

基于遗传算法的多模式资源约束项目调度问题研究^{*}

王为新，李原，张开富

(西北工业大学 现代设计与集成制造技术教育部重点实验室，陕西 西安 710072)

摘要：为解决多模式资源约束项目调度问题,提出了一种混合遗传算法的求解方法。该算法采用二维编码方法来表示问题的解,基因的值表示任务的优先权和执行模式,每条染色体对应一个满足逻辑关系约束的可行任务排序,根据染色体所对应的任务调度顺序和执行模式序列可以获得一个满足资源约束的项目调度方案。应用该编码方法进行选择、交叉和变异等遗传操作,能够使搜索范围遍及整个问题解空间。实际应用表明,该算法能快速求得问题的最优解或近似最优解。

关键词：多模式；资源约束；项目调度；遗传算法

中图法分类号：TP391 文献标识码：A 文章编号：1001-3695(2007)01-0072-03

Research of Multi-Mode Resource-Constrained Project Scheduling Problem Based on Genetic Algorithm

WANG Wei-xin, LI Yuan, ZHANG Kai-fu

(State Key Laboratory of Contemporary Design & Integrated Manufacturing Technology for Ministry of Education, Northwestern Polytechnical University, Xi'an Shanxi 710072, China)

Abstract: This paper develops a hybrid genetic algorithm for solving Multi-Mode Resource-Constrained Project Scheduling Problem (MRCPSP). The objective is to determine a mode and a start time for each activity such that all constraints are observed and the project duration is minimized. A two-dimensional encoding is used in the algorithm. Each gene represents the priority and execution mode of an activity. A feasible activity sort meeting precedence constraints can be generated from a given chromosome. It can construct a scheduling meeting resource constraints by selecting the activities and their execution mode in order of their appearance in the activity sort. Using the encoding the algorithm can get all possible schedulings through genetic operators: selection, crossover, mutation. Results show that the algorithm can get near-optimal solutions of MRCPSP rapidly.

Key words: Multi-Mode；Resource-Constrained；Project Scheduling；Genetic Algorithm

资源约束项目调度问题(RCPSP)指的是一类在满足项目资源约束和任务前后约束的条件下合理安排工程各作业的开始时间,以最小化项目总工期的调度问题。在传统的 RCPSP 中,每项任务的工期和资源需求量都是固定的,称为单模式资源约束项目调度问题(SRCPSP)。多模式资源约束项目调度问题(MRCPSP)是 SRCPSP 的扩展,每项任务在执行时有多种工期和资源需求量的组合形式可供选择,与 SRCPSP 相比 MRCPSP 更接近工程实际。

MRCPSP 与 SRCPSP 一样也属于 NP-hard 问题,近年来该问题吸引着越来越多的学者对其进行研究,并提出了各种各样的优化方法,概括起来可分为以下三类:以分支定界法为代表的精确类算法^[1,2];基于优先规则的启发式算法^[3,4];以遗传算法和模拟退火算法为代表的智能优化算法^[5~7]。精确算法能求得小规模问题的最优解,但对大规模问题无能为力;启发式算法和智能优化算法不能保证求得问题的最优解,但在解决大规模问题时能在求解质量和求解效率上获得一种较好的平衡。本文针对 MRCPSP 提出了一种混合遗传算法的解决策略。

1 问题描述

在进行问题描述之前,先作如下假设:①任务一旦开始必

须进行到完工,中途不得中断,不得改变执行模式;②资源均为可更新资源,即资源能力在项目工期范围内为均匀分布;③每项任务所需资源量均小于资源的最大供应量。

设项目工期为 T ;项目共包含 n 个任务, $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 为项目的任务集, A 中第 1 个和第 n 个任务是为了描述问题方便而增设的虚拟任务,其作用是标记项目开始时间和结束时间,只有一种模式,持续时间和资源消耗量均为 0;任务 j 共有 M_j 种模式, m_j 是任务 j 所采用的模式,在该模式下对第 k 种资源的消耗量为 r_{jm_k} ,持续时间为 d_{jm_k} ;任务 j 的开始时间为 s_j ; A_t 为时刻 t 正在进行的任务集合; P_j 为任务 j 的紧前任务集合; R_k 是资源 k 的总量; K 是不同资源类型的数量,则问题可以用数学语言描述如下:

$$\min T = s_n - s_1 \quad (1)$$

$$\text{s. t. } s_i + d_{im_i} \leq s_j, \forall i \in P_j \quad (2)$$

$$\sum_{i \in A_t} r_{im_k} \leq R_k, k = 1, 2, \dots, K \quad (3)$$

式(1)定义的是目标函数,即最小化项目工期;式(2)定义的是紧前约束关系,表示任务 j 必须在其所有紧前任务均已完工的情况下才能开始进行;式(3)定义的是资源约束关系,即在时刻 t 进行的所有任务对资源 k 的消耗量不能超过其限制的数量。

2 染色体编码和解码

任务之间存在着紧前约束关系,任意的排序可能产生不可

收稿日期：2005-08-14；修返日期：2005-11-24

基金项目：国家“863/CIMS”计划资助项目(2005AA411040)

行的进行次序,如何有效地产生能够处理前后约束的编码是遗传算法解决该问题的关键。本文提出一种基于优先权的编码方案来解决该问题。

定义 设有任务链表 $V = (i_1, i_2, \dots, i_n)$, 链表中的元素为各任务的编号,元素的下标为元素所对应任务在链表中的位置,如果 V 中各任务的排列顺序满足紧前约束关系,即如果 $i \in P_j$, 任务 i 在 V 中的位置处于任务 j 的前面,则称 V 为紧前关系相容链表。

在算法中采用二维编码方法来表示 MRCSPS 的解,该编码方法如图 1 所示。染色体表示的二维结构由任务优先权和任务执行模式两行组成:第一行中 p_i 的值用来表示任务 i 的优先权,是区间 $[0, 1]$ 内的一个实数,数值越大则优先权越高;第二行中 m_i 是区间 $[1, M_i]$ 内的一个整数,用来表示任务 i 的执行模式。

p_1	p_2	\dots	p_i	\dots	p_n
m_1	m_2	\dots	m_i	\dots	m_n

图 1 解的编码方法

采用基于优先权的编码方法可以表示给定项目的所有可能紧前关系相容链表,并且任何染色体总是对应着一个紧前关系相容链表。染色体的解码过程分为两步:

(1)根据染色体所表达的任务优先权和执行模式信息生成紧前关系相容链表和执行模式序列。该过程按照一次通过方式进行:从左到右依次确定一项任务在紧前关系相容链表中的位置以及该任务的执行模式。该过程每一次迭代中的所有任务均处于下列三种状态之一:

- ①已排序任务。已经放入紧前关系相容链表中的任务。
- ②合格任务。紧前任务都是已排序任务的任务。
- ③自由任务。所有其他任务。

令 $V^j = [i_1, i_2, \dots, i_j] (j \leq n)$ 表示包含前 j 个任务的部分紧前关系相容链表; $M^j = [m_{i_1}, m_{i_2}, \dots, m_{i_j}] (j \leq n)$ 表示与部分紧前关系相容链表 V^j 相对应的执行模式序列。生成紧前关系相容链表以及执行模式序列的过程步骤如下:

- ① $i_1 \leftarrow 1, j \leftarrow 1$, 转入③。
- ② 当 $j \leq n$ 时, 转入③; 否则, 转入⑤。

③ 检查所有未排序任务, 将紧前任务全部位于 V^j 中的任务放入合格任务集 S , 转入④。

④ 将合格任务集 S 中具有最高优先权的任务放入部分紧前关系相容链表 V^j 的 i_j 之后形成新的部分紧前关系相容链表 V^{j+1} , 并将该任务的执行模式放入部分执行模式序列 M^j 的 m_{i_j} 之后, 形成新的部分执行模式序列 $M^{j+1}, j \leftarrow j + 1$, 转入②。

- ⑤ 返回完整的紧前关系相容链表和执行模式序列, 结束。

(2)根据步骤(1)所生成的紧前关系相容链表和执行模式序列,按照串行调度方案生成一可行计划。令 p_s 表示项目的开始时间, $S = (s_{i_1}, s_{i_2}, \dots, s_{i_n})$ 表示步骤(1)所得到的紧前关系相容链表中相应任务的开始时间,所对应的串行调度方案的调度过程步骤如下:

- ① $s_{i_1} \leftarrow p_s, j \leftarrow 2$, 转入②。
- ② 当 $j \leq n$ 时, 转入③; 否则, 转入⑥。
- ③ $s_{i_j} = \max\{s_j + d_{m_{i_j}}\} (j \in P_{i_j})$, 转入④。

④ 判断活动 i_j 按其执行模式 m_{i_j} 进行期间是否存在资源冲突, 如果存在资源冲突则转入⑤; 否则 $j \leftarrow j + 1$, 转入②。

$$\textcircled{5} s_{i_j} \leftarrow s_{i_j} + 1, \text{转入④}.$$

⑥ 返回所有任务的最早开始时间,结束。

3 适应度函数

对染色体进行解码得到各任务的开始时间,利用式(1)可得到项目持续时间,即目标函数值。由于 MRCSPS 的目标是最小化项目工期,因此必须将原始目标函数转换为适应度函数,以确保优秀个体具有大的适应度值。

设 v_k 是当前种群的第 k 个染色体, $f(v_k)$ 是适应度函数, T_k 是目标函数值,即项目持续时间, T_{\max} 是当前种群中的最大目标函数值。转换方法如下:

$$f(v_k) = T_{\max} - T(v_k) + \gamma \quad (4)$$

其中 γ 是一正整数,使用 γ 的目的是使选择行为从适应度比例选择调整到纯随机选择。当染色体间适应度值的差距相对较大时,为比例选择;当区别相对较小时,则选择趋向于纯随机选择。

4 遗传操作

4.1 种群的初始化

按照任务 ID 对项目任务进行升序排列,根据生成的排列顺序随机地为各任务指定一执行模式,并生成区间 $[0, 1]$ 内的一随机实数序列作为各任务的优先权,从而构成一条染色体。按照该方法生成指定数目的个体构成初始种群。

4.2 选择操作

采用常用的比例选择策略,其基本原理是根据染色体的适应度值来确定个体选择概率,各个体被选中的概率与其适应度值的大小成正比。设种群规模为 N , 个体 v_k 的适应度值为 $f(v_k)$, 则个体 v_k 被选择的概率 $P(v_k)$ 为

$$P(v_k) = f(v_k) / \sum_{i=1}^N f(v_i) \quad (5)$$

这种选择策略可以采用如下方法实现:先生成一个 $[0, 1]$ 内的随机数 r , 若 $P(v_1) + P(v_2) + \dots + P(v_{k-1}) < r \leq P(v_1) + P(v_2) + \dots + P(v_k)$ 则选择个体 v_k 。

由于选择、交叉和变异等遗传操作的随机性,它们有可能破坏掉当前种群中适应度最好的个体,从而影响算法的收敛性。为了保证每一代的优良个体不被破坏,采用最优个体保留策略^[8]。

4.3 交叉操作

采用单点交叉算子来完成交叉操作。记参与交叉的两个父代个体为 A 和 B ,随机生成一整数 $q, 1 < q < n$,由 A 和 B 在 q 点进行交叉产生的两个子代个体为 A' 和 B' 。子代个体 A' 的前 q 个任务的优先权和执行模式继承于 A ,即

$$p_i^{A'} = p_i^A, m_i^{A'} = m_i^A, i = 1, 2, \dots, q$$

A' 在 $i = q + 1, q + 2, \dots, n$ 位置上的任务优先权和执行模式来自于 B ,即

$$p_i^{A'} = p_i^B, m_i^{A'} = m_i^B, i = q + 1, q + 2, \dots, n$$

子代个体 B' 的形成过程与 A' 相似,即

$$p_i^{B'} = \begin{cases} p_i^B & i = 1, 2, \dots, q \\ p_i^A & i = q + 1, q + 2, \dots, n \end{cases} \quad m_i^{B'} = \begin{cases} m_i^B & i = 1, 2, \dots, q \\ m_i^A & i = q + 1, q + 2, \dots, n \end{cases}$$

4.4 变异操作

采用单重均匀变异算子来完成对染色体的变异操作, 变异算子依变异概率 p_m 对染色体 A 中的每个分量进行变异操作, 得到子代个体 A' 。设染色体 A 的第 q 个基因发生变异, 则子代个体 A' 各基因所表示的优先权和执行模式分别为

$$p_i^{A'} = \begin{cases} r_f & i = q \\ p_i^A & i \neq q \end{cases} \quad m_i^{A'} = \begin{cases} r_l & i = q \\ m_i^A & i \neq q \end{cases}$$

其中 r_f 为区间 $[0, 1]$ 内的随机实数, r_l 为区间 $[1, M_q]$ 内的随机整数。

5 实例计算分析

为了证明本算法的有效性, 设计了一项目实例, 该项目的网络计划图如图 2 所示, 图中共有 20 项任务, 其中首尾节点是为了描述问题方便而增设的虚拟任务。该项目需要对两种可更新资源 R_1 和 R_2 进行约束优化, 资源 R_1 和 R_2 的限量分别为 36 和 15。除起始任务和终止任务只有一种模式之外, 其余各項任务均有两种模式。该项目的具体参数如表 1 所示。

表 1 项目实例参数

任务编号	模式编号	持续时间(天)	资源强度	任务编号	模式编号	持续时间(天)	资源强度
1	1	0	0,0	11	1	5	0,8
2	1	9	3,3		2	4	4,6
3	2	6	5,4	12	1	10	12,2
	1	6	2,5		2	6	18,4
4	2	5	0,6	13	1	8	10,4
	1	6	3,4		2	5	16,6
5	2	4	5,5	14	1	5	6,0
	1	6	12,3		2	3	0,8
6	2	4	18,3	15	1	9	15,0
	1	10	10,4		2	6	15,5
7	2	8	12,5	16	1	10	12,5
	1	7	16,6		2	8	15,6
8	2	5	18,7	17	1	10	2,5
	1	5	14,4		2	7	0,8
9	2	4	14,6	18	1	4	17,3
	1	8	7,0		2	3	20,5
10	2	5	2,2	19	1	3	0,3
	1	6	9,5		2	2	8,2
	2	5	15,0	20	1	0	0,0

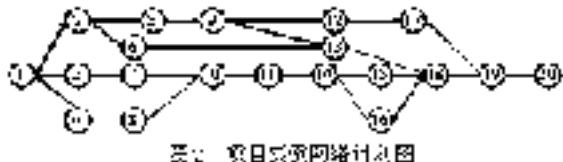


图 2 项目资源网络计划图

在利用遗传算法求解问题时, 算法参数对算法性能影响非常大。在本实例中, 取种群规模为 50, 用不同的交叉和变异概率进行了反复实验, 交叉概率分别取为 0.1, 0.2, 0.3, …, 0.9; 变异概率取为 0.01, 0.02, …, 0.09, 共 81 种组合, 每种组合实验 50 次。实验结果表明, 当交叉概率为 0.4 ~ 0.6、变异概率为 0.03 ~ 0.05 时, 利用遗传算法进行求解可获得较好的算法性能。

如果项目中的所有任务只采用第一种模式或第二种模式, 该 MRCSP 转换为 SRCPSP。同样在资源 R_1 和 R_2 的限量分别为 36 和 15 的约束条件下, 所有任务只采用第一种模式时, 项目的原始工期为 46, 利用分支定界法求得其最优解为 51; 所有

任务只采用第二种模式时, 项目的原始工期为 35, 利用分支定界法求得其最优解为 41。由于该项目中除起止节点以外每个任务有两种执行模式, 相当于 2^{18} 个单模式项目, 用分支定界法难以求出该 MRCSP 的最优解。利用本文所设计的遗传算法能求得的问题最优解为 38, 相对于只采用一种模式时的最优解 51 和 41 来说有了较大的改善。当取得最优解 38 时各任务的执行模式以及开始时间如表 2 所示。

表 2 优化后的项目任务开始时间和执行模式

任务编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
执行模式	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2
开始时间	0	0	0	0	8	12	6	4	12	11
任务编号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
执行模式	2	2	2	2	1	2	2	2	2	1
开始时间	16	23	20	20	23	25	29	33	36	38

6 结论

本文针对多模式资源约束项目调度问题, 采用了一种混合遗传算法, 设计了一种二维编码方案, 染色体的值对应着各任务在进行调度时的优先权和执行模式。根据任务的优先权进行解码操作能获得满足任务之间逻辑关系约束的紧前关系相容链, 能够彻底避免不可行调度解的产生。实例计算表明该混合遗传算法能快速有效地解决 MRCSP 问题, 是一种较好的搜索方法。

参考文献:

- [1] Sprecher A, Hartmann S, Drexel A. An Exact Algorithm for Project Scheduling with Multiple Modes [J]. OR Spektrum, 1997, 19(3): 195-203.
- [2] Hartmann S, Drexel A. Project Scheduling with Multiple Modes: A Comparison of Exact Algorithms [J]. Networks, 1998, 32(4): 283-297.
- [3] Boctor F F. Heuristics for Scheduling Projects with Resource Restrictions and Several Resource-Duration Modes [J]. International Journal of Production Research, 1993, 31(11): 2547-2558.
- [4] Boctor F F. A New and Efficient Heuristic for Scheduling Projects with Resource Restrictions and Multiple Execution Modes [J]. European Journal of Operational Research, 1996, 90(3): 349-361.
- [5] Alcaraz J, Maroto C, Ruiz R. Solving the Multi-Mode Resource-Constrained Project Scheduling Problem with Genetic Algorithms [J]. Journal of the Operational Research Society, 2003, 54(6): 614-626.
- [6] Bouleimen K, Lecocq H. A New Efficient Simulated Annealing Algorithm for the Resource-Constrained Project Scheduling Problem and Its Multiple Mode Version [J]. European Journal of Operational Research, 2003, 149(2): 268-281.
- [7] 刘士新, 王梦光, 聂义勇. 多执行模式资源受限工程调度问题的优化算法 [J]. 系统工程学报, 2001, 16(1): 55-60.
- [8] 侯健, 曲昌学, 陈月明, 等. 用基于实数编码的自适应遗传算法求解产量预测模型 [J]. 石油大学学报(自然科学版), 2002, 26(3): 55-59.

作者简介:

王为新(1980-), 男, 山东郓城人, 硕士研究生, 主要研究方向为计算机辅助设计、项目网络计划优化等; 李原(1964-), 女, 陕西西安人, 教授, 博士, 主要研究方向为计算机辅助技术、并行工程与虚拟制造技术等; 张开富(1977-), 男, 四川安岳人, 博士研究生, 主要研究方向为航空产品项目管理、计算机辅助技术。