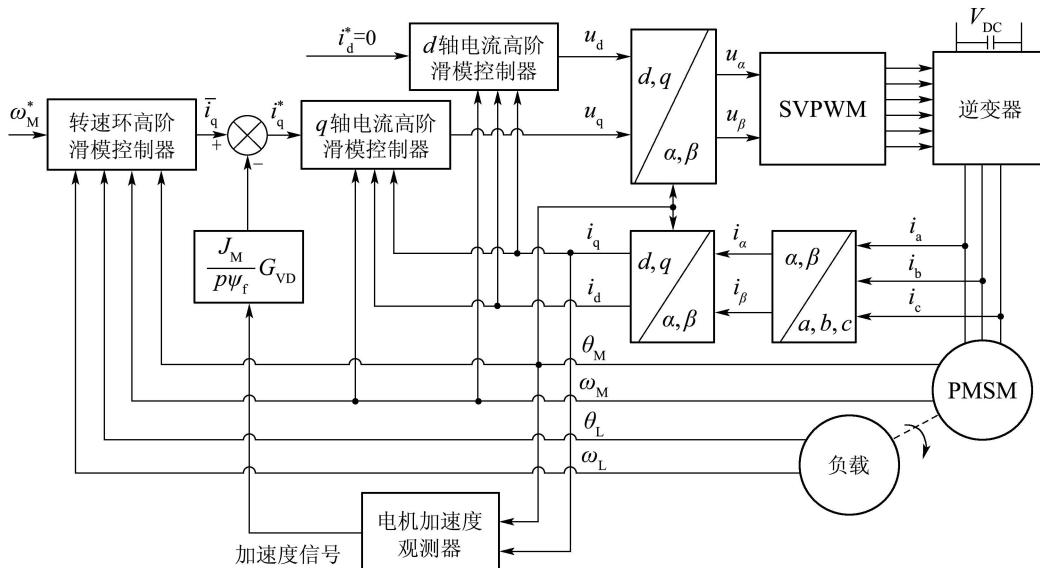


图2 基于高阶滑模和加速度反馈的永磁同步电机系统

Fig. 2 PMSM system based on higher-order sliding mode and acceleration feedback

在速度环引入加速度反馈, 其作用相当于将电机的转动惯量由  $J_M$  等效地增加到  $J_M(1 + G_{VD})$ , 有利于抑制机械谐振<sup>[1,5]</sup>。而加速度信号可以通过文献[1]中的观测器获得。在  $d, q$  坐标系下, 引入加速度反馈之后, 永磁同步电机及负载的数学模型变为

$$\begin{cases} \dot{i}_d = -\frac{R_s}{L}i_d + p\omega_M i_q + \frac{u_d}{L}, \\ \dot{i}_q = -p\omega_M i_d - \frac{R_s}{L}i_q - \frac{p\psi_f}{L}\omega_M + \frac{u_q}{L}, \\ \dot{\omega}_M = \frac{p\psi_f i_q - b_s(\omega_M - \omega_L) - K_s(\theta_M - \theta_L)}{J_M(1 + G_{VD})}, \\ \dot{\omega}_L = \frac{b_s}{J_L}(\omega_M - \omega_L) + \frac{K_s}{J_L}(\theta_M - \theta_L) + \frac{T_L}{J_L}, \\ \dot{\theta}_M = \omega_M, \\ \dot{\theta}_L = \omega_L. \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $u_d, u_q, i_d, i_q$  分别为定子电压和电流的  $d, q$  轴分量,  $L$  和  $R_s$  为定子绕组等效电感和电阻,  $\psi_f$  为转子永磁体磁链,  $p$  为转子极对数。

## 2.1 电机转速高阶滑模控制器(Higher-order sliding mode controller for motor speed)

设电机角速度的给定值与实际值的误差为:  $e_1 = \omega_M^* - \omega_M$ 。把  $e_1$  作为滑动模态, 根据定理1设计3阶滑模控制器。

**定理1** 如果选取线性滑模面(2)和非奇异终端滑模面(3):

$$s_1 = e_1 + \beta_1 \dot{e}_1, \quad (2)$$

$$l_1 = s_1 + \gamma_1 \dot{s}_1^{p_1/q_1}, \quad (3)$$

式中:  $\beta_1, \gamma_1 > 0$ ,  $p_1$  和  $q_1$  为奇数,  $1 < p_1/q_1 < 2$ 。并且设计如下控制律, 则电机转速渐进收敛:

$$\bar{i}_q = i_{\text{seq}} + i_{qn}, \quad (4)$$

$$\dot{i}_{\text{seq}} = \frac{1}{p\psi_f} [(1+G_{\text{VD}})J_M \dot{\omega}_M^* + b_s(\omega_M - \omega_L) + K_s(\theta_M - \theta_L)], \quad (5)$$

$i_{qn}$ 由如下低通滤波后获得

$$\dot{i}_{qn} + \beta_1 \ddot{i}_{qn} = \frac{J_M(1+G_{\text{VD}})}{p\psi_f} \left[ \frac{1}{\gamma_1} \frac{q_1}{p_1} \dot{s}_1^{2-p_1/q_1} + k_1 \text{sgn } l_1 \right], \quad (6)$$

式中  $k_1 > 0$ .

证 选取李雅普诺夫函数为

$$V_1(t) = 0.5l_1^2(t),$$

则  $V_1(t)$  对时间求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= l_1(t)\dot{l}_1(t) = \\ &l_1[\dot{s}_1 + \gamma_1(p_1/q_1)\dot{s}_1^{p_1/q_1-1}\ddot{s}_1] = \\ &l_1\gamma_1(p_1/q_1)\dot{s}_1^{p_1/q_1-1}[\ddot{s}_1 + \\ &(q_1/\gamma_1 p_1)\dot{s}_1^{2-p_1/q_1}] = \\ &l_1\gamma_1(p_1/q_1)\dot{s}_1^{p_1/q_1-1}[-k_1 \text{sgn } l_1] = \\ &-k_1\gamma_1(p_1/q_1)\dot{s}_1^{p_1/q_1-1}|l_1|. \end{aligned}$$

可见, 当  $l_1 \neq 0$  时, 由于  $\dot{s}_1^{p_1/q_1-1} \geq 0$ , 固  $\dot{V}_1 \leq 0$ , 当且仅当  $\dot{s}_1 = 0$  时,  $\dot{V}_1 = 0$ . 根据文献[9],  $\dot{s}_1 = 0$ ,  $s_1 \neq 0$  并不是一个稳定的状态, 因此  $\dot{V}_1 = 0$  不可能一直保持, 电机转速在有限时间到达并保持非奇异终端滑模状态  $l_1 = 0$ .

假设在  $t_r$  时刻到达  $l_1 = 0$ , 即  $l_1(t_r) = 0$ , 则  $s_1$  和  $\dot{s}_1$  将在有限时间内收敛到零, 收敛时刻为

$$t_s = t_r + \gamma_1^{q_1/p_1} \frac{p_1}{(p_1 - q_1)} |s_1(t_r)|^{\frac{p_1 - q_1}{p_1}}.$$

这时,  $s_1 = \dot{s}_1 = 0$ , 根据式(2), 误差状态  $e_1, \dot{e}_1, \ddot{e}_1$  将渐近收敛, 系统最终进入3阶滑模状态  $e_1 = \dot{e}_1 = \ddot{e}_1 = 0$ . 证毕.

## 2.2 定子电流高阶滑模控制器(Higher-order sliding mode controllers for stator currents)

设  $d, q$  轴定子电流误差分别为  $e_2 = i_d^* - i_d$  和  $e_3 = i_q^* - i_q$ . 根据定理2设计定子电流2阶滑模控制器.

**定理2** 选取非奇异终端滑模面如下:

$$s_2 = e_2 + \gamma_2 \dot{e}_2^{p_2/q_2}, \quad (7)$$

$$s_3 = e_3 + \gamma_3 \dot{e}_3^{p_3/q_3}, \quad (8)$$

式中:  $\gamma_2, \gamma_3 > 0$ ,  $p_2, q_2, p_3, q_3$  为奇数,  $1 < p_2/q_2 < 2$ ,  $1 < p_3/q_3 < 2$ . 如果设计如下控制律, 则  $d, q$  轴

电流在有限时间内收敛:

$$u_d = R_s i_d - L p \omega_M i_q + L \int_0^t \left[ \frac{1}{\gamma_2} \frac{q_2}{p_2} \dot{e}_2^{2-p_2/q_2} + k_2 \text{sgn } s_2 \right] d\tau, \quad (9)$$

$$u_q = L p \omega_M i_d + R_s i_q + p \psi_f \omega_M + L \dot{i}_q^* + L \int_0^t \left[ \frac{1}{\gamma_3} \frac{q_3}{p_3} \dot{e}_3^{2-p_3/q_3} + k_3 \text{sgn } s_3 \right] d\tau, \quad (10)$$

式中  $k_2, k_3 > 0$ .

证 略, 和定理1的证明过程类似.

## 3 仿真研究(Simulation research)

本节对永磁同步电机系统进行了仿真, 验证所提方法的正确性, 仿真结果如图3所示. 分别采用了PI控制结合陷波器<sup>[1,4]</sup>, PI控制结合加速度反馈<sup>[1,5]</sup>, 以及本文所提出的高阶滑模结合加速度反馈的方法. 前两种方法通过整定PI控制器的参数, 使电机转速收敛, 并且无超调量. 后两种方法采用相同的加速度反馈系数  $G_{\text{VD}} = 2$ . 高阶滑模控制器参数设计为

$$\begin{aligned} p_1 &= p_2 = p_3 = 5, q_1 = q_2 = q_3 = 3, \\ \gamma_1 &= 0.005, \beta_1 = 0.001, k_1 = 4500, \gamma_2 = 1, \\ k_2 &= 0.01, \gamma_3 = 0.01, k_3 = 10000. \end{aligned}$$

图3(a)中, 电机启动到转速给定值60 rad/s. 图3(b)中电机转速由60 rad/s调节到20 rad/s. 仿真所用电机及负载的参数为

$$\begin{aligned} P_N &= 1.5 \text{ kW}, U_N = 380 \text{ V}, \\ n_N &= 1000 \text{ r/min}, I_N = 3.5 \text{ A}, \\ R_s &= 2.875 \Omega, L = 33 \text{ mH}, \\ \psi_f &= 0.8 \text{ Wb}, p = 3, \\ K_s &= 372 \text{ Nm}, b_s = 0.008 \text{ Nms}, \\ J_M &= 0.055 \text{ kgm}^2, J_L = 0.0313 \text{ kgm}^2. \end{aligned}$$

在0 s ~ 1.5 s,  $T_L = 0 \text{ Nm}$ ; 在1.5 s ~ 3 s, 负载转矩存在扰动  $T_L = 1.5 \sin(2\pi t) \text{ Nm}$ .

可见, 采用PI控制结合陷波器, 电机响应速度较快, 但是在向低速调速的过程中, 对机械谐振的抑制效果较差, 而加速度反馈抑制机械谐振效果更好. 在负载转矩产生扰动时, PI控制器下的电机稳态转速发生波动. 高阶滑模和加速度反馈相结合, 保证了电机转速具有较好的动态响应性能, 同时, 电机稳态转速完全不受负载扰动的影响, 因此增强了系统的鲁棒性.

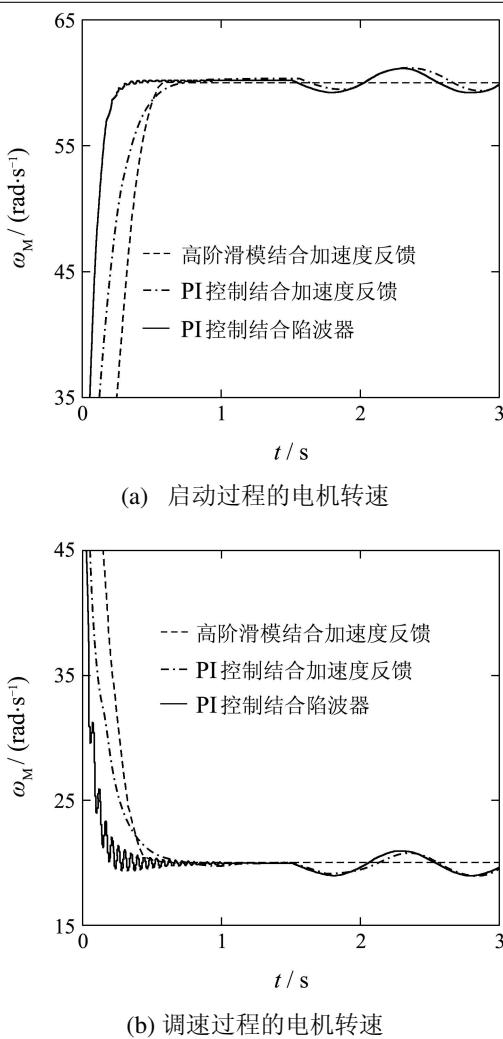


图3 3种机械谐振抑制方法比较

Fig. 3 Comparison of three mechanical resonance suppressing methods

#### 4 结论(Conclusions)

针对电机和负载之间的传动机械刚度有限, 易引起机械谐振的问题, 本文提出一种高阶滑模与加速度反馈相结合的控制方法。分别针对定子电流和电机转速设计了高阶滑模控制器, 代替常规的PI控制器。通过使用非奇异终端滑模面, 定子电流可以在有限时间收敛。在转速环引入加速度反

馈, 等效地增加了电机的转动惯量, 对机械谐振的抑制效果比陷波器更好。所提方法, 保证了电机转速具有较好的动态响应性能, 并且增强了系统对于负载扰动的鲁棒性。

#### 参考文献(References):

- [1] ELLIS G, LORENZ R D. Resonant load control methods for industrial servo drives[C] //Proceedings of IEEE Conference on Industry Applications. Rome: IEEE, 2000: 1438 – 1445.
- [2] SUGIURA K, HORI Y. Vibration suppression in 2-and 3-mass system based on the feedback of imperfect derivative of the estimated torsional torque[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 1996, 43(1): 56 – 64.
- [3] VALENZUELA M A, BENTLEY J M, LORENZ R D. Evaluation of torsional oscillations in paper machine sections[J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2005, 41(2): 493 – 501.
- [4] SCHMIDT P, REHM T. Notch filter tuning for resonant frequency reduction in dual inertia systems[C] //Proceedings of IEEE Conference on Industry Applications. Phoenix: IEEE, 1999: 1730 – 1734.
- [5] KANG J K, SUL S K. Vertical-vibration control of elevator using estimated car acceleration feedback compensation[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2000, 47(1): 91 – 99.
- [6] LEVANT A. Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control[J]. *International Journal of Control*, 2003, 76(9): 924 – 941.
- [7] 胡跃明. 变结构控制理论及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2003.  
(HU Yueming. *Variable Structure Control Theory and Application*[M]. Beijing: Science Press, 2003.)
- [8] 吴玉香, 胡跃明. 2阶动态滑模控制在移动机械臂输出跟踪中的应用[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(3): 456 – 461.  
(WU Yuxiang, HU Yueming. Second order dynamical sliding mode control and its application to output tracking of mobile manipulators[J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(3): 456 – 461.)
- [9] FENG Y, YU X H, MAN Z H. Non-singular adaptive terminal sliding mode control of rigid manipulators[J]. *Automatica*, 2002, 38(12): 2159 – 2167.

#### 作者简介:

于晶 (1981—), 女, 硕士, 从事变结构控制与机器人控制等研究, E-mail: yu\_jing\_china@163.com;

冯勇 (1962—), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制等研究, E-mail: yfeng@hit.edu.cn;

郑剑飞 (1982—), 男, 博士生, 从事滑模变结构控制、电机驱动控制等研究, E-mail: zjf6303234@163.com.