

基于目标函数的模糊模型一体化建模

王宏伟¹, 于双和²

(1. 大连理工大学 控制科学与工程学院, 辽宁 大连 116024; 2. 大连海事大学 自动化与电气学院, 辽宁 大连 116024)

摘要: 基于模糊集合的模糊模型, 利用模糊推理规则描述复杂、病态、非线性系统是一种有效方法. 本文提出了利用目标函数确定非线性系统的结构和参数的方法. 首先, 通过Gustafson-Kessel(GK)模糊聚类确定模型结构. 然后, 通过目标函数与参数估计一起进行递推计算, 进而实现对模糊模型结构简化, 删除冗余规则. 结构确定过程中采用了UD矩阵分解方法, 大大降低了计算量. 仿真结果证明了提出方法的有效性.

关键词: 模糊模型; GK模糊聚类; 目标函数; UD矩阵分解

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

An integrated modeling algorithm of fuzzy model using objective function

WANG Hong-wei¹, YU Shuang-he²

(1. School of Control Science and Engineering, Dalian University of Technology, Dalian Liaoning 116024, China;

2. School of Automation and Electrical Engineering, Dalian Maritime University, Dalian Liaoning 116024, China)

Abstract: For dynamic systems with complex, ill-conditioned or nonlinear characteristics, the fuzzy modeling method based on fuzzy sets is very effective to describe the properties of the systems. By using objective function, we propose a new algorithm to confirm the structure and parameters of fuzzy model for nonlinear systems. First, the structure of fuzzy model is confirmed by using Gustafson-Kessel(GK) fuzzy clustering; and then, the objective function and parameter estimation are simultaneously employed in recursive calculations to simply the model structure and delete redundant rules. The UD matrix decomposition is used to reduce the amount of computation in the determination process of fuzzy model. The simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: fuzzy model; GK fuzzy clustering; objective function; UD matrix decomposition

1 引言(Introduction)

在实际过程中存在大量的非线性系统. 一般来说, 在整个操作域中用非线性模型才能对非线性过程给以适当的描述. 基于模糊集合的模糊模型, 利用模糊推理规则描述复杂、病态、非线性系统是一种有效方法. 模糊聚类是常用的模糊模型结构确定方法. 它的中心思想是设定合理的聚类指标, 根据该指标所确定的聚类中心可使模糊输入空间达到优化. 模糊聚类法主要有模糊 c 均值方法, 各种改进的模糊 c 均值方法^[1,2]. 对于模糊模型的参数辨识方法主要有卡尔曼滤波^[3]、递推最小二乘^[4]、仿生学计算方法(如遗传算法^[5]、DNA算法^[6]、蚁群算法^[7]等). 但当模糊模型结构发生变化时, 模型参数辨识过程需要重新进行.

本论文研究意义主要解决了以往模糊建模遇到的问题, 主要体现在: 1) 采用了GK模糊聚类方法, 如果聚类效果不好, 使各类之间存在相关性; 由于噪声

和干扰的存在, 以及输入变量之间的耦合, 使输入变量之间存在相关性. 利用基于UD分解的目标函数与参数估计一起进行递推计算, 一边计算目标函数, 一边确定参数, 一边选定重要规则, 最后达到删除冗余规则, 简化模型的目的, 解决了各类存在相关性, 输入变量存在相关性的问题. 2) 由于采用基于目标函数的模糊建模一体化方法, 可以同时确定模型的结构和参数, 解决了在线确定模糊模型的结构和参数的问题.

2 基于GK模糊聚类的模糊模型结构的确定(Structure confirmation of fuzzy model based on GK fuzzy clustering)

2.1 模糊模型的描述(Description of fuzzy model)

一个多输入多输出系统 $P(U, Y)$, $U \in \mathbb{R}^m$, $Y \in \mathbb{R}^q$. 对于这样的多输入多输出系统, 可以分解成 q 个多输入单输出系统. 因此, 这里讨论多输入

单输出系统,形式如下:

$$R^i: \text{if } Z \text{ is } \bar{Z}_i, \mu_i, \text{ then } y_i = \theta_i (i=1, 2, \dots, c). \quad (1)$$

其中: R^i 表示第*i*条规则; Z 是输入向量, $Z = (x_1, x_2, \dots, x_M)^T \in \mathbb{R}^M$; $\bar{Z}_i$ 是第*i*条规则的中心向量, $\bar{Z}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iM})^T$, μ_i 是第*i*条规则的隶属度函数, $\mu_i(k)$ 表示第*k*个样本在第*i*类里的隶属度, 满足 $\sum_{i=1}^c \mu_i(k) = 1 (k=1, 2, \dots, N)$; θ_i 是后件参数.

2.2 GK模糊聚类算法(GK fuzzy clustering)

模糊聚类是常用的对数据处理的方法. 一般根据不同的聚类指标组成不同的聚类算法. GK模糊聚类算法与一般聚类算法主要不同在于, 其为了检测数据集中具有不同集合形状的模类, 将标准的FCM模糊聚类算法通过自适应距离范数加以扩展, 提出了针对不同数据分布采用不同加权矩阵 M_i (M_i 是与均方差矩阵相关的矩阵), 这样可以真正对采集数据进行描述, 详见文献[8]. 采用上述过程可以确定模糊模型的输入空间和规则. 模型(1)的结论参数可以通过最小二乘法估计

$$\hat{\Omega} = (H^T H)^{-1} H^T Y. \quad (2)$$

其中: $Y = [y(1) \ y(2) \ \dots \ y(k) \ \dots \ y(N)]^T$, $y(k)$ 表示第*k*次实际输出; $H = [\phi(1) \ \phi(2) \ \dots \ \phi(c)]$, $\phi = [\mu_i(1) \ \mu_i(2) \ \dots \ \mu_i(N)]^T$, 简记为 $H = [\mu_i(k)]_{N \times c}$, 隶属度 $\mu_i(k) (i=1, 2, \dots, c, k=1, 2, \dots, N)$ 由上述模糊聚类方法来确定.

3 模糊模型的化简和数据压缩(Simplification and data compression of fuzzy model)

对于模糊模型(1)而言, 由于系统存在着不确定性的问题, 那么如何确定规则数, 保留重要规则和删除对建模贡献小的规则, 是模糊建模的关键问题. 为了解决这个问题, 首先分别设定不同的规则数 $m (m < c)$, 然后检验在不同规则数下模糊模型与采集数据之间的拟合优劣度. 这时, 拟合优劣程度的目标函数为

$$J_m = (Y - H_m \hat{\Omega}_m)^T (Y - H_m \hat{\Omega}_m). \quad (3)$$

其中: $Y = [y(1) \ y(2) \ \dots \ y(k) \ \dots \ y(N)]^T$, $y(k)$ 表示第*k*次实际输出.

$$\hat{\Omega}_m = [\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_m]^T, H_m^T = [\phi_1^T \ \phi_2^T \ \dots \ \phi_m^T]^T, \phi = [\mu_i(1) \ \mu_i(2) \ \dots \ \mu_i(N)]^T, i=1, 2, \dots, m.$$

下面提出了基于目标函数的模型结构与参数一体化确定方法.

定理 1 正定对称矩阵可分解为一个单位上三

角矩阵、单位下三角矩阵和对角阵的乘积^[9].

由模型(1), 假设 $\phi_i, \dots, \phi_m$ 已通过分析方法选入模型 ($\phi = [\mu_i(1) \ \mu_i(2) \ \dots \ \mu_i(N)]^T$), 现在考虑 $\phi_{m+1}, \phi_{m+2}, \dots, \phi_c$ 的选入与剔除问题. 若将 ϕ_{m+1} 选入模型, 则有

$$\begin{bmatrix} \hat{\Theta}_{m+1}(l+1) \\ \hat{\Omega}_{m+1}(l+1) \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} \phi_{m+1}^T \\ H_m^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{m+1} & H_m \end{bmatrix} \right\}^{-1} \begin{bmatrix} \phi_{m+1}^T \\ H_m^T \end{bmatrix} Y. \quad (4)$$

式中: Θ_{m+1} 为待估计的参数; l 为模型的优化次数; $\phi_{m+1} = [\mu_{m+1}(1), \mu_{m+1}(2), \dots, \mu_{m+1}(N)]^T$. 根据定理1, 对矩阵 $H_m^T H_m$ 进行UD分解, 则有

$$H_m^T H_m = u D u^T, \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_{m+1}^T \\ H_m^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{m+1} & H_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \vec{u} \\ 0 & u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{m+1} & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \vec{u}^T & u^T \end{bmatrix}. \quad (6)$$

其中: $\vec{u} = (u_{11}, u_{12}, \dots, u_{1m}) \in \mathbb{R}^{1 \times m}$, $u \in \mathbb{R}^{m \times m}$, 则有

$$d_{m+1} = \phi_{m+1}^T [I - H_m (H_m^T H_m)^{-1} H_m^T] \phi_{m+1}. \quad (7)$$

另外, 整理能够得到

$$\begin{cases} \hat{\Theta}_{m+1}(l+1) = [d_{m+1}^{-1} \phi_{m+1}^T - d_{m+1}^{-1} \vec{u} u^{-1} H_m^T] Y, \\ \hat{\Omega}_{m+1}(l+1) = \hat{\Omega}_m(l) - (H_m^T H_m)^{-1} H_m^T \times \\ \phi_{m+1} \hat{\Theta}_{m+1}(l+1). \end{cases} \quad (8)$$

此时目标函数变为

$$J_{m+1} = (Y - H_m \hat{\Omega}_m(l+1) - \phi_{m+1} \hat{\Theta}_{m+1}(l+1))^T (Y - H_m \hat{\Omega}_m(l+1) - \phi_{m+1} \hat{\Theta}_{m+1}(l+1)). \quad (9)$$

将式(8)代入式(9)中, 以及 $H_m (H_m^T H_m)^{-1} H_m^T$ 的对称性, 上式各项均为常量的特点, 将上式整理得

$$J_{m+1} = J_m - d_{m+1} \hat{\Theta}_{m+1}^2(l+1). \quad (10)$$

对于事先选定的 $J_{\min}$, 若

$$J_{m+1} = J_m - d_{m+1} \hat{\Theta}_{m+1}^2(l+1) \geq J_{\min}, \quad (11)$$

则选入 ϕ_{m+1} , 否则剔除.

将上述过程经过整理, 递推辨识方法如下:

Step 1 首先, 采用GK模糊聚类算法确定 $\mu_i(k) (i=1, 2, \dots, c, k=1, 2, \dots, N)$, 则所有待选变量为 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_c$, $\phi_i = [\mu_i(1) \ \mu_i(2) \ \dots \ \mu_i(N)]^T$.

Step 2 在 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_c$ 中, 根据经验选取其中某一个 ϕ_i 作为初始变量, 并对模型中的有关参数进行辨识, 当辨识步数足够时, 再进行模型结构辨识.

Step 3 利用式(6)~(8)分别求得 $\hat{\Theta}_{m+1}$, $\hat{\Omega}_m(l+1)$, 由式(10)计算 ΔJ_1 . 若 $\Delta J_1 < J_{\min}$, 剔除 ϕ_{m+1} , 执行Step 3, 再判断 ϕ_{m+2} ; 若 $\Delta J_1 \geq J_{\min}$, 选入 ϕ_{m+1} , 执行Step 4.

Step 4 修正 H_m , $\hat{\Omega}_m$.

$$\begin{aligned}\hat{\Omega}_{m+1}(l+1) &= [\hat{\Theta}_{m+1} \quad \hat{\Omega}_m^T]^T, \\ H_m(l+1) &= [\phi_{m+1} \quad H_m], \\ \begin{bmatrix} \phi_{m+1}^T \\ H_m^T \end{bmatrix} [\phi_{m+1} \quad H_m] &= VV^T.\end{aligned}$$

Step 5 利用式(6)~(8)分别求得 $\hat{\Theta}_{m+2}(l+2)$, $\hat{\Omega}_{m+2}(l+2)$, 由式(10)计算 ΔJ_2 . 若 $\Delta J_2 < J_{\min}$, 剔除 ϕ_{m+2} , 执行Step 3, 再判断 ϕ_{m+3} ; 若 $\Delta J_2 \geq J_{\min}$, 选入 ϕ_{m+2} , 执行Step 4. 依此下去, 若连续 c 次剔除所选量(c 为规则总数), 则停止选择, 即可得到系统模型.

4 仿真实例(Simulation example)

本文将Mackey-Glass混沌时间序列预测作为仿真实例, 其时滞微分方程如下^[10]:

$$\dot{x} = \frac{\alpha x(t-\tau)}{1+x^\gamma(t-\tau)} - \beta x(t). \quad (12)$$

对于Mackey-Glass系统预测的目的是根据 t 时刻以前的一组数据 $x(\cdot)$, 去预测 $x(t+\Delta t)$, 其中 Δt 为预测时间步幅. 预测方法是令 Δt 为时滞参数, 取 D 个点, 即 $(x(t-(D-1)\Delta t), \dots, x(t-\Delta t), x(t))$ 去预测将来时刻 $x(t+\Delta t)$. 取 $\tau=17$, $\Delta t=6$, 选1000对样本数据, 其中前4个变量数据作为输入, 最后一个变量数据作为输出. 前500对当作训练数据, 其余500对作为测试数据以验证辨识模型的有效性. 首先, 采用GK模糊聚类对前500对输入样本进行聚类, 取30条模糊规则作为初始规则数. 为了验证模糊模型的冗余度, 针对上述已建立的含有30条模糊规则的系统, 采用本文方法对其结构进行优化. 取 $\Delta J=0.1$. 最后经过优化后得到的规则为16条规则, 即第2, 5, 6, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 23, 24, 25, 30条规则被保留下来. 图1至图4给出了仿真曲线, 其中图1为训练数据的模糊模型输出曲线(实线)与实际输出(虚线); 图2为训练数据误差曲线图; 图3为测试数据的模糊模型输出曲线(ooo线)与预测输出(实线); 图4测试数据误差曲线. 文献[10~13]针对混沌系统(13)进行了建模研究, 见表2. 本文方法与它们进行了比较, 比较结果如下: 1) 文献[10]结果均方差0.0016, 小于本文方法为0.0052. 但文献[10]方法参数规则数32条, 参数104个, 远大于本文方法中的规则数和参数个数. 另外, 文献[10]由于采用了遗传算法, 优化时间很长.

2) 文献[11~13]也相应提出了基于梯度下降、遗传算法等模糊建模方法, 但是在输入变量个数、规则数和参数的数量综合指标, 本论文方法明显好于文献[11~13]的方法.

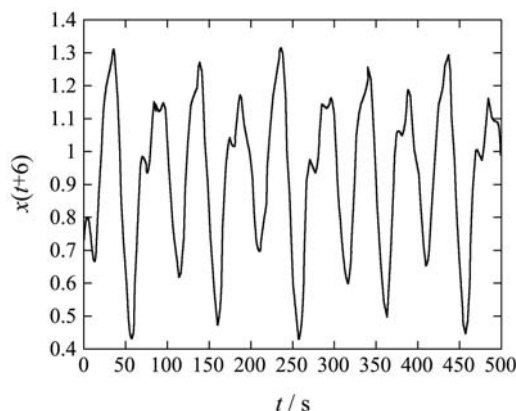


图1 训练数据的模糊模型输出与实际输出
Fig. 1 The fuzzy model output of training data and the actual output

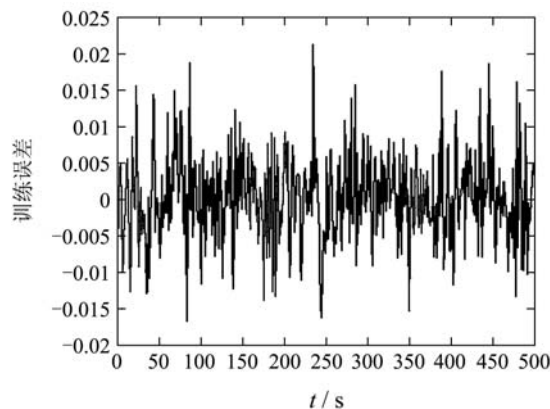


图2 训练数据误差曲线
Fig. 2 Error diagram

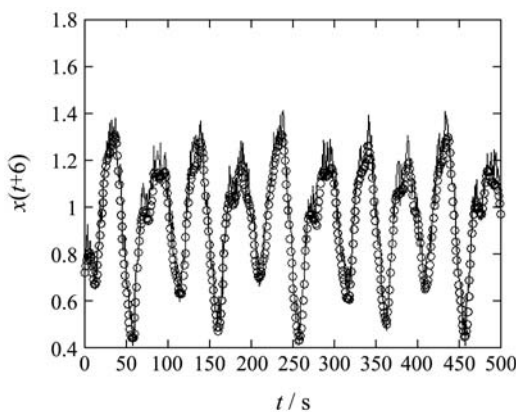


图3 测试数据的模糊模型输出与预测输出
Fig. 3 The fuzzy model output of test data and the actual output

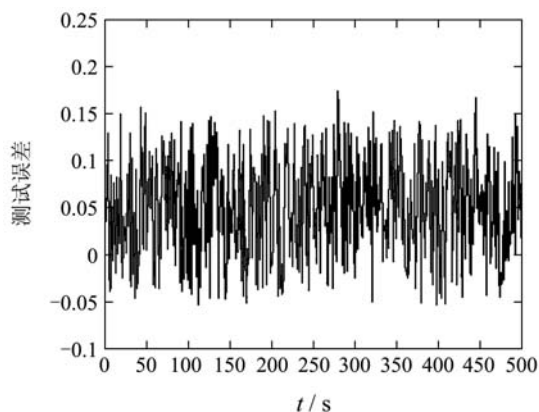


图4 测试数据误差曲线

Fig. 4 Error diagram

表1 本模型与其他模型的比较

Table 1 Comparison with our model and other models

建模方法	输入变量	规则数	参数	均方差
ANFIS ^[10]	4	32	104	0.0016
Kim ^[11]	4	—	60	0.02
Kukolj ^[12]	4	9	117	0.0061
De Souza ^[13]	4	—	64	0.0065
Wang ^[4]	9	121	—	0.01
本文方法	4	16	16	0.0052

5 结论(Conclusion)

针对模糊模型的结构辨识和参数估计问题,提出了基于目标函数建立非线性系统的模糊模型的方法. 首先,通过GK模糊聚类确定模型结构. 然后,通过目标函数与参数估计一起进行递推计算,进而实现对模糊模型结构简化,删除冗余规则,同时进行模型参数的估计. 结构确定过程中采用了UD分解方法,大大降低了计算量. 最后,通过非线性系统验证本文方法模糊建模的有效性.

参考文献 (References):

- [1] HAN M, SUN Y N, FAN Y N. An improved fuzzy neural network based on T-S model[J]. *Expert Systems with Applications*, 2008, 34(12): 2905 – 2920.
- [2] DU H P, ZHANG N. Application of evolving Takagi-Sugeno fuzzy model to nonlinear system identification[J]. *Applied Soft Computing*, 2008, 8(4): 676 – 686.
- [3] KUKOLJ D, LEVI E. Identification of complex systems based on neural and Takagi-Sugeno fuzzy model[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics-B*, 2004, 34(1): 272 – 282.
- [4] WANG L, LANGARI R. Complex systems modeling via fuzzy logic[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics-A*, 1996, 26(1): 100 – 106.
- [5] ACOSTA J, NEBOT A, VILLAR P, et al. Optimization of fuzzy partitions for inductive reasoning using genetic algorithm[J]. *International Journal of Systems Science*, 2007, 38(12): 991 – 1011.
- [6] LIN C M, CHEN K X, HE Y. Learning fuzzy cognitive map based on immune algorithm[J]. *WSEAS Transactions on Systems*, 2007, 6(3): 582 – 588.
- [7] CHANG J H, ZHAO Y S, WEI C Z. Research on optimization of fuzzy membership function based on ant colony algorithm[C] // *2006 Chinese Control Conference Proceedings*. Haerbin: [s.n.], 2006: 1209 – 1213.
- [8] 刘士荣. 神经模糊系统的若干问题研究[D]. 上海: 华东理工大学, 2000: 39 – 42.
(LIU Shirong. *Research on a number of issues of neuro-fuzzy system*[D]. Shanghai: East China University of Science and Technology, 2000: 39 – 42.)
- [9] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 254 – 258.
(ZHANG Xianda. *Matrix Analysis and Applications*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 254 – 258.)
- [10] KROLL A. Identification of functional fuzzy models using multidimensional reference fuzzy sets[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1996, 80(2): 149 – 158.
- [11] KIM D, KIM C. Forecasting time series with genetic fuzzy predictor ensemble[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1997, 5(4): 523 – 535.
- [12] KUKOLJ D. Design of adaptive Takagi-Sugeno-Kang fuzzy models[J]. *Applied Soft Computing*, 2002, 2(2): 89 – 103.
- [13] DE SOUZA F J, VELLASCO M M R, PACHECO M A C. Hierarchical neuro-fuzzy quadtree models[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2002, 130(2): 189 – 205.

作者简介:

王宏伟 (1969—), 男, 副教授, 研究领域为智能控制、计算机控制、系统建模、数据挖掘, Email: wanghw@dlut.edu.cn;

于双河 (1968—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 研究领域为神经网络控制、非线性控制、机器人.