# 基于小波变换的地形绘制关键技术研究

魏迎梅,周 侃,吴玲达

(国防科学技术大学信息系统与管理学院,长沙410073)

摘 要:针对 DEM 数据的特点,研究适合地形绘制的小波基函数的选择;针对地形绘制中不同分辨率地形平滑 过渡的视觉要求,研究基于视点距离和地形复杂度的小波系数阈值筛选和小波渐近重构方法。分析了由于分块 小波变换而带来的几种边界问题,并提出了相应的解决方法。最后提出了基于硬件加速的小波变换算法,以提 高实时绘制的效率。

关键词: DEM 数据; 多分辨率模型; 小波基; 小波变换; 渐近重构; GPU 加速 中图分类号: TP391.9 文献标志码: A 文章编号: 1001-3695(2009)11-4378-04 doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2009.11.110

## Key techniques on terrain rendering based on wavelet translation

WEI Ying-mei, ZHOU Kan, WU Ling-da

(School of Information System & Management, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: This paper showed how to select suitable wavelet basis for terrain rendering according to the characteristic of DEM data and how to filter wavelet coefficients according to viewpoint and complexity of the terrain block to implement progressive reconstruction. Then it analyzed several boundary problems caused by block wavelet transform and gave the solution. Finally, it proposed an acceleration algorithm for wavelet translation based on GPU to improve rendering efficiency. Key words: DEM data; multi-resolution model; wavelet basis; wavelet transformation; progressive reconstruction; GPU acceleration

小波分析是应用数学和工程学科中一个非常活跃的研究 领域,经过多年的探索研究,已形成完整的理论体系,成为目前 国际上公认的最好的频率分析工具之一,其自适应性和数学显 微镜的性质为众多应用领域所关注。小波变换同时具有良好 的时频局部化特性,它通过伸缩平移运算对信号逐步进行多尺 度细化,可以聚焦到信号的任意细节,从而成为地形数据多分 辨率表达的一种重要手段<sup>[1-3]</sup>。

小波理论经过二十多年的发展,小波家庭的成员已有上千种。小波基的研究与应用领域是密切相关的,不同的小波基决定着滤波器的特性,从而决定了小波变换的结果;此外即使同一种小波也可以选择不同的参数和变换方式,这些因素将共同决定小波变换的性质。很多研究在将小波变换用于地形多分辨率分析时,通常只是简单选用某种比较常用的小波基,本文将针对 DEM 数据的特点和地形多分辨率模型绘制的要求,探讨如何选择最适合的小波基函数和小波变换方式,以方便准确地刻画多尺度地形的基本特征,从而获得最优的表达效果。同时,探讨在绘制过程中,如何建立基于视点距离和地形复杂度的小波系数阈值筛选,以实现不同分辨率地形间的相对平滑的视觉变化效果;分析了由于分块小波变换而带来的几种边界问题,并提出了相应的解决方法。最后,本文提出了一种基于GPU的小波变换实现算法,利用 GPU 的并行计算能力加速小波变换,以满足实时绘制的要求。

## 1 适合地形绘制的小波基的选择

将小波变换用于地形绘制,其基本思想是把 DEM 数据看 成一个关于二维高程信息的信号场,将基本地形概貌看做低频 信息,而相应的细节看做高频信息。这样,在对 DEM 数据进行 小波分解的过程中,经过了行和列两个方向上的低通滤波和高 通滤波,得到在低一尺度上的概貌信号和行、列、对角三个方向 上的细节信号。通过多次小波分解,就可以得到原始地形的多 级低分辨率的数据(概貌信号),而利用保留的三种细节信息, 可以从低分辨率的数据中重构出高分辨率的地形数据。由带 限信号的采样定理可知,可以将采样率降低一半而不丢失任何 信息,使总的输出序列长度与输入长度保持一致。小波变换用 于地形绘制的基本原理和变换式在文献[4]中有详细的论述。

#### 1.1 小波的数学特性及其在地形绘制中的影响

利用小波变换构建地形多分辨率模型,主要就是借助于小 波基可以用较少非零小波系数去有效逼近实际信号的能力。 这种能力主要依赖于小波的几个数学特性,即消失矩、紧支性、 对称性和正交性。

小波的消失矩是表征其压缩能力的重要指标。小波具有 的消失矩阶数越高,将信号的信息集中在少量系数上的能力就 越强,这对信息压缩很有帮助,也使得地形重构的质量有所提 高。紧支撑性质使得可以用有限冲击响应(FIR)滤波器来表

收稿日期: 2009-02-16; 修回日期: 2009-05-19 基金项目: 国家"863"计划资助项目(2009AA01Z335)

作者简介:魏迎梅(1972-),女,甘肃兰州人,副教授,博士后,主要研究方向为多媒体信息系统与虚拟现实(weiyingmei@ nudt. edu. cn);周侃 (1983-),男,吉林延边人,硕士,主要研究方向为多媒体信息系统与虚拟现实;吴玲达(1962-),女,上海人,教授,博士,主要研究方向为多媒体信息系统与虚拟现实.

示小波函数,从而可以借助稀疏矩阵运算来完成小波变换。对 于小波域直接绘制而言,小的局部支撑可以明显提高绘制速 度。对称性是指小波函数的波形是对称或反对称的,对应的滤 波器是关于某一个值对称的,且滤波器能量集中在中央。利用 非对称的小波函数完成的小波变换,在边缘附近的差错感突 出,因此使用具有对称性的小波会使得地形绘制在边界上具有 较好的视觉效果。小波的光顺性质决定地形简化后效果是否 平滑,如果其光顺性阶次越高,将导致支撑越大。滤波器长度 即滤波器系数的个数,它直接影响到小波变换的计算量,其系 数个数越多,计算量越大。

综上所述,需要构造一种紧支撑、光顺性好、具有高阶消失 矩、对称的、正交的小波。但事实上这些性质是相互制约的,通 常具有紧支性的小波基难以保证光顺性,具有正交性的小波基 难以保证对称性。在小波基的选择上,需要综合考虑各种特性 对地形简化产生的影响,而不能单单凭一种或几种特性选择小 波基。为此通过基于小波的 DEM 简化实验,对几种典型的小 波基进行比较和选择。

#### 1.2 小波基的选择实验

表1 小饭坐西奴的村庄村比								
小波基函数	正交性	双正交性	紧支性 光顺性 >		对称性	消失矩	滤波器长度	
Haar	$\checkmark$	$\checkmark$	好	差	好	1	2	
Daubechies N	$\checkmark$	$\checkmark$	一般	一般	差	N	2N	
SymletsN	$\checkmark$	$\checkmark$	一般	一般	一般	N	2N	
CoifletsN	$\checkmark$	$\checkmark$	一般	一般	一般	2N	6N	
双正交 biorM.N	×		好	差	好	М	2N + 2	

选取4幅128×128的DEM数据进行小波变换,并利用低频分量重构出地形,利用高程值的中误差RMSE来从整体上评估地形低频分量与原始地形的偏离程度。中误差定义为

RMSE = 
$$\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{N \times N} (h_i - h'_i)^2\right) / (N \times N)}$$
 (1)

其中:h<sub>i</sub>为原始数据点高程;h'<sub>i</sub>为简化后数据点高程。实验中 选取的小波函数类型如表2所示。由于篇幅所限,这里只列出 具有代表性的部分实验结果如表3所示。

表2 实验中选取的小波函数类型

小波函数类型	小波函数阶数系				
Daubechies	db1 db2 db4 db8 db10				
Coiflets	coif1 coif2 coif3 coif4 coif5				
Symlets	sym2 sym3 sym4 sym5 sym6 sym7				
双正交小波 bior	bior1.1 bior1.3 bior1.5 bior2.2 bior2.4 bior2.6 bior2.8 bior3.1 bior3.3 bior3.5 bior3.7 bior3.9 bior4.4 bior5.5				
	表 3 基于不同小波基的地形简化误差				

小师甘	滤波器 长度	地形数据1		地形数据2		地形数据3	
小波基		中误差	最大误差	中误差	最大误差	中误差	最大误差
Haar	2	11.51	176.75	9.76	182.50	10.19	174.75
db4	8	9.84	168.24	9.76	203.04	9.54	187.67
db8	16	10.22	188.94	10.00	216.20	9.88	210.55
db20	40	9.49	147.54	10.16	187.42	9.89	196.40
sym2	4	10.88	194.11	10.18	229.05	10.23	186.93
sym7	14	9.96	174.00	9.97	242.33	9.77	209.66
coif4	24	10.09	176.09	10.02	197.98	9.84	216.69
bior1.1	4	11.51	176.75	9.76	182.50	10.19	174.75
bior3.3	8	9.84	167.52	9.80	207.41	9.54	182.02
bior3 7	16	0 71	162 30	0 70	201 60	9.46	185 61

从实验结果可知,Haar小波基虽然结构简单,滤波器长度

很短,但其消失矩过低,并且实验误差过大,不适合地形简化。 Daubechies、Symlets、Coiflets、Biorthgornal 小波,它们的各种特性 差距不大,而实验误差则与它们自身的滤波器长度、消失矩有 关。总体来说, Symlets 和 Coiflets 小波的实验误差略小。对于 Daubechies 小波,其实验误差开始时随着滤波器长度的增加而 减小,但当滤波器长度超过8时(db4小波),其误差又开始增 加;当滤波器系数个数很多时(db20小波,滤波器长度40),误 差才大幅下降。对于 Biorthgornal 小波(bior M. N), 当 M 的值 达到3时,其误差较小,而在 bior3. N 的实验数据中,随着 N 值 的增大,误差越来越小。考虑到计算时间的限制,不能选择过 多的滤波器系数,因此可以选择的小波基为 db4、bior3.3、 bior3.7。从小波自身性质分析, Daubechies 小波是正交的, 对 称性较差; Biorthgornal 小波为非正交的,对称性较好; Biorthgornal 小波的紧支性要好于 Daubechies 小波,但光顺性却差一 些,可以说各有优势。综合各种因素,选取各方面特性比较平 均且实验误差较小的 bior3.3 小波基。经过计算,其归一化的 低通滤波器系数为

 ${h_k} = {0.0469, -0.1406, -0.1094, 0.7031, 0.7031, }$ 

-0.1094, -0.1406,0.0469

其归一化的高通滤波器系数为

 $\{g_k\} = \{0, 0, 0.6369, -1.9107, 1.9107, -0.6369, 0, 0\}$ 

#### 2 基于小波渐近重构的 LOD 选择

在基于小波的地形绘制中,对 DEM 数据进行小波分解,实际上是构造多分辨率模型的过程;小波重构的目的则是在绘制过程中实时得到适合分辨率等级的地形数据。所谓适合的分辨率等级,是指在不影响人眼视觉效果的条件下,尽可能低的分辨率等级。影响视觉效果的因素有视点距离和地形的复杂度两个。显然,当视点距离较大时,较低的分辨率依然能获得较好的绘制效果;而对于复杂的地形,则应适当提高其分辨率等级,以获得更细致的表达。

在预处理阶段,首先确定最大视点距离为 $d_{max}$ 和最小视点距离 $d_{min}$ ,以及每块地形的复杂度因子。 $d_{max}$ 和 $d_{min}$ 可根据最低分辨率和最高分辨率三角网格的大小和屏幕像素误差计算得到。地形复杂度因子  $\alpha$  为一经验值,可根据原始 DEM 数据的标准差分析将原始地形块划分成 K 个不同复杂度等级,分别指定一常数,作为地形复杂度对视点距离的调节因子,即  $\alpha = k/(K-1), k = 0, 1, \dots, K-1$ 。视点距离与分辨率等级之间的映射函数为

$$i = \begin{cases} 0 & d < d_{\min} \\ \lfloor ((d - d_{\min})/\Delta d) + 1 - \alpha \rfloor & d_{\min} \le d \le d_{\max} \\ N - 1 & d > d_{\max} \end{cases}$$
(2)

其中: $\Delta d = (d_{\text{max}} - d_{\text{min}})/(N-1)_{\circ}$ 

考虑到地形漫游时的视点变化是连续的,而式(2)将视点 距离分成N段,每一段对应一个固定分辨率,这就使得原来平 滑的视点运动会带来绘制分辨率从某一级变换到另一级而产 生的视觉跳变。为了保证平滑漫游,笔者希望从低分辨率的地 形中逐渐增加细节变换到高分辨率的地形。小波系数代表了 地形的细节,因此,可以以视距作为度量尺度对小波系数进行 阈值筛选,通过逐步增加小波系数动态地渐近重构同级分辨率 下一系列不同精细程度的地形网格数据,即建立小波系数关于 观察距离的连续函数,实现地形网格的小波渐近重构。考虑到 小波重构和地形绘制的效率,仍然采用离散化的方法,即在长 为 $\Delta d$ 的视点范围内继续细分为n个等级。

设视点距离为 d,且  $d_{max} \leq d \leq d_{max}$ ,根据式(1)计算得知, 对应于第 i 级分辨率,令  $e = ((d - d_{min})/\Delta d) + 1 - \alpha - i$ ,选择 一个最大阈值  $\varepsilon_{max}$ 和一个最小阈值  $\varepsilon_{min}$ ,根据小波系数的分布 特点,定义了小波系数的筛选阈值关于视点距离的函数:

$$\varepsilon(d) = \ln(t \log(\varepsilon_{\min}) + (1 - t)\log(\varepsilon_{\max}))$$
(3)

其中: $t = \lfloor e * n \rfloor / n_{\circ}$ 

根据 ε(*d*)进行小波系数筛选,通过小波逆变换重构地形 网格。这样,相当于在 N 级分辨率下,又细分了 n 个细节等 级,n 的大小取决于小波重构算法的速度,在保证帧速的前提 下,n 的取值尽可能地大。

### 3 分块小波变换的边界问题

对于大规模地形,必然需要将其划分成规则网格的地形块 进行小波变换。由于小波变换都假定信号是无限长的,从而实 现其分解与完全重构。对一个地形块而言,由于边界处的信号 采样有限,进行小波变换会产生边界失真,从而使得相同细节 等级的地形块间存在着边界不一致问题,在绘制时表现为边界 不连续。

本文采用了增加小波变换采样点的办法,在构建多分辨率 模型时,对基本地形块进行扩展,与其周围的块作为一个整体 进行小波变换,生成的多分辨率地形仅保留中间的子块;然后 再进行拼接,从而消除了原有的 DEM 块边界,如图 1 所示。经 变换后两组地形块出现的边界失真将会被移动到相对中心子 块较远的地方,对于所保留的中间块来说,有效地降低了因采 样点不足所产生的边界失真现象。

由于采用了多分辨率模型,在某一时刻,所需绘制的地形 块的分辨率取决于该地形块与视点之间的距离,这就使得在绘 制过程中,因不同分辨率的地形块在边界处格网点数目不一致 而导致裂缝的出现。另一方面,由于采用了小波渐进绘制技 术,即使是同一分辨率的相邻地形块,加入的小波系数不同,使 得相同的格网点处通过小波重构计算得到的高程值也不相同, 从而出现差参不齐的现象。传统的地形块缝合算法通过增加 或减少节点将裂缝处的多分辨率等级保持一致,通常要求块间 多分辨率级别相差不超过一级。考虑到小波多分辨率模型的 裂缝特点,本文采用顶点拟合的方法。

对于相邻的地形块,将低分辨率地形块的边界顶点作为点 集 A,将高分辨率地形块的边界顶点作为点集 B,若分辨率相 同,则按处理顺序设置点集 A 和点集 B。如果块间分辨率相差 k,则 B 中的顶点个数应为 A 中顶点个数的  $2^{k}$  倍。对于 B 中的 顶点 b,在 A 中找到边界方向上最邻近的顶点 a,改变顶点 b 的 坐标,使之与 a 重合,如图 2 所示。



4 小波变换的硬件加速

在基于小波变换的地形绘制中,小波分解生成多分辨率模型的过程可以在预处理阶段完成,但小波重构生成地形网格的

过程却是实时完成的。因此,小波变换的速度直接影响到了地 形绘制的效率,必须采用一定的手段对其进行加速。所幸的 是,图形处理器绘制流水线的高速度和并行性以及可编程性 在加速几何绘制的同时,也为小波变换之类的通用计算提供良 好的运行平台。此外,用 GPU 实现小波变换,其计算结果已在 显存中,可直接进行绘制,从而减少了内存与显存相对较慢的 数据传输,节省了 CPU 资源。

二维小波变换的实质是对二维离散数据的每一行每一列 分别进行低通滤波下采样和高通滤波下采样,可以将向量映射 为纹理(将一维向量中的每四个元素映射为二维纹理中一个 纹元,分别保存在该纹元的*R*、*G*、*B*、*A*中),在 GPU 上实现小波 变换,其原理如图3 所示(其中:*S*为数据;*H*为低通变换矩阵, *G*为高通变换矩阵)。



先将分解与重构过程中矩阵与向量之间的乘积运算,转换为n次两个向量的乘积,而对于作为纹理的向量间的乘积,则 利用绘制双重纹理,首先把渲染区域设置为与表示向量的二维 纹理同样的屏幕尺寸;然后将纹理赋予一个覆盖整个屏幕(渲 染区域)的方块,顶点到达光栅化阶段时,像素着色器为每个 向量元素(纹理)生成一个片段,每个片段在经过片段程序时, 可将两个向量元素取回并作乘法运算,然后将结果写回到渲染 目标。

下面以一张 *n*×*n* 的 DEM 数据为例,基于 GPU 算法小波 分解算法如下:

a)利用事先求得的对称小波滤波器组系数 $\{h_k\}$ 和 $\{g_k\}$ 构 造出相应的两个滤波器系数矩阵  $H \rightarrow G$ ,将矩阵中的每一行 向量作为一张二维纹理进行保存,另外将待变换的 DEM 数据  $(n \times n)$ 的每一行每一列分别保存为二维纹理。

b) 创建一张新的纹理用来保存计算结果。

c)设置绘制区域大小为 n×n个像素,并且绘制一个 1:1 全屏幕矩形。

d)对 DEM 数据进行行方向上的低通滤波,即将 H的第一 行所对应的二维纹理和 DEM 数据的第一行所对应的二维纹理 作为双重纹理赋予矩形,令双重纹理计算方式为乘法。利用渲 染到纹理取回渲染结果,对于每次得到的结果纹理的各像素灰度值相加,得到最终结果。

e)对于 H的每一行,执行步骤 d)的计算,得到 n/2 个最终 结果,将这些结果按顺序排列,便得到了 DEM 数据第一行的低 通滤波下采样结果。

f)对 DEM 数据的每一行进行步骤 d) e)的计算,得到 DEM 数据经过行方向上低通滤波下采样结果。

g)利用与步骤 c)~f)相同的方式,将 G与 DEM 数据进行 双重纹理计算,可以得到 DEM 数据经过行方向上高通滤波下 采样结果。

h)将得到的行方向上的低通和高通滤波下采样结果按列 划分为二维纹理,利用低通滤波器和高通滤波器对其进行滤 波,利用步骤 a)~g),最终得到地形块小波变换后的四幅系数 子图。

重构算法与分解算法的原理是一致的,首先将已知的低频 小波系数矩阵和三个高频小波系数矩阵进行按列的提取,并利 用双重纹理计算这四个矩阵和 H<sup>T</sup>、G<sup>T</sup>的乘法,之后将结果相 加,对得到的两个矩阵继续提取每一行;再次计算矩阵和 H<sup>T</sup>、 G<sup>T</sup>的乘法并将结果相加;最后得到重构出的高一级分辨率的 信号。

表4为使用 GPU 加速小波变换与只使用 CPU 的小波变换 的时间对比。从实验数据可以看出,使用 GPU 的计算时间要 远小于 CPU 的计算时间,并且 CPU 的运算时间随着数据量的 增长急剧增加,而 GPU 的耗时增长较少,从耗时比可以看出, 随着计算量的增大,GPU 表现出更优越的性能。

表 4 使用 CPU 和 GPU 进行小波变换的运算时间比较

	地形块尺寸						
	128 × 128		512 × 512		$1024 \times 1024$		
耗时/ms	分解	重构	分解	重构	分解	重构	
CPU	11.21	20.17	124.25	226.13	352.11	637.31	
GPU	3.41	5.45	15.60	24.81	42.38	69.07	
耗时比	3.29	3.70	7.96	9.11	8.31	9.23	

(上接第4377页)

#### 参考文献:

- [1] 章毓晋. 数字图像处理和分析[M]. 北京:清华大学出版社,1991.
- [2] BOVIK A. Handbook of image and video proessing [M]. 2nd ed. Beijing; Publishing House of Electronics Industry, 2006.
- [3] 胡欣,唐硕.一种基于灰度级连通性的红外图像分割方法[J].计 算机科学,2007,34(7):238-240.
- [4] KAPUR J N, SAHOO P K, WONG A K C. A new method for gray-level picture thresholding using the entropy of the histogram[J]. Computer Vision, Graphics and Image Processing, 1985, 29 (3): 273-285.
- [5] ABUTALEB A S. Automatic thresholding of gray-level pictures using two-dimension entropy [J]. Computer Vision, Graphics and Image Processing, 1989, 47(1): 22-32.
- [6] XU Ning, Li Chun-guang, Zhang Jian, et al. Studies on some modern optimization algorithms [J]. Systems Engineering and Electronics, 2002, 24(12):101-104.
- [7] DORIGO M, MANIEZZO V, COLOMI A. Ant system: optimization by a colony of cooperative learning approach to the traveling agents
   [J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, 1996, 26 (1):29-41.

#### 5 结束语

小波变换是构造地形网格的动态多分辨率模型的一种有 效方法。本文重点探讨了如何选择适合的小波基,如何解决多 分辨率模型间的平滑过渡,如何解决分块小波变换的边界问 题,如何加速小波变换等关键问题,并给出了相应的解决方案。 在后续研究中,笔者将进一步探索如何在地形绘制中更好地利 用小波分析。例如,通过对小波系数的分析给定对地形复杂度 的合理度量,并将其应用于多分辨率等级的选择中;通过对地 形数据和纹理数据的合理组织,以及对 GPU、CPU 资源的合理 利用,进一步加速海量地形的绘制速度等。

#### 参考文献:

- WU Jing-song, AMARATUNGA K. Wavelet triangulated irregular networks[J]. International Journal of Geographical Information Science, 2003, 17(3) ;273-289.
- ZHANG Li-qiang, YANG Chong-jun, LIU Su-hong, et al. Effective techniques for interactive rendering of global terrain surfaces [J].
   IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2005,2(2): 215-219.
- [3] 张立强,杨崇俊,刘冬林.基于 M 进制小波的视点相关多分辨率 地形模型的简化[J].系统仿真学报,2004,16(9):1970-1973.
- [4] 魏迎梅,谷天阳,杨冰,等.基于小波的地形连续快速绘制技术
  [J]. 计算机工程,2007, 33(19): 218-220.
- [5] WONG T T, LEUNG C S, HENG P A, et al. Discrete wavelet transform on consumer-level graphics hardware [J]. IEEE Trans on Multimedia, 2007, 9(3):668-673.
- [6] 周侃.基于小波简化和 GPU 加速的大规模地形实时绘制技术研究[D].长沙:国防科学技术大学,2008.
- [8] CAO Zhan-hui, LI Yan-jun, ZHANG Ke. Two-dimensional maximum entropy segmentation based on ant colony optimization [J]. Acta Photonica Sinica, 2007, 36 (12): 112-116.
- [9] 张二虎,刘世昌,胡涛.一种基于熵的图像分割方法[J]. 微电子学 与计算机,1998,4(4):43-45.
- [10] DORIGO M, GAMBARDELLA L M. Ant colonysystem: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 1997,1(1):53-66.
- [11] WU Qing-hong, ZHANG Ji-hui, XU Xin-he. An ant colony algorithm with mutation features [J]. Journal of Computer Research & Development, 1999,36(10):1240-1245.
- [12] 陈陵,沈洁,秦玲.蚁群算法求解连续空间优化问题的一种方法
  [J].软件学报,2002,13(12):23-30.
- [13] MA Jun-jian, DONG Zong-chun, WANG Chun-xia, et al. Advances in research of ant colony algorithm [J]. Journal of Hohai University Natural Sciences, 2005,33(2):139-143.
- [14] STUTZLE T, HOOS H H. MAX-MIN ant system [J]. Future Generation Computer System, 2000, 16(8): 889-914.
- [15] DORIGO M, STUTZLE T. The ant colony optimization eta-heuristic: algorithms, applications and advances [J]. International Series in Operations Research & Management Science, 2002,57(1): 251-285.