

一种求解约束优化问题的混沌文化算法^{*}

黄 鹤, 王 波, 范晓丽

(上海理工大学 管理学院, 上海 200093)

摘 要: 在求解约束优化问题时, 为了有效处理约束条件, 克服文化算法易陷入局部极值点、混沌搜索优化初值敏感、搜索效率低等缺陷, 将混沌搜索优化嵌入至文化算法框架, 提出一种求解约束优化问题的混沌文化算法。该模型由基于混沌的群体空间和存储知识的信念空间组成, 利用地形知识表达约束条件, 标准知识和地形知识共同引导混沌搜索, 并利用形势知识引导混沌扰动。实例表明, 该算法具有较优良的搜索性能, 尤其能有效处理高维复杂约束优化问题。

关键词: 进化计算; 文化算法; 混沌文化算法; 混沌搜索; 知识引导

中图分类号: TP18 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2010)05-1643-05

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2010.05.010

Cultural algorithm for solving constrained optimization problems

HUANG He, WANG Bo, FAN Xiao-li

(School of Management, University of Shanghai for Science & Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: In solving constrained optimization problems, based on cultural algorithm and chaos search optimization, this paper proposed a chaos cultural algorithm (CCA) to effectively handle the constraints, avoided premature convergence of cultural algorithm and overcame chaos search optimization's sensitivity to initial values and poor efficiency. The algorithm model consisted of a chaos-based population space and a stored knowledge belief space, using topographical knowledge to represent constraint condition, normative knowledge to guide chaos search and situational knowledge to guide chaos perturbation. Test results show that this algorithm has good searching performance, especially in solving complex constraints optimization problem.

Key words: evolutionary computation; cultural algorithm; chaos cultural algorithm(CCA); chaos search; knowledge guide

在人类社会中,文化被看做存储信息的载体,在社会群体之间和群体内部广泛传递,且能被社会所有成员继承,从而有效地指导成员的行为来解决问题。受此启示,Reynolds^[1]于1994年提出了文化算法这种全新的进化算法。

文化算法从微观和宏观两个层次模拟进化,不同层次间相互促进相互影响。该算法提供了一种显性的机制来获取、保存和整合求解问题的知识,从而提高搜索效率。目前文化算法已成为算法研究的热点,并已成功应用到多个领域,在一些问题上取得了比传统进化算法更好的结果^[2-4]。

在解决约束优化问题时,文化算法求解效率高,但存在过早收敛、不稳定等不足。混沌搜索优化全局搜索能力强,但对初值敏感、搜索效率低。因此,本文将混沌搜索优化嵌入至文化算法模型中,提出用于解决约束优化问题的混沌文化算法(CCA)。该算法利用混沌搜索优化遍历性、随机性特性,增强了算法全局搜索能力,同时利用文化算法的知识引导作用,提高了算法的搜索效率和精度。在问题约束条件的处理方面,采用了一种地形知识来表达约束条件。

1 文化算法的原理

文化算法框架是由群体空间(population space)和信念空间(belief space)两部分组成,分别从微观和宏观两个层面模拟进化过程,如图1所示。前者是问题的解空间,后者用于知识

经验的形成、存储和传播。两者既相互独立又相互联系。它们之间是通过特定的协议进行信息交流。

首先,accept()函数将群体空间进化过程中优秀的个体经验传递到信念空间;接着,update()函数根据信念空间现有的经验和新经验更新群体经验或知识;然后,influence()函数利用群体经验或知识指导群体空间的进化。另外,objective()函数是目标函数,用来评价群体空间中个体的适应值;generate()函数根据群体经验形成下一代个体;select()函数按照规则从新生成个体中选择一部分个体作为下一代个体的父辈。文化算法的伪代码见文献[5]。

2 混沌文化算法的设计

本文基于文化算法的模型,将混沌搜索优化嵌入到文化算法模型中,利用由Chung等人^[6-8]提出的区间模式(interval schemata)和地域模式(regional-based schemata)来表达信念空间中的知识,形成混沌文化算法。这样既能发挥混沌搜索的全局搜索能力,又能利用迭代过程形成的经验知识,从而引导算法进行有效的搜索,提高搜索效率。另外,算法采用了混沌搜索优化的并行结构,有效降低了算法对初值的依赖。不失一般性,约束优化问题表示为

$$\begin{aligned} \min f(X), X = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n \\ \text{s.t. } h(X) = 0, g(X) \leq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

收稿日期: 2009-10-08; 修回日期: 2009-11-23 基金项目: 上海市重点学科建设项目(S30501)

作者简介: 黄鹤(1985-),男,湖南华容人,硕士研究生,主要研究方向为系统工程、决策科学(hesanshao@126.com);王波(1960-),男,江西东乡人,教授,博士,主要研究方向为生产运作管理、决策科学;范晓丽(1986-),女,山西夏县人,硕士研究生,主要研究方向为系统分析与优化。

2.1 混沌搜索优化

混沌是一种较为普遍的非线性现象,具有随机性、遍历性和内在规律性等特点。其中遍历性是指混沌序列能够不重复地遍历其混沌吸引域内所有状态的性质,可以作为优化过程中避免陷入局部极小值的一种优化机制,混沌搜索优化正是利用这一特性提出的。李冰等人^[9]利用 Logistic 混沌映射(式(2))和二次载波的概念,提出了一种混沌搜索优化算法,引起了广泛关注和大量研究。该算法具有很强的全局搜索能力,但存在初值敏感、搜索效率不高,搜索时间长等缺陷。一些文献对基于混沌搜索的优化方法进行了改进,但效果不是很理想。

$$z^{k+1} = u \times z^k (1 - z^k); k = 0, 1, 2, \cdots; 0 \leq z^k \leq 1; u = 4 \quad (2)$$

当 $u = 4$ 时, Logistic 映射为混沌状态,区间 $(0, 1)$ 是映射的混沌不变集^[10]。混沌搜索优化基本思想是用类似载波的方法将混沌状态引入到优化变量中,并把混沌运动的遍历范围放大到优化变量的取值范围,然后利用混沌变量进行搜索^[9]。其基本步骤如下:

a) 初始化。置 $k = 1, i = 1, 2, \cdots, n$, 给定最大混沌运动次数 M , 将式(2)中的混沌变量 z 赋 n 个相异的初值 z_i^0 (不能取 Logistic 映射的不动点: $0.25, 0.5, 0.75$), 并将混沌变量 z_i^0 按式(3)映射到优化变量的取值范围, 得到最初优化变量 x_i^0 , 令 $x^* = x^0, f^* = f(x^0)$ 。

$$x_i = a_i + z_i \times |b_i - a_i| \quad (3)$$

b) 利用式(2)和(3), 计算产生混沌变量序列 z_i^k 和优化变量序列 x_i^k 。

c) 若 $k \leq M$, 则判定 $f(x^k) \leq f^*$, 成立, 则令 $x^* = x^k, f^* = f(x^k)$; 若不成立, 则 x^* 和 f^* 保持不变, 并令 $k = k + 1$, 转向 b)。若 $k > M$, 混沌搜索结束。

Logistic 映射($u = 4$) 经过一定次数的迭代后, 在 $(0, 1)$ 上分布了大量的轨道点(混沌序列), 其概率密度函数^[10]为

$$\rho(z) = \frac{1}{\pi \sqrt{z(1-z)}} \quad (4)$$

式(4)为切比雪夫分布, 如图 2 所示。

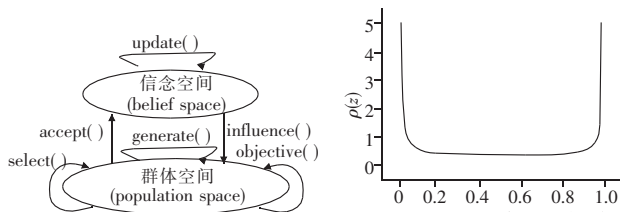


图 2 Logistic 映射混沌轨道点的概率密度函数

图 1 文化算法框架

从图 2 可知, Logistic 映射混沌序列的分布特点是中间均匀, 两头稠密, 在端点达到无穷多^[10]。利用 Logistic 映射这一分布特点, 结合文化算法优胜区间(下文介绍), 便能使群体空间中个体的每个决策变量主要分布于对应的优胜区间附近, 减少盲目搜索, 加快搜索效率。

2.2 约束条件的表达

在解决约束优化问题时, 关键在于如何表达和处理约束条件, 确定约束边界。本文采用 Jin 等人^[8]提出的区域模式, 即利用地形知识来表达问题的约束。以二维约束优化问题为例, 如图 3 所示, 解空间是二维平面内的某个区域, 在搜索过程中提取一个最有可能产生优秀个体的区域, 这个区域即 Chung 等人^[6]提出的规范化知识。区域内的曲线表示约束边界, 内部

为不可行区域, 外部为可行区域。整个区域被划分为许多子域, 称为信念细胞。这些信念细胞按不同特征分为四类, 即可行域、不可行域、半可行域和未知域。于是问题的约束边界以地图形式作为信念空间的知识保存下来, 指导搜索过程在可行域和半可行域内产生更多的个体, 在不可行域内抑制产生。此外, 很多较难求解的约束优化问题的最优解往往位于可行域与非可行域的边界线上, 因此半可行域对寻找更优的解起到引导的作用。

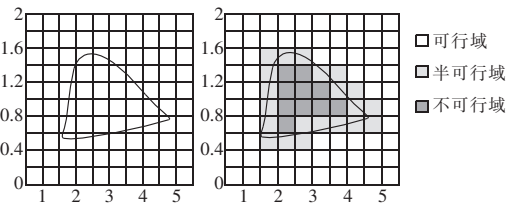


图 3 约束条件的表达

2.3 信念空间的结构

对信念空间结构的定义在文化算法框架中非常重要, 其主要作用是提供一个明确的机制来获取、存储和传递知识经验。本文采用了文化算法的三种知识: 形势知识(situational knowledge)、标准知识(normative knowledge)和地形知识(topographical knowledge), 即 $B = \langle S, N[n], C[M] \rangle$ 。

2.3.1 形势知识

S 是一个列表, 存储从群体空间选择出的当前优秀个体的集合, 是其他个体的典范, 即 $S = \langle E_1, E_2, \cdots, E_e \rangle$, 其数据结构^[11]如图 4 所示。其中, 每个优秀个体包含该个体各决策变量的值和所对应的适应值, 且 $F(E_1) \geq F(E_2) \geq \cdots \geq F(E_e)$ 。在本文中, e 直接取群体空间的规模 popsize。初始化时, 最优个体集合取初始群体空间的所有个体。

2.3.2 标准知识

$N[n]$ 存储了 n 组决策变量的变化区间, 又称优胜区间, 这些区间给出了最优解最可能出现的范围。由这个范围来引导混沌迭代, 将能更快找到最优解。其数据结构如图 5 所示, 描述为

$$N[j] = \langle I_j, L_j, U_j \rangle$$
$$I_j = [l_j, u_j] = \{x | l_j \leq x \leq u_j, x \in R\}; j = 1, 2, \cdots, n \quad (5)$$

其中: l_j 和 u_j 表示第 j 个决策变量的上边界和下边界; L_j 和 U_j 分别表示决策变量上、下边界对应的适应值。初始化时, l_j 和 u_j 设为变量的定义域区间, L_j 和 U_j 设为 $+\infty$, 在进化过程中, 这四个值会根据优秀个体集合所在区间不断地调整。

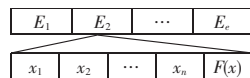


图 4 形势知识的数据结构

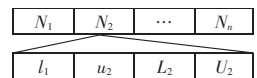


图 5 标准知识的数据结构

2.3.3 地形知识

$C[m]$ 在标准知识基础上扩展得到的地图, 将标准知识所代表的优胜区间划分成 m 个子区间, 每一区间由一个信念细胞 $C[i]$ 表示(图 6)。这些信念细胞存储了问题的约束条件知识, 描述了问题的约束边界。在数据结构的表达方面, Jin 等人所采用的方法需要耗费较大的容量空间, 从而影响算法效率。为了避免这个问题, 本文采用了 2^d 树结构^[12], 即每个节点最多有 2^d 个子节点, 每个节点对应一个信念细胞(图 7)。 d 的大小与问题的决策变量数 n 有关, 即 $d \leq n$ 。对于高维约束问题, 一般取 $d \leq 4$ 。

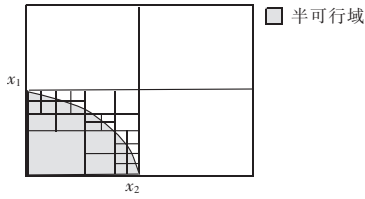


图 6 信念细胞的划分

地形知识描述为

$$C[i] = \langle \text{Class}_i, \text{Cnt1}_i, \text{Cnt2}_i, \text{Ic}_i[n] \rangle$$
$$\text{Ic}_i[j] = [lc_{i,j}, uc_{i,j}] = \{x | lc_{i,j} \leq x \leq uc_{i,j}, x \in R\} \quad (6)$$
$$i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$$

其中: Class_i 表示信念空间中第 i 个信念细胞的类型; Cnt1_i 表示第 i 个信念细胞内可行解的个数; Cnt2_i 表示第 i 个信念细胞内不可行解的个数; Ic_i 表示第 i 个信念细胞对应的 n 维区间, $lc_{i,j}$ 和 $uc_{i,j}$ 分别表示第 i 个信念细胞第 j 个决策变量的上下限。初始化时,地形知识只存储一个信念细胞,该细胞类型为未知域, Cnt1 和 Cnt2 为 0, Ic 所代表的区域为标准知识所代表的区域,细胞类型为未知。

2.4 信念空间的更新

信念空间的形势知识每代更新两次,一次在混沌搜索之后,一次在混沌扰动之后;标准知识和地形知识每代更新一次。

2.4.1 形势知识的更新

本文对于形势知识更新的方法借鉴了锦标赛法。具体方法如下:

a) 每次迭代后,将种群空间的全部个体集合和形势知识所代表的最优个体集合组成一个新的集合(本文算法新集合规模为 $2 \times \text{popsize}$);

b) 在新集合中随机选择出 c 个竞争者(一般 $c = \text{popsize}/2$),将新集合中每个个体分别与 c 个竞争者比较适应值,记录每个个体的胜利数,并将最优适应值的个体胜利数设置为最高,以保证形势知识存储了最优个体;

c) 选择胜利数最靠前的 e 个个体(本文 $e = \text{popsize}$)作为新的形势知识。

2.4.2 标准知识的更新

假设第 i 个个体影响第 j 个决策变量的下边界,第 k 个个体影响第 j 个决策变量的上边界,则 j 的上、下边界及其对应的适应值分别为

$$l_j^{t+1} = \begin{cases} x_{i,j}^t & \text{if } x_{i,j}^t \leq l_j^t \text{ or } F(x_i^t) < L_j^t \\ l_j^t & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

$$L_j^{t+1} = \begin{cases} f(x_i^t) & \text{if } x_{i,j}^t \leq l_j^t \text{ or } F(x_i^t) < L_j^t \\ L_j^t & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

$$u_j^{t+1} = \begin{cases} x_{i,j}^t & \text{if } x_{i,j}^t \geq u_j^t \text{ or } F(x_i^t) < U_j^t \\ u_j^t & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

$$U_j^{t+1} = \begin{cases} f(x_i^t) & \text{if } x_{i,j}^t \geq u_j^t \text{ or } F(x_i^t) < U_j^t \\ U_j^t & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

2.4.3 地形知识的更新

在迭代过程中,每个个体是否可行取决于问题的约束条件,因此每个个体都能反映其所在信念细胞的约束信息。假设第 i 个信念细胞内可行解的个数为 Cnt1_i ,不可行解的个数为 Cnt2_i ,则地形知识中第 i 个信念细胞 Class_i 的更新如下:

$$\text{Class}_i = \begin{cases} \text{unknown} & \text{if } \text{Cnt1}_i = 0 \text{ and } \text{Cnt2}_i = 0 \\ \text{feasible} & \text{if } \text{Cnt1}_i > 0 \text{ and } \text{Cnt2}_i = 0 \\ \text{unfeasible} & \text{if } \text{Cnt1}_i = 0 \text{ and } \text{Cnt2}_i > 0 \\ \text{semi-feasible} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (11)$$

本文采用 2^d 树的数据结构存储地形知识,该树的每个节点代表一个信念细胞。在更新时,当某个信念细胞为半可行域时,其所代表的解空间将被划分成 2^d 个子空间,分别由 2^d 个子信念细胞表示。划分的方式为从 n 维决策变量中随机选取 d 个维度进行区间的对等划分,直到树的最大深度。如图 7 所示,每个叶子节点代表当前域的最终划分。

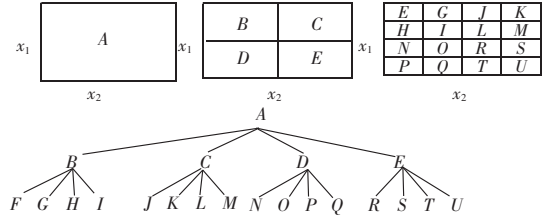


图 7 深度为 2 的 2^d 树存储的二维空间

2.5 接受函数

种群空间通过接受函数将个体经验传递到信念空间,实际上是向信念空间提供一组最优子集。在最优化问题中,通常是按一定的百分比取排行靠前的个体,一般取 20% ~ 25%,但也根据不同问题设置动态接受函数^[13]、模糊接受函数^[14,15]等。在本文中,由于采取了锦标赛法更新形势知识,接受函数的处理也相应作了改变。在更新形势知识时,接受函数将接受当代所有个体;在更新标准知识时,接受函数获取形势知识前 TOP 位(本文 $\text{TOP} = \text{popsize} \times 25\%$)。

2.6 影响函数

在迭代过程中,信念空间的知识通过两种方式影响优化变量:a) 在标准知识所代表的优胜区间附近和地形知识所表示的半可行域附近进行混沌搜索;b) 在形势知识所代表的优秀个体附近进行混沌扰动。

2.6.1 利用标准知识和地形知识进行混沌搜索

标准知识存储了最优解最可能出现的范围,该范围用优胜区间 (l_j, u_j) 描述。由 Logistic 映射产生的混沌变量在 $(0, 1)$ 上在具有两头多、中间少的分布特征。对于个体的每个决策变量 j ,本文首先从地形知识中随机选取一个类型为半可行或未知的信念细胞,然后用这个信念细胞的上下限 (lc_j, uc_j) 和优胜区间 (l_j, u_j) 将 j 的取值范围 (a_j, b_j) 划分为五个区间: (a_j, l_j) 、 (l_j, lc_j) 、 (lc_j, uc_j) 、 (uc_j, u_j) 、 (u_j, b_j) ,接着将混沌变量随机映射到这五个区间的任意一个。通过这种方法,新个体的每一维决策变量将主要分布在优胜区间和半可行域附近,即可行域与非可行域的边界上,充分发挥了半可行域的引导作用,达到了用标准知识和地形知识来指导混沌搜索的目的。

$$x_{i,j} = \begin{cases} a_j + z_i \times |a_j - l_j| & \text{if } \text{random}() = 0 \\ l_j + z_i \times |l_j - lc_j| & \text{if } \text{random}() = 1 \\ lc_j + z_i \times |lc_j - uc_j| & \text{if } \text{random}() = 2 \\ uc_j + z_i \times |uc_j - u_j| & \text{if } \text{random}() = 3 \\ u_j + z_i \times |u_j - b_j| & \text{if } \text{random}() = 4 \end{cases} \quad (12)$$

2.6.2 利用形势知识进行混沌扰动

形势知识是存储了当前优秀个体的列表,是其他个体的典范,用来指导其他个体的产生。其列表长度为群体空间规模的大小。在本文算法中,形势知识是由混沌迭代形成的优秀个体经验,存储了优秀个体的具体位置,因此,它弥补了混沌变量受标准知识约束后丧失的全局性,具有较强的全局指导能力,能在搜索过程中起到逃逸作用。

本文先进行混沌搜索,接着更新形势知识,得到一些优秀个体,再在优秀个体附近进行混沌扰动,有利于挖掘出更优秀

的个体,获取当前最优解的全局分布信息,因而能有效避免算法陷入局部最优解。具体描述为

$$x_{i,j}=e_i+(z_i-0.5)\times|u_j-l_j|$$

(13)

2.7 混沌文化算法的算法流程

综上所述,本文提出的求解约束优化问题的混沌文化算法流程如下:

- a) $t=0$;
- b) 初始化混沌变量,随机产生初始混沌变量(不能为 Logistic 映射不动点 0.25、0.5 和 0.75);
- c) 初始化群体空间和相关参数;
- d) 初始化信念空间中的形势知识和标准知识;
- e) 评价群体空间内个体适应度,若符合要求则结束,否则往下执行;
- f) 更新信念空间的形势知识、标准知识和地形知识;
- g) 混沌变量迭代搜索,按式(2)产生新的混沌变量;
- h) 在信念空间标准知识和地形知识指导下,按式(12)进行混沌搜索;
- i) 评价群体空间内个体适应度,更新信念空间的形势知识;
- j) 在信念空间形势知识的指导下,按式(13)进行混沌扰动;
- k) $t=t+1$;
- l) 转到 e),直到满足终止条件。

3 实例研究

CAA 综合了混沌搜索优化和文化算法的优势。为了验证算法的有效性,本文从文献[12]中选取了五个约束优化问题,如下所示:

$$\begin{aligned} \min f_1(X) &= 5 \sum_{i=1}^4 x_i - 5 \sum_{i=1}^4 x_i^2 - \sum_{i=5}^{13} x_i \\ \text{s. t. :} &g_1 = 2x_1 + 2x_2 + x_{10} + x_{11} - 10 \leq 0 \\ &g_2 = 2x_1 + 2x_3 + x_{10} + x_{12} - 10 \leq 0 \\ &g_3 = 2x_2 + 2x_3 + x_{11} + x_{12} - 10 \leq 0 \\ &g_4 = -8x_1 + x_{10} \leq 0 \\ &g_5 = -8x_2 + x_{11} \leq 0 \\ &g_6 = -8x_3 + x_{12} \leq 0 \\ &g_7 = -2x_4 - x_5 + x_{10} \leq 0 \\ &g_8 = -2x_6 - x_7 + x_{11} \leq 0 \\ &g_9 = -2x_8 - x_9 + x_{12} \leq 0 \\ &0 \leq x_i \leq 1 (i = 1, \dots, 9) \\ &0 \leq x_i \leq 100 (i = 10, 11, 12) \\ &0 \leq x_{13} \leq 1 \end{aligned}$$

(14)

$$\begin{aligned} \min f_2(X) &= - \left| \frac{\sum_{i=1}^n \cos^4(x_i) - 2 \prod_{i=1}^n \cos^2(x_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n i x_i^2}} \right| \\ \text{s. t. :} &g_1 = 0.75 - \prod_{i=1}^n x_i \leq 0 \\ &g_2 = \sum_{i=1}^n x_i - 7.5n \leq 0 \\ &n = 20, 0 \leq x_i \leq 10 (i = 1, \dots, n) \end{aligned}$$

(15)

$$\begin{aligned} \min f_4(X) &= - \frac{\sin^3(2\pi x_1) \sin^3(2\pi x_2)}{x_1^3(x_1 + x_2)} \\ \text{s. t. :} &g_1 = x_1^2 - x_2 + 1 \leq 0 \\ &g_2 = 1 - x_1 + (x_2 - 4)^2 \leq 0 \\ &0 \leq x_1 \leq 10, 0 \leq x_2 \leq 10 \end{aligned}$$

(16)

$$\begin{aligned} \min f_3(X) &= 5.3578547x_3^2 + 0.8356891x_1x_5 + 37.293239x_1 - 40792.141 \\ \text{s. t. :} &g_1 = 85.334407 + 0.0056858x_2x_5 + 0.0006262x_1x_4 - 0.00220053x_3x_5 - 92 \leq 0 \\ &g_2 = -85.334407 - 0.0056858x_2x_5 - 0.0006262x_1x_4 + 0.00220053x_3x_5 \leq 0 \\ &g_3 = 80.51249 + 0.0071317x_2x_5 + 0.0029955x_1x_2 + 0.0021813x_3^2 - 110 \leq 0 \\ &g_4 = -80.51249 - 0.0071317x_2x_5 - 0.0029955x_1x_2 - 0.0021813x_3^2 + 90 \leq 0 \\ &g_5 = 9.300961 + 0.0047026x_3x_5 + 0.0012547x_1x_3 + 0.0019085x_3x_4 - 25 \leq 0 \\ &g_6 = -9.300961 - 0.0047026x_3x_5 - 0.0012547x_1x_3 - 0.0019085x_3x_4 + 20 \leq 0 \\ &78 \leq x_1 \leq 102, 33 \leq x_2 \leq 45, 27 \leq x_i \leq 45 (i = 3, 4, 5) \end{aligned}$$

(17)

$$\begin{aligned} \min f_5(X) &= (N+2)Dd^2 \\ \text{s. t. :} &g_1 = 1 - \frac{D^3N}{71785d^4} \leq 0 \\ &g_2 = \frac{4D^2 - dD}{12566(Dd^3 - d^4)} + \frac{1}{5108d^2} - 1 \leq 0 \\ &g_3 = 1 - \frac{140.45d}{D^2N} \leq 0 \\ &g_4 = \frac{D+d}{1.5} - 1 \leq 0 \end{aligned}$$

(18)

针对前四个问题,采用本文提出的混沌文化算法进行求解,与由 Slawomir 等人^[16]提出的 KM 算法和由 Coello 等人^[12]提出的文化算法(CAEP)进行比较(KM 算法是一种比较有效和前沿的处理约束优化问题的进化算法)。设置种群规模为 20,接受函数取前 25%,标准知识每隔 20 代更新一次,形势知识更新采用锦标赛法中的竞争者个数为 10,地形知识采用 2³ 树的数据结构。将每个问题独立运行 10 次,每次最大迭代次数为 2 500,比较了 10 次运行后的最好结果、平均结果和最差结果,如表 1 所示。其中 f^* 为实际最优值。

表 1 CAA 与其他算法的对比

函数		f_1	f_2	f_3	f_4
f^*		-15.0	-0.803 619	-30 665.539	-0.095 825
best	CAA	-15.0	-0.801 908 6	-30 665.539	-0.095 825
	CAEP	-15.0	-0.773 51	-30 665.5	-0.095 825
	KM	-14.786 4	-0.799 53	-30 664.5	-0.095 825
mean	CAA	-15.0	-0.663 748 9	-30 665.539	-0.095 825
	CAEP	-14.499 9	0.669 95	-30 662.5	-0.095 825
	KM	-14.7082	0.796 71	-30 655.3	-0.089 157
worst	CAA	-15.0	-0.525 589 3	-30 665.539	-0.095 825
	CAEP	-12.000 0	0.517 62	-30 636.2	-0.095 825
	KM	-14.615 4	0.791 19	-30 645.9	-0.029 144

表 1 表明,本文所采用的混沌文化算法(CAA)相比其他两种算法更具优势。在解决 f_1 、 f_3 和 f_4 ,CAA 相对其他两种算法,不仅最优解更精确,而且具有更强的稳定性。在求解效率上,本文采用的混沌文化算法和文献[12]提出的文化算法要比 KM 算法效率高。在 2 500 次迭代中,KM 算法需要对适应值函数进行约 1 400 000 次计算,而本文算法只需计算 50 000 次左右。

第五个问题为来自于文献[12]的弹簧质量的最小化模型。该模型求解当弹簧的变形量、剪应力和颤动频率为最小值时,弹簧质量的最小值。模型决策变量为弹簧簧丝直径 d 、弹簧外径 D 和弹簧圈数 N 。Arora^[17]和 Belegundu^[18]曾用各自的最优化数值方法进行过求解,但 Arora 的方法违反了约束条件 g_1 ,Belegundu 的方法求解精度不高。Coello 也曾采用过文化算法进行求解^[12]。现将本文提出的混沌文化算法用于该模型的求解,并将结果与上述的三种方法进行比较(表 2)。

表 2 弹簧质量最小化问题的比较结果

变量	最优值			
	CAA	CAEP ^[12]	Arora ^[17]	Belegundu ^[18]
$x_1(d)$	0.051 753	0.050 000	0.053 396	0.050 000
$x_2(D)$	0.358 249	0.317 395	0.399 180	0.315 900
$x_3(N)$	11.201 371	14.031 795	9.185 400	14.250 000
g_1	-0.000 116	0.000 000	0.000 019	-0.000 014
g_2	-0.000 020	-0.000 075	-0.000 018	-0.003 782
g_3	-4.056 105	-3.967 960	-4.123 832	-3.938 302
g_4	-0.726 665	-0.755 070	-0.698 283	-0.756 067
f^*	0.012 667 0	0.012 721 0	0.012 730 3	0.012 833 4

结果表明,混沌文化算法比其他方法能找到更好的解且满足所有约束条件。采用本文算法求解弹簧质量最小化问题时,

10次运行的平均值为0.012 776 6,标准差为0.000 183 0,最差结果为0.013 278 9,表明了混沌文化算法在实际的工程应用中不仅具有较高的精度,而且具有良好的稳定性。

4 结束语

混沌文化算法结合了混沌搜索优化的遍历性和文化算法的知识引导作用,既增强了算法全局搜索能力,避免出现过早收敛,同时又减少了盲目搜索的次数,提高了算法的搜索效率和精度,增强了算法的通用性。算法利用地形知识处理约束,标准知识引导混沌搜索,形势知识引导混沌扰动,三者交互进行,有效处理了问题约束条件,提高了算法的整体性能。

参考文献:

- [1] REYNOLDS R G. An introduction to cultural algorithms[C]//Proc of the 3rd Annual Conference on Evolutionary Programming. Singapore: World Scientific Publishing, 1994:131-139.
- [2] COELLO C A, BECERRA R I. Evolutionary multiobjective optimization using a cultural algorithm[C]//Proc of IEEE Swarm Intelligence Symposium. Indianapolis: IEEE Service Center, 2003:6-13.
- [3] REYNOLDS R G, SALEEM S. Cultural algorithms in dynamic environments[C]//Proc of Congress on Evolutionary Computation. San Diego: [s. n.], 2000:1513-1520.
- [4] YUAN Xiao-hui, YUAN Yan-bin. Application of cultural algorithm to generation scheduling of hydrothermal systems[J]. *Energy Conversion and Management*, 2006, 47(15-16):2192-2201.
- [5] REYNOLDS R G, ZHU Shi-nin. Knowledge-based function optimization using fuzzy cultural algorithms with evolutionary programming[J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2001, 31(1):1-18.
- [6] CHUNG C J, REYNOLDS R G. A testbed for solving optimization problems using cultural algorithms[C]//Proc of the 4th Annual Conference on Evolutionary Programming. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1996:225-236.
- [7] CHUNG C J. Knowledge-based approaches to self-adaptation in cultural algorithms[D]. Detroit: Wayne State University, 1997.
- [8] JIN Xi-dong, REYNOLDS R G. Using knowledge-based evolutionary computation to solve nonlinear constraint optimization problems: a cultural algorithm approach[C]//Proc of Congress on Evolutionary Computation. Washington DC: IEEE Service Center, 1999:1672-1678.
- [9] 李冰, 蒋慰孙. 混沌优化方法及其应用[J]. *控制理论与应用*, 1997, 14(4):613-615.
- [10] 杨迪雄, 李刚, 程耿东. 非线性函数的混沌优化方法比较研究[J]. *计算力学学报*, 2004, 21(3):257-262.
- [11] CHUNG C J, REYNOLDS R G. CAEP: an evolution-based tool for real-valued function optimization using cultural algorithms[J]. *Journal on Artificial Intelligence Tools*, 1998, 7(3):239-292.
- [12] COELLO C A, BECERRA R I. Efficient evolutionary optimization through the use of a cultural algorithm[J]. *Engineering Optimization*, 2004, 36(2):219-236.
- [13] SALEEM S M. Knowledge-based solution to dynamic optimization problems using cultural algorithms[D]. Detroit: Wayne State University, 2001.
- [14] ZHU Shi-nin, REYNOLDS R G. Fuzzy cultural algorithms with evolutionary programming[C]//Proc of the 7th International Evolutionary Programming VII. 1998:209-218.
- [15] ZHU Shi-nin. Fuzzy cultural algorithms with evolutionary programming for real-valued function optimization[D]. Detroit, Michigan: Wayne State University, 1998.
- [16] SLAWOMIR K, MICHALEWICZ Z. Evolutionary algorithms, homomorphous mappings, and constrained parameter optimization[J]. *Evolutionary Computation*, 1999, 7(1):19-44.
- [17] ARORA J S. Introduction to optimum design[M]. New York: McGraw-Hill, 1989.
- [18] BELEGUNDU A D. A study of mathematical programming methods for structural optimization[D]. Iowa: University of Iowa, 1982.
- [5] NIU Ben, ZHU Yun-long, HE Xiao-xian. Multi-population cooperative-particle swarm optimization[C]//Proc of the 8th European Conference on Advances in Artificial Life. 2005:874-883.
- [6] NIU Ben, ZHU Yun-long, HE Xiao-xian. Construction of fuzzy models for dynamic systems using multi-population cooperative particle swarm optimizer[C]//Proc of the 2nd International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery. 2005:987-1000.
- [7] 李爱国. 多粒子群协同优化算法[J]. *复旦大学学报:自然科学版*, 2004, 43(5):923-925.
- [8] MENG Hong-yun, ZHANG Xiao-hua, LIU San-yang. A co-evolutionary particle swarm optimization-based method for multiobjective optimization[C]//Proc of the 18th Australian Joint Conference on Artificial Intelligence. 2005:349-359.
- [9] 李菲菲, 姚坤, 刘希玉. 一种多微粒群协同进化算法[J]. *计算机工程与应用*, 2007, 43(22):44-46.
- [10] 张创业, 莫愿斌. 基于协同进化思想的人工鱼和粒子群混合优化算法[J]. *广西民族大学学报:自然科学版*, 2009, 15(1):74-77.
- [11] 王凌, 刘波. 微粒群优化与调度算法[M]. 北京:清华大学出版社, 2008:85-87.
- [12] 李晓磊, 邵之江, 钱积新. 一种基于动物自治体的寻优模式:鱼群算法[J]. *系统工程理论与实践*, 2002, 22(11):32-38.
- [13] 李晓磊, 路飞, 田国会, 等. 组合优化问题的人工鱼群算法应用[J]. *山东大学学报:工学版*, 2004, 34(5):64-67.
- [14] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization[C]//Proc of IEEE International Conference on Neural Networks. Perth: IEEE Service Center, 1995:1942-1948.
- [15] MO Yuan-bin, LIU He-tong, WANG Qin. Conjugate direction particle swarm optimization solving systems of nonlinear equations[J]. *Computers and Mathematics with Applications*, 2009, 57(11-12):1877-1882.
- [16] 刁东宇, 赵英凯. 带双重变异算子的自适应粒子群优化算法[J]. *计算机工程与设计*, 2009, 30(5):1186-1188.
- [17] 高丽丽, 刘弘, 李同喜. 基于文化粒子群算法的约束优化问题求解[J]. *计算机工程*, 2008, 34(5):179-181.
- [18] 甘敏, 彭辉. 一种新的自适应惩罚函数算法求解约束优化问题[J]. *信息与控制*, 2009, 38(1):25-28.
- [19] ADJIMAN C S, DALLWIG S, FLOUDAS C A, et al. A global optimization method, alphaBB, for general twice differentiable constrained NLPs-II[J]. *Theoretical Advance*, 1998, 22(9):1137-1158.
- [20] 贺益君, 陈德钊. 连续约束蚁群优化算法的构建及其在丁烯烷化过程中的应用[J]. *化工学报*, 2005, 56(9):1708-1713.
- [21] 黄海燕, 顾幸生, 刘漫丹. 求解约束优化问题的文化算法研究[J]. *自动化学报*, 2007, 33(10):1115-1120.