文章编号: 1000 - 8152(2001)02 - 0270 - 03

# 一种基于小波网络的自校正控制方法\*

王忠勇 张端金 方 浩 蔡远利(海州大学电子工程系·海州、450052) (西安交通大学电动控制系·西安、710049)

摘要:依据小波的非线性逼近能力和神经网络的自学习特性,提出了一种基于小波神经网络模型的自校正控制 算法,文中系统由两个小波网络组成,分别实现未知对象的建模与控制,仿真结果表明所提控制方法可行,效果较好。

关键词:小波网络;系统辨识;自校正控制;学习算法

文献标识码: A

# An Approach to Self-Tuning Control Based on Wavelet Network

WANG Zhongyong and ZHANG Duanjin

(Department of Electronic Engineering, Zhengzhou University Zhengzhou, 450052, P. R. China)

FANG Hao and CAI Yuanli

(Department of Automatic Control, Xi'an Baotong University Xi'an, 710049, P. R. China)

Abstract: Based on the learning characteristic of neural network and the function approximation ability of the wavelet, a new self-tuning control algorithm is presented. The controller consists of a wavelet control network and a wavelet identification network. Simulation results show that the wavelet network approach can be successfully applied in control systems.

Key words; wavelet network; system identification; self-tuning control; learning algorithm

## 1 引言(Introduction)

近年来,随着小波研究和应用的深入,人们依据神经网络的思想,构造了小波网络[1-3].这种网络是一种局部基函数网络,由于基函数具有可调的分辨尺度,使得网络具有较强的非线性学习功能,加之小波基函数具有紧支集,神经元之间的相互影响小,因此学习速度较快.小波网络现已成为系统建模与控制的有力工具.本文提出了基于小波网络的自校正控制方法,利用小波变换或分解所表现出来的时频局化特性以及多尺度功能,通过构造网络的形式实现了系统的控制.计算机仿真结果证实了小波控制方法的良好效果.

- 2 小波网络及其相关描述(Wavelet networks and its relevant description)
- 小波级数与小波网络(Wavelet series and wavelet network)

小波级数是  $\mathcal{R}$  小波  $\Psi(x)$  通过二进制膨胀与整数平移所得到的一系列函数  $\Psi_{j,k}(x) = 2^{j/2}\Psi(2^{j}x - k)(j,k)$  为整数)的级数和表示给定函数.由于小波级数的这一系列函数具有如下性质,使之在函数

逼近方面优于三角函数级数和 BP 神经网络、

- 1) 如果  $\Psi(x) \in L^2(R)$  是一个  $\mathcal{B}$  函数,  $\{\Psi_{j,k}(x)\}$  是  $L^2(R)$  的一个 Riesz 基, 且有  $\Psi_{j,k},j,k$   $\in$   $\mathbb{Z}$  的线性张成在  $L^2(R)$  中是稠密的,并且对于所有二重双无限平方可和序列级数  $\sum_{j=-\pi}^{\pi}\sum_{k=-\pi}^{\pi}C_{j,k}\Psi_{j,k}$  绝对收敛.
- 2) 如果  $\Psi(z)$  是一个正交小波,则"自对偶".  $\{\Psi_{j,k}(z)\}$  构成  $L^2(R)$  的一个正交基,任一函数  $f(z) \in L^2(R)$  都可以写成小波级数形式.然而对于实际的系统,无穷级数的叠加和无意义,也没有必要,只需用部分和近似表示即可:

$$f(x) \approx \sum_{j,k=-N}^{N} \overline{W}_{j,k} \Psi_{j,k}(x), \ \forall f(x) \in L^{2}(R).$$
 (1)

本文的小波取为 Morlet 小波  $\Psi(z) = -ze^{-\frac{1}{2}z^2}$ 构造的高维小波函数,其表达式为

$$\Psi(x_1,\dots,x_k)=\prod_{i=1}^k\Psi(x_i). \qquad (2)$$

将式(1)变换为下式,可构造出基于小波函数的网络,用于逼近  $L^2(R)$  函数.

<sup>\*</sup> 基金项目:河南省自然科学基金(994060300)资助课题、 收稿日期:1999-03-29; 收修改稿日期:2000-02-21.

$$f(x) \approx \sum_{i=1}^{N} W_{i} \Psi\left(\frac{x - t_{i}}{s_{i}}\right),$$

$$\forall f(x) \in L^{2}(R).$$
(3)

s 越小,即頻率越高,时间的精度越高; s 越大,即 频率越低,頻率的精度越高.如果伸缩因子 s<sub>i</sub> 和平移 因子 t<sub>i</sub> 选择不当,就难于对所要求的函数进行逼近.

2.2 小波网络参数  $s_i$  和  $t_i$  的初始化(Initialization of wavelet network parameters  $s_i$  and  $t_i$ )

一般而言,实际系统输出(或状态)的范围可以 得到. 若单变量系统输出的最大值为 fmax, 最小值为  $f_{\min}$ ,可取第一次划分值  $t_1$  为[ $f_{\min}$ ,  $f_{\max}$ ] 区间内的一 点,即  $t_1 = f_{min} + \xi(f_{max} - f_{min})$ ,  $s_1$ 则取为相应的区 间收缩,即  $s_1 = \xi(f_{max} - f_{min}), \xi$  的典型值是 0.5. 间 隔 $[f_{min}, f_{max}]$ 被分成了两个子区间: 再在每个子区 间,重复同样的步骤进行第二次划分,并选取 52,42, s<sub>3</sub>,t<sub>3</sub>;…,以此类推,直到所有的小波元都被初始 化, 这样变量使用到的小波元个数为  $N = 2^0 + 2^1 + 2^2 +$  $\cdots + 2^{m-1}$  个(m 为区间划分的次数),所需学习的权 系数也为 N 个, 对干多变量, 可将各变量分别单独 处理后,再进行组合, 若对 n 维系统的每个分量进行 m次划分,则全组合的小波元个数为(2m-1)n,这种 取法可以用来进行控制,但小波元的个数随变量的 维数次方增长,当系统的维数较大时,小波网络很复 杂,下面给出一种能使小波元个数减少的组合方法。

为描述方便,考虑变量是3维的情况,设系统变量在三个分量上的数值范围是 $[f_{imin},f_{imax}],i=1,2,$ 3.对变量做两次划分,则平移因子有如下七种组合(伸缩因子相应地选取);

第一组:取所有分量的第一次划分值,即[ $t_{1,1}$ ,  $t_{2,1}$ ,  $t_{3,1}$ ];

第二组:一个分量取第二次划分值,另两个分量取第一次划分值,即有六种组合: $[t_{1,2},t_{2,1},t_{3,1}]$ , $[t_{1,3},t_{2,1},t_{3,1}]$ , $[t_{1,1},t_{2,2},t_{3,1}]$ , $[t_{1,1},t_{2,3},t_{3,1}]$ , $[t_{1,1},t_{2,1},t_{3,2}]$ 和 $[t_{1,1},t_{2,1},t_{3,3}]$ .

这种选取平移因子和伸缩因子的方法,其各维的组合覆盖了函数的取值范围,能保证小波网络的逼近效果.若对n维系统的每个分量进行m次划分,则小波元个数减少为 $2n(2^{m-1}-1)+1$ .

3 基于小波网络的自校正控制系统(Self-tuning control system based on wavelet network)

小波网络自校正控制系统如图 1 所示. 小波网络辨识器 WNM 作为参考模型, 实现控制对象的动

态辨识. 小波网络控制器 WNC 实现产生控制作用的非线性映射.整个系统构成一个闭环负反馈,以确保系统的稳定性.

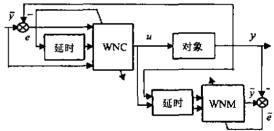


图 基于小波网络的自校正控制系统

Fig. 1 The self-tuning control system based on wavelet network

 小波网络辨识器(WNM)及其学习算法 (Wavelet network identification and its learning algorithm)

考虑非线性离散化系统,其 NARMAX 模型为  $y(k) = f(y(k-1), \dots, y(k-n_y), u(k-1), \dots, u(k-n_x)).$  (4)

式中  $f(\cdot)$  是一个非线性函数,u(k) 为系统 k 时刻的输入信号,y(k) 为系统 k 时刻的输出信号, $k=0,1,\cdots$  是离散时间变量.(4)式描述的动态特性可以通过小波网络的输入和输出的非线性映射得到.用已知输入和输出测量值作为学习样本,训练网络的参数,使小波网络的输出对期望输出的误差最小.则学习结束时,便建立起了小波网络模型,达到对动态系统的辩识.

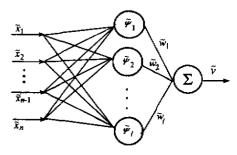


图 2 小波网络辨识器结构

Fig. 2 The structure of the wavelet network identification 考虑小波网络辨识器输入向量为

$$\bar{x} = [\bar{x}_1, \bar{x}_2, \cdots, \bar{x}_n]^{T} = [y(k-1), \cdots, y(k-n_y), u(k-1), \cdots, u(k-n_u)], (n = n_1 + n_u),$$
 (5)

并且对每一分量作 m 次划分,则小波网络辨识器 WNM 的结构如图 2 所示,图中  $i=2n(2^{m-1}-1)+1$ . 第 i 个小波元输入为  $\bar{z}_i=[\bar{z}_{i,1},\bar{z}_{i,2},\cdots,\bar{z}_{i,n}]^T$ ,输出为  $\bar{g}_i$ ,相应的权值为  $\bar{w}_i$ . 小波网络的输出为  $\bar{y}_i$ . 于是对于小波网络辨识器 WNM 有如下关系式

$$\tilde{z}_{i} = \begin{bmatrix}
y(k-1) - \tilde{t}_{i,1}]/\tilde{s}_{i,1} \\
\vdots \\
[y(k-n_{y}) - \tilde{t}_{i,n_{y}}]/\tilde{s}_{i,n_{y}} \\
[u(k-1) - \tilde{t}_{i,n_{y}+1}]/\tilde{s}_{i,n_{y}+1} \\
\vdots \\
[u(k-n_{u}) - \tilde{t}_{i,n_{y}+n_{u}}]/\tilde{s}_{i,n_{y}+n_{u}}
\end{bmatrix}, (6)$$

$$\tilde{g}_i = \Psi(\tilde{z}_i) = \prod_{j=1}^n \tilde{z}_{i,j} e^{-\frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \tilde{z}_{i,j}^2},$$
 (7)

$$\tilde{y} = \sum_{i=1}^{2n(2^{m-1}-1)+1} \tilde{g}_i. \tag{8}$$

若 WNM 在输入的作用下,输出  $\tilde{y}(k)$  与期望输出 y(k) 的误差为: $\tilde{e}(k) = \tilde{y}(k) - y(k)$ . 则评价函数可定义为

$$\tilde{J}(k) = \frac{1}{2}\tilde{e}^2(k) = \frac{1}{2}[\tilde{y}(k) - y(k)]^2.$$
 (9)

 $\tilde{J}(k)$  对  $\tilde{w}_{i}$ ,  $\tilde{t}_{i,i}$  和  $\tilde{s}_{i,j}$  偏导数的算法如下

$$\frac{\partial \tilde{J}}{\partial \tilde{w}_i} = \tilde{e}(k)\tilde{g}_i, \qquad (10)$$

$$\frac{\partial \tilde{J}}{\partial \tilde{t}_{i,j}} = -\frac{\tilde{e}(k)\tilde{w}_i \Psi'(\tilde{z}_i)}{\tilde{s}_{i,j}}, \qquad (11)$$

$$\frac{\partial \tilde{J}}{\partial \tilde{s}_{i,j}} = -\frac{\tilde{e}(k)\tilde{w}\tilde{s}_{i,j}\Psi'(\tilde{z}_i)}{\tilde{s}_{i,j}^2}.$$
 (12)

根据梯度算法,每学习一对样本,WNM 的参数进行一次调整.但在调整参数的过程中应注意,为确保小波网络的逼近性能,对参数  $\bar{s}_{i,j}$  有如下约束 $^{[1]}$ 

$$\bar{s}_{i,j} > \bar{\varepsilon}_1,$$
 (13)

$$\sum_{i=1}^{2n(2^{n-1}-1)+1} \prod_{j=1}^{n} \bar{s}_{i,j} > \bar{\varepsilon}_{2}, \qquad (14)$$

式中  $\epsilon_1, \epsilon_2$  为大于零的较小常数.

如果某一步调整使约束不能成立,须改变学习 速率,确保调整后的参数仍能满足上述约束.

# 3.2 小波网络控制器 (WNC)及其学习算法 (Wavelet network controller and its learning algorithm)

若小波网络控制器 WNC 的结构仍如图 2 所示.设系统输出 y(k) 与期望输出  $\bar{y}(k)$  的误差为:  $e(k) = \bar{y}(k) - y(k)$ . WNC 网络的输入向量为

$$x = [e(k), e(k-1), \dots, e(k-n_y), \bar{y}(k)]^{T},$$
(15)

并且对每一分量进行 m 次划分,从而 WNC 共有  $2(n_r + 2)(2^{m+1} - 1) + 1$  个小波元,第 i 个小波元输入为  $z_i = [z_{i,1}, z_{i,2}, \cdots, z_{i,2}(n_r + 2)(2^{m-1} - 1) + 1]^T$ ,输出为  $g_i$ ,相应的权值为  $w_i$ . 小波网络的输出为 u. 于是对

于 WNC 有与 WNM 类似的关系式。

设在 WNM 控制作用下,系统输出 y(k) 与期望输出  $\hat{y}(k)$  的误差为 e(k),则评价函数定义为

$$J(k) \approx \frac{1}{2}e^{2}(k) = \frac{1}{2}[\gamma(k) - \tilde{\gamma}(k)]^{2}. (16)$$

J(k) 对  $w_i, t_{i,i}$  和  $s_{i,i}$  的偏导数如下

$$\delta = \frac{\partial J}{\partial u} = \sum_{i=1}^{2(n_y+2)(2^{n-1}-1)+1} \frac{e(k)\tilde{w}_i \Psi'(\bar{z}_i)}{\tilde{s}_{i,n_y+1}}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial J}{\partial w_i} = \delta g_i, \qquad (18)$$

$$\frac{\partial J}{\partial t_{i,j}} \approx -\frac{\delta w_i \Psi'(z_i)}{s_{i,j}},\tag{19}$$

$$\frac{\partial J}{\partial s_{i,i}} = -\frac{\partial w_i z_{i,i} \Psi'(z_i)}{s_{i,i}^2}.$$
 (20)

在利用梯度算法调整参数的过程中,同样应对 参数  $s_{i,i}$  有约束.

## 4 仿真算例(Simulation example)

设非线性控制对象为(21)式,采样周期  $T_a = 0.1s$ .

$$y(k) = \frac{\gamma(k-1)e^{-\gamma(k-1)} + u(k-1)}{1 + u(k-1)e^{-\gamma(k-1)}}.$$
 (21)

依据上述原理进行仿真, WNM 中可取输入向量为  $\bar{z}$  =  $[y(k-1), u(k-1)]^T$ , 小波元个数为 5, 对 WNC 可取输入向量  $z = [e(k), e(k-1), \bar{y}(y)]$ , 小波元个数为 7.在小波网络的训练中.令权值  $\bar{u}_i$  的初值为 0.

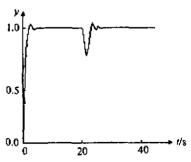


图 3 小波网络控制响应曲线

Fig. 3 The response curve of wavelet network control

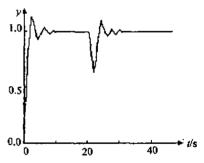


图 4 神经网络控制响应曲线

Fig. 4 The response curve of neutral network control

(下转第 276 页)

蛋并不完全对称,有凹陷部分,那么超椭球模型就不能准确地描述石蛋.此外,机械手存在某些约束因素,使其不能随意移动.

## 6 结束语(Conclusion)

我们的初步研究表明,基于模型不确定性的反 馈能有效地用于餐视规划,并可推断现场描述,特别 县激光濒距仪获得的数据序列可计算目标模型,然 而,自主探测系统的操作性是一个难点问题,很少存 在完全自由地采集现场中目标物的表面数据的情 形, 这主要基于如下事实: 被探测对象由别的物体支 撑,或嵌入别的物体中,或为别的物体遮挡;激光扫 描仪有一定的大小,不能随意移动和穿过窄的通道; 机械手存在某些约束因素,它不可能对大多数不确 定表面采样,而此问题的解决还有赖于面向任务的 知识的获取,如激光扫描仪的大小、机器人和工作空 间的构造等,那么在缺乏操作性的情况下,重要的是 保障探测策略的正常运作,以及能有效地处理外部 问题,此工作所追求目标:最终模型具有鲁棒性;能 承扣操纵(控制)和识别目的的目标物描述:整个过 程完全是数据驱动的,在非结构化环境中,这种系统 可充当探测器的核心部分,它不仅完全自主,而且传 戚器测量、数据融合和凝视规划可重复进行,这种过 程可持续到获得现场的稳定描述,或采集到足够数 量的数据,要实现此目的,还需做大量的研究工作.

致谢 吴大鸣博士提供了实验数据和部分程序,在此表示诚挚的感谢!

#### 参考文献(References)

- [1] Whaite P and Ferrie F P. Autonomous exploration: driven by uncertainty [J]. IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997,19(3):193-205
- [2] Mackay D J C. Bayesian methods for adaptive models [D]. Pasadena: California Institute of Technology, 1992
- [3] Ferrie F P, Lagarde J and Whaite P. Darboux frames, snakes and superquadrics: geometry from the bottom-up [J]. IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1993, 15(8):771 - 784
- [4] Whaite P and Ferrie F P. From uncertainty to visual exploration [J].
  IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1991, 13
  (10):1038 1049
- [5] Liu Chuancai and Yang Jingyu. Adaptive estimate and viewpoint planning strategy for autonomous exploration [J]. Robot (Suppl.), 1998, 20(4):465-470 (in Chinese)

### 本文作者简介

刘传才 1963 年生、博士、副教授、主要研究领域: 模式识别和智能系统, 计算机网络.

杨静宇 1942年生, 教授,博士生导师,主要研究领域:模式识别和智能机器人,信息融合。

### (上接第 272 页)

图 3 给出了系统的阶跃响应曲线,其中在 t=20s 时加入恒值为 0.5 的负载干扰.图 4 为系统用 BP 神经网络控制,加入阶跃信号和恒值为 0.5 的负载干扰下的曲线.其中神经网络辨识器和控制器的输入输出变量和小波网络相同,单隐层均为 4 个节点, Sigmoid 函数为  $f(x)=(1-e^{-x})/(1+e^{-x})$ . 从图中可看出,小波网络控制系统比 BP 神经网络调节器优越.表现为上升速度快,调节时间短,超调小,抗干扰能力强.

## 5 结论(Conclusion)

本文利用神经网络的自学习特性和小波的非线性逼近能力提出了基于小波神经网络模型的自校正控制方法.仿真结果表明,本文提出的方法可行,并且小波网络学习速度较快,施加小波控制后系统抗干扰能力强,过渡过程时间短,控制精度较高.

### 参考文献(References)

 Zhang Q and Benvensite A. Wavelet networks [J]. IEEE Trans. on Neural Networks, 1992, 3(6): 889 – 898

- [2] Delyon B, Juditsky A and Benveniste A. Accuracy analysis for wavelet approximations [J]. IEEE Trans. on Neural Networks. 1995,6(2):332 ~ 348
- [3] Ding Yuexin and Shen Xuqin. Wavelet neural network based on energy density [J]. Chinese Journal of Computers, 1997, 20(9):832 838 (in Chinese)

#### 本文作者简介

王忠勇 1965 年生.1986 年毕业于哈尔滨工程大学自动控制系,1998 年于西安交通大学自动控制理论及应用专业获博士学位.现为郑州大学电子工程系副教授,硕士生导师.主要研究方向为非线性系统的分岔与混沌、智能控制,过程控制。

张蟾金 1966 年生.1986 年毕业于东北大学自动控制系,1998 年于南京理工大学控制理论与控制工程专业获博士学位.现为郑州 大学电子工程系副教授,硕士生导师,在华南理工大学信息与通信工程流动站做博士后研究.主要研究方向为高速信号处理,鲁棒控制,系统辨识.

方 清 1974 年生, 1998 年获西安交通大学硕士学位, 现为该校博士生, 研究方向为非线性控制,

蔡远利 1963 年生.1990 年于西北工业大学获工学博士学位, 1992 年在西安交通大学完成博士后研究.现为西安交通大学自动控制系教授.主要研究方向为非线性系统的混沌与分位,神经网络,飞行器制导与仿真.