基于 AGA 的时间最优机械臂轨迹规划算法 *

付 荣, 居鹤华
(北京工业大学 电子信息与控制工程学院, 北京 100124)

摘 要: 根据机械臂运动学约束,提出了关节空间基于自适应遗传算法(AGA)的 3-5-3 多项式插值轨迹规划算法。利用运动学约束,以最优时间为目标,针对关节型机器人在静态环境下点到点的轨迹规划问题,利用 AGA 算法解算多项式插值的时间。通过与基于 GA 的 3-5-3 多项式机械臂轨迹规划进化曲线和运动位置、速度、加速度曲线对比,证明该方法在算法收敛、运行平稳度上都有突出优点。

关键词: 机械臂; 轨迹规划; 时间最优; 自适应遗传算法; 多项式插值
中图分类号: TP242. 2 **文献标志码**: A **文章编号**: 1001-3695(2011)09-3275-04
doi:10. 3969/j. issn. 1001-3695. 2011. 09. 019

Time-optimal trajectory planning algorithm based on AGA for manipulator

FU Rong, JU He-hua
(*College of Electronic Information & Control Engineering*, *Beijing University of Technology*, *Beijing* 100124, *China*)

Abstract: According to the velocity limitation of manipulator, proposed a time-optimal 3-5-3 polynomial interpolation trajectory planning algorithm based on adaptive genetic algorithm (AGA). To plan the point-to-point trajectories for manipulator working in a static environment for time-optimal, used AGA to get the time of polynomial interpolation. The simulation results show that the algorithm has good performance on time-optimal and stability compared with 3-5-3 polynomial interpolation trajectory planning algorithm based on simple genetic algorithm.

Key words: manipulator; trajectory planning; time-optimal; adaptive genetic algorithm(AGA); polynomial interpolation

遗传算法是模拟生物在自然环境中的遗传和进化过程而形成的一种全局优化概率搜索算法。其搜索不依赖于梯度信息,尤其适用于处理传统搜索方法难于解决的复杂和非线性问题,所需的领域知识少,具有很强的鲁棒性。传统的遗传算法由于使用固定的交叉概率 P_c 和变异概率 P_m,存在无法兼顾算法的收敛速度和全局最优的问题。对自适应遗传算法,国内外已有很多学者进行了研究。Srinivas 等人[1]提出的自适应遗传算法能够在优化过程中自适应地改变 P_c 和 P_m 值,在种群趋向于最优时,增大 P_c 和 P_m 值,而在种群离散于解空间时,减小 P_c 和 P_m 值,便能达到全局最优和快速收敛的效果。刘智明等人[2]提出基于排序的改进自适应遗传算法。石山等人[3]研究了余弦改进形式的自适应遗传算子。喻寿益等人[4]提出嵌套式模糊自适应遗传算法,在一定程度上改善了自适应遗传算法的不足。

多项式插值函数计算简单,-常用于机械臂轨迹规划。分段多项式插值函数中,满足轨迹位置、速度、加速度连续且多项式次数最低的分段多项式组合为三次样条插值为 3-3-3-3-3 插值、3 段 3-5-3 多项式插值和 4-3-4 多项式插值。恽为民等人[5]将遗传算法优化引入动力学模型,提出了最小时间的机器人轨迹优化方法。将甘亚辉等人[6]提出多机器人系统的最优轨迹规划,利用遗传算法方法优化 4-4-…-4-5 多项式规划运行轨迹实现机械臂避障功能。其对象为简单的平面关节机械臂,且多项式插值系数高,计算量大。张勇等人[7]提出利用自适应遗传算法优化三次样条插值的并联机械臂轨迹规划,考虑关节速度和加速度等约束条件下运用遗传算法对各分段轨迹时间间隔进行了优化。但三次样条插值不能使加速度连续。周小燕等人[8]提出了基于 IAGA 的机械手时间最优轨迹规划,但该方法没有与多项式插值结合,虽然改进的自适应方法可以改善遗传算法的收敛效果,但是机械臂的运行效果并不理想。

综合考虑计算量和高次多项式带来的不稳定性,本文根据三自由度机械臂运动学约束,提出了关节空间基于自适应遗传算法(AGA)的 3-5-3 多项式插值轨迹规划算法。针对 B2 型月球车上驱动相机盒运动的六自由度正交解耦机械臂进行仿真实验,基于 GA 的 3-5-3 多项式机械臂轨迹规划收敛速度、运动位置、速度、加速度曲线对比,证明该方法在以上性能方面有突出优点。

1 3-5-3 样条插值函数的构造

一般来说,样条曲线是在插值点具有 $k-1$ 阶导数连续性的 k 次多项式。对于多项式样条函数,一阶导数代表速度的连续性,二阶导数代表加速度的连续性,三阶导数代表脉动。

3-5-3 样条多项式的通式为

$$h_{j1}(t) = a_{j13}t^3 + a_{j12}t^2 + a_{j11}t^1 + a_{j10} \tag{1}$$

$$h_{j2}(t) = a_{j25}t^5 + a_{j24}t^4 + a_{j23}t^3 + a_{j22}t^2 + a_{j21}t^1 + a_{j20} \tag{2}$$

$$h_{j3}(t) = a_{j33}t^3 + a_{j32}t^2 + a_{j31}t^1 + a_{j30} \quad j = 1,2,3,4,n \tag{3}$$

未知系数 a_{j1i}、a_{j2i}、a_{j3i} 为第 j 个关节轨迹第一段、第二段、第三段插值函数的第 i 个系数,$h_{j1}(t)$、$h_{j2}(t)$、$h_{j3}(t)$ 分别代表第 j

收稿日期: 2011-03-03; **修回日期**: 2011-04-23 **基金项目**: 国家"863"计划资助项目(2008AA0085); 国家自然科学基金资助项目(60975065)

作者简介: 付荣(1986-),女,北京怀柔人,硕士,主要研究方向为机械臂轨迹规划(gigglefurong@ yahoo. com. cn); 居鹤华(1969-),男,教授,博士,主要研究方向为机器人自主运动控制.

段关节的第一段三次多项式轨迹、第二段五次多项式轨迹和第三段三次多项式轨迹，n 表示关节个数。T_j、J_j、A_j、V_j、X_j 表示第 j 段关节插值的时间、脉动、加速度、速度和位置。X_j 表示的位置是笛卡尔系下机械臂运动的空间坐标通过逆运动学解算得出的关节角度。已知条件为第 j 个关节各段的初始点 X_{j0}、路径点 X_{j1} 和 X_{j2}、末端点 X_{j3} 以及初始点和终点的加速度、速度 A_{j0}、A_{j3}、V_{j0}、V_{j3}（一般取为 0）。路径点之间的速度与加速度连续。根据以上条件，推导出求解未知系数 a_{ji} 与插值点的关系式(4)-(7)。式(4)中的 t_1、t_2、t_3 表示第 j 段关节的 3 段多项式插值的时间。式(6)即是系数 a_{ji} 的解。

$$A=\begin{bmatrix} t_1^3 & t_1^2 & t_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3t_1^2 & 2t_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6t_1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & t_2^5 & t_2^4 & t_2^3 & t_2^2 & t_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5t_2^4 & 4t_2^3 & 3t_2^2 & 2t_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 20t_2^3 & 12t_2^2 & 6t_2 & 2 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t_3^3 & t_3^2 & t_3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3t_3^2 & 2t_3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6t_3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$b=[0\quad 0\quad 0\quad 0\quad 0\quad 0\quad X_{j3}\quad 0\quad 0\quad X_{j0}\quad 0\quad 0\quad X_{j2}\quad X_{j1}]^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

$$a=\mathrm{iv}_n(A)\times b \tag{6}$$

$$a=[a_{j13}\quad a_{j12}\quad a_{j11}\quad a_{j10}\quad a_{j25}\quad a_{j24}\quad a_{j23}\quad a_{j22}\quad a_{j21}\quad a_{j20}\quad a_{j33}\quad a_{j32}\quad a_{j31}\quad a_{j30}]^{\mathrm{T}} \tag{7}$$

2　时间最优问题求解

式(4)(7)对 3-5-3 多项式未知系数的解算是以每段多项式插值时间已知为基础的。如何选择最优的时间，使机械臂在最短的时间内完成运动且满足速度约束，是本文研究的主要内容。优化目标是满足运动学约束的所有关节的运动时间最短。其函数为

$$f(t)=\min\sum_{j=0}^{n}t_{j1}+t_{j2}+t_{j3} \tag{8}$$

$$\begin{gathered}\text{s.t.}\ \max\{|V_{j1}|\}\leqslant V_{\max},\max\{|V_{j2}|\}\leqslant V_{\max}\\ \max\{|V_{j3}|\}\leqslant V_{\max}\\ j=1,2,3,4,n\end{gathered} \tag{9}$$

式(8)中：V_{j1}、V_{j2}、V_{j3} 是第 j 个关节每段多项式随时间变化的速度。对机械臂每个关节单独进行优化。第 j 个关节优化目标函数为

$$f(t)=\min(t_{j1}+t_{j2}+t_{j3}) \tag{10}$$

3-5-3 多项式插值函数应用粒子群算法，如何选择自变量以确定因变量 x_{id}^k，并选择出最佳 x_{id}^k 是关键问题。式(4)(7)中时间 t_1、t_2、t_3 是待优化的未知量，系数 a_{ji} 也是待求解的未知数。如果把未知系数 a_{ji} 当做自变量，t_1、t_2、t_3 当做因变量，待优化的变量维数为 14，计算量大且复杂。本文直接在待优化时间 t_1、t_2、t_3 的搜索空间里优化，搜索维数降低为 3 维，避免了推导复杂的映射关系。t_1、t_2、t_3 是未知量，其搜索空间需要根据经验设定在尽可能大的范围。为了使关节运动速度尽快收敛到约束内，采用两种适应度函数的开关控制。在满足运动学约束后，进行时间最优的自适应遗传算法优化迭代。

适应度函数取目标函数的负数为

$$\mathrm{fit}(t)=-f(t) \tag{11}$$

具体步骤如下：

a)初始化种群。对第 j 个关节的三段插值函数时间的搜索空间中分别随机产生 M 个 l 位二进制串基因码组成的种群，构成种群 POPt1、POPt2、POTt3。假设 x_t^i 是 ml 维的行向量，表示第 t 代的第 i 个个体。其中，$i\in\{1,2,\cdots,M\}$。每个个体用 l 位二进制表示。个体 x_t^i 的第 k 个长度为 l 的二进制编码串转换为实数的解码函数 Γ 为

$$\Gamma(x_t^i,k)=u_k+\frac{v_k-u_k}{2^l-1}\left(\sum_{n=1}^{l}x_t^{l(kl+n)}\times 2^{n-1}\right) \tag{12}$$

其中：v_k、u_k 分别表示为第 k 个实数范围的上限和下限。随机产生基因码的值，并计算相应的实数。

b)根据产生的 M 组 3-5-3 多项式插值时间组合，代入式(4)(7)，求解出 a_{ji} 的系数矩阵 a。

c)将系数矩阵 a 代入式(1)(3)求解出三段多项式。多项式对时间求导，得到三段多项式的速度函数。判断多项式的最大速度是否符合式(9)。

d)适应度函数的构建有两个任务：首先使机械臂运动速度收敛到运动学约束内；然后使各段插值时间尽量减小。对 c)的计算结果采用两个适应度函数切换的开关控制，即如果三段中的任一速度函数不符合式(9)，该段的目标函数为 $|v(j,i)|$。如果三段的速度全部满足式(9)的约束，则目标函数切换为 $\min(t_{ji})$，以减小每段关节运行时间为优化目标进行迭代。其中 j 为 M 组种群的第 j 组，i 为多项式插值的段数，取值范围是 1、2、3。如果有的个体不满足其运动学约束，在下一步中，该个体被淘汰的几率会增加。

e)自适应遗传操作：

(a)选择。一般遗传算法中采用的选择方式为轮盘赌选择机制，其最大的缺点是容易导致进化过程中出现过早收敛和停滞。为了解决这个问题，AGA 采用优胜劣汰选择策略。将适应度函数按升序排列，每次随机地从种群中挑选一定数目的个体，并将其中最好的选做父个体。

(b)交叉和变异。通过计算种群的平均适应度 f_{avg} 与种群最优适应度 $f_{\max}$ 之间的关系来判别遗传算法是否收敛于最优：当最优解的适应度与平均适应度接近，即 $|f_{\max}-f_{\mathrm{avg}}|$ 变小时，种群收敛于最优解的可能性大于种群发散在解空间的可能性；反之亦然。P_c 和 P_m 值依赖于 $|f_{\max}-f_{\mathrm{avg}}|$ 的变化，当整个种群趋于收敛时，增大 P_c 和 P_m 值，反之减小。为了得到好的效果，既要避免算法收敛于局部最优，也要防止优良基因受到破坏，因此适应度较优的个体应有较小的 P_c 和 P_m 值，而适应度较劣的个体应有较大的 P_c 和 P_m 值[8]。这样提高了群体中表现优良的个体的交叉率和变异率，使它们不会处于一种近似停滞不前的状态。自适应交叉率和变异率为[9]：

$$P_c=\begin{cases}P_{c1}-\dfrac{(P_{c1}-P_{c2})(f'-f_{\mathrm{avg}})}{f_{\max}-f_{\mathrm{avg}}} & f'\geqslant f_{\mathrm{avg}}\\ P_{c1} & f'\geqslant f_{\mathrm{avg}}\end{cases} \tag{13}$$

$$P_m=\begin{cases}P_{m1}-\dfrac{(P_{m1}-P_{m2})(f_{\max}-f)}{f_{\max}-f_{\mathrm{avg}}} & f\geqslant f_{\mathrm{avg}}\\ P_{m1} & f\geqslant f_{\mathrm{avg}}\end{cases} \tag{14}$$

其中：f' 是要交叉的两个个体中较大的适应度值，f 为要变异个体的适应度值。为了保证每一代的优良个体不被破坏，采用精英选择策略，选择适应度最优的个体，直接复制到下一代中。上式中 $P_{c1}=0.9$，$P_{c2}=0.4$，$P_{m1}=0.1$，$P_{m2}=0.01$。

f)构成新的 $M\times 3$ 种群 POPt1、POPt2、POPt3。

g)满足终止条件则算法结束,否则转 b)。

h)完成所有关节的时间优化。每段时间取各关节该段时间的最大值,以确保满足运动学约束。

$$t_1 = \max\{t_{j1}\};t_2 = \max\{t_{j2}\};t_3 = \max\{t_{j3}\} \quad j = 1,2,3,4,n$$

遗传算法需要循环迭代。本文研究的遗传算法是在优化目标的搜索空间内搜索,在计算式(4)时,如果迭代步数很大,易造成矩阵不满秩,这影响了该方法在复杂目标优化的应用,所以在每一步迭代过程中,都要检验新产生种群是否有实数值为 0 的个体。如果有,则要重新随机产生该个体的值。

3　仿真与实验结果

本文研究 B2 型月球车上驱动相机盒运动的六自由度正交解耦机械臂,整体结构如图 1 所示。机械臂腕心位置即相机盒位置。关节 1 ~3 旋转方向两两正交,解耦于控制相机盒定向的关节 4 ~6,如图 2 所示。

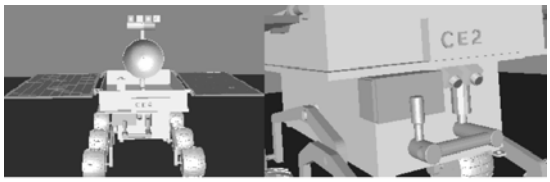

图1　机械臂整体结构

运动学建模采用标准 D-H 坐标系法,如图 2 所示。为了研究其位置控制,实验仿真只针对前三个关节。驱动位置控制的前三个关节 D-H 参数如表 1 所示。

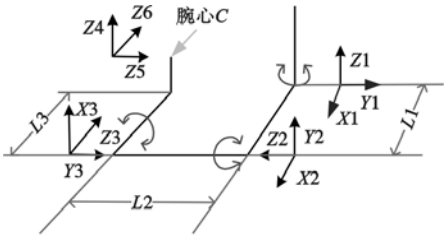

图2　D-H坐标系

表 1　D-H 参数表

关节	θ	α	cos α	sin α	a	d
1	θ_1	0	1	0	$L1$	0
2	θ_2	90°	0	0	0	$L2$
3	θ_3	90°	0	1	0	$L3$

采用欧几里德范数可以求解出机械臂位置控制和方向控制的各关节角度的逆运动学解析解。其逆运动学推导已在前期工作中完成[10]。

如图 3 所示,在笛卡尔系下给定机械臂末端的轨迹插值点。由逆运动学将各空间位置插值点转换为关节空间的角度插值点。

第一关节至第三关节的初始位置、路径点和终点所对应的角度如表 2 所示。

表 2　各关节的角度插值点

类别	关节位置 x		
	节点 1	节点 2	节点 3
X_0	1.569	-0.761	0.731
X_1	1.532	-0.978	0.525
X_2	1.351	-1.511	0.713
X_3	1.131	-2.140	0.896

每个关节三段插值都有 100 个二进制字符串长度为 8 的个体。二进制解码为实数的上下限 02.55 s。遗传算法迭代时间为 50 步。关节允许的最大运动速度是 $V_{max} = 3$ m/s。初始和终点的速度与加速度都是 0。

采用基于 GA 的 3-5-3 多项式插值算法,确定每段插值的最优时间。交叉率和变异率分别为 0.8 和 0.01。图 46 是遗传算法迭代中某个个体的进化过程。三个关节每段插值都收敛到一个实数。为了确保收敛迅速,在交叉和变异过程中保留一组适应度函数最小值的个体作为下一代父类中的一个个体。可以看出由于变异的存在,在收敛过程中结果会有突变。根据步骤 h),得到关节插值时间为 $t_1 = 0.61$,$t_2 = 1.60$,$t_3 = 0.69$。根据该插值时间,得到关节的运动位置、速度和加速度的变化曲线如图 79 所示。

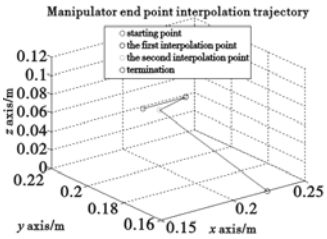

图3　笛卡尔系下的机械臂末端轨迹插值点

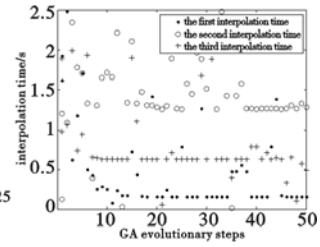

图4　第一关节遗传算法进化

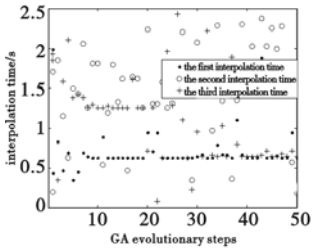

图5　第二关节遗传算法进化

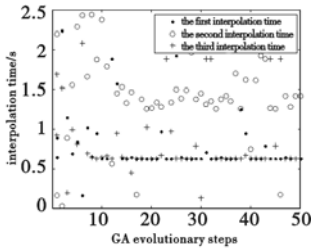

图6　第三关节遗传算法进化

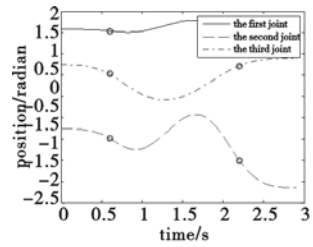

图7　基于GA的时间最优的机械臂关节位置曲线

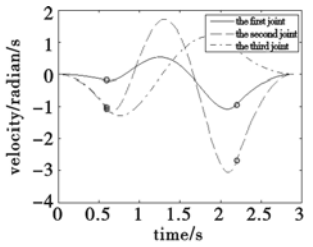

图8　基于GA的时间最优的机械臂关节速度曲线

根据步骤 a)h),图 1012 是自适应遗传算法迭代中某个个体的进化过程。根据步骤 h),得到关节插值时间为 $t_1 = 0.39$,$t_2 = 1.25$,$t_3 = 1.25$。根据该插值时间,得到关节的运动位置、速度和加速度的变化曲线如图 1315 所示。

从个体进化图的对比看出,自适应遗传算法比基本遗传算法收敛速度快。针对第二关节插值时间的进化图 6 和图 12 的对比,证明其收敛效果好。虽然得到的每段插值的结果比遗传算法进化结果相差无几(0.01 s)可以忽略,但是图 15 显示的速度曲线没有达到速度约束极值,比普通遗传算法节省能耗,增加了运行的稳定性。

4　结束语

本文以六自由度解耦机械手臂位置控制(三关节机械臂)为例,根据机械臂运动学的速度约束,提出了在关节空间中基于自适应遗传算法的时间最优的 3-5-3 多项式插值轨迹规划方法。

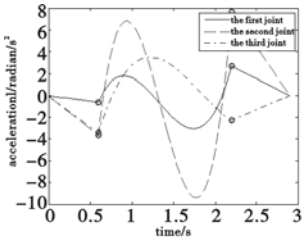

图9　基于GA的时间最优的机械臂关节加速度曲线

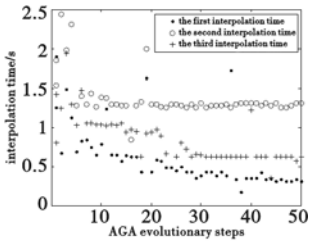

图10　第一关节自适应遗传算法进化

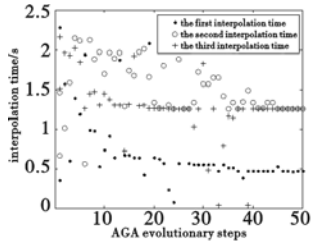

图11　第二关节自适应遗传算法进化

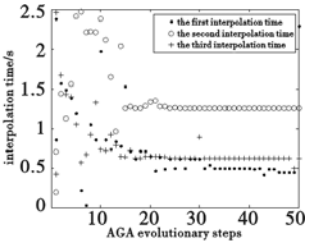

图12　第三关节自适应遗传算法进化

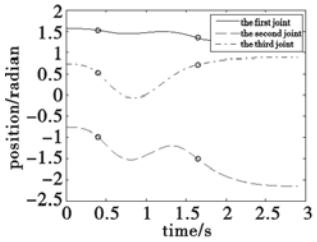

图13　基于AGA的时间最优机械臂关节位置曲线

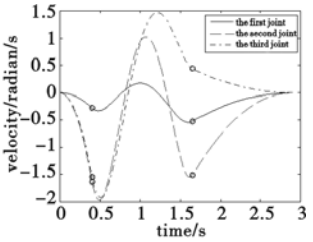

图14　基于AGA的时间最优机械臂关节速度曲线

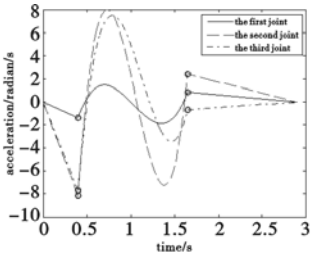

图15　基于AGA的时间最优机械臂关节加速度曲线

P_c 和 P_m 参数的选择对遗传算法的寻优性能影响很大。普通遗传算法在进化过程中采用固定的 P_c、P_m 值使收敛速度慢,容易陷入早熟收敛;自适应遗传算法根据适应度的分散程度自适应改变 P_c、P_m,明显改善了遗传算法的搜索性能。本文核心是利用自适应遗传算法优化多项式插值时间,通过与普通遗传算法进化过程作对比,可以看出自适应遗传算法比普通遗传算法提高了收敛速度,并使后者减少趋于局域最优解的情况。实验证明,两个算法虽然在优化上都使在满足运动学约束的条件下性能达到优化,但自适应遗传算法的优化不仅避免了遗传算法存在的收敛速度慢和早熟收敛等问题,还减小了机械臂运动能耗,增加了运行平稳性。

参考文献:

[1] SRINIVAS M, PATNA IK L M. Adaptive probabilities of crossover and mutation in genetic algorithm[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics,1994,24(4):656-667.

[2] 刘智明,贺新. 基于排序的改进自适应遗传算法[J]. 信息与控制,2004,33(1):6-8.

[3] 石山,励庆孚,王兴华. 基于自适应遗传算法的无刷直流电机的优化设计[J]. 西安交通大学学报,2002,36(12):1215-1218.

[4] 喻寿益, 邝溯琼. 嵌套式模糊自适应遗传算法[J]. 控制工程,2010,17(1):75-79.

[5] 恽为民,戴先中,席裕庚. 基于遗传算法的多机器人关节空间最优运动规划[J]. 机器人,1997,17(4):206-217.

[6] 甘亚辉,戴先中. 基于遗传算法的多机器人系统的最优轨迹规划[J]. 控制理论与应用,2010,27(9):1245-1251.

[7] 张勇,张宪民,胡峻峰,等. 高速并联机械手最优时间轨迹规划及实现[J]. 机电工程技术,2010,39(10):42-45.

[8] 周小燕,高峰,鲍官军,等. 基于 IAGA 的机械手时间最优轨迹规划[J]. 机电工程,2009,26(8):1-3.

[9] 王小平,曹立明. 遗传算法理论应用与软件实现[M]. 西安:西安交通大学出版社,2002:1-101.

[10] 付荣,居鹤华. 高精度解耦六自由度机械臂逆运动学解法[J]. 计算机测量与控制,2010,18(7):1637-1640.

[11] 刘超,欧杰,曹祺. 基于自适应遗传算法的航迹规划研究[J]. 飞行力学,2010,28(1):36-39.

(上接第 3274 页)

5　结束语

本文根据多起重机共直流母线节能系统的结构及组成特点,构建了系统形式化模型及等效电路;利用混杂系统理论,逐一建立等效电路中各单元电路模型,进而得到系统整体模型。仿真研究了系统直流母线的功率和电压,验证了所建模型的合理性,提出了通过协调调度起重机状态提高节能效果,保证系统可靠运行的新方法,为更好地开展多起重机协调调度节能控制算法的研究提供了仿真模型。

参考文献:

[1] 王万新. 公共直流母线在交流传动中的应用[J]. 电气传动,2002,32(5):57-58.

[2] 王云飞,杨耕. 通用变频器—感应起重机系统的起重机耗能型制动控制方法[J]. 电工技术学报, 2006,21(1):87-92.

[3] 刘永峰,谢吉华. 变频器回馈制动研究[J]. 变频器世界,2008(8):52-54.

[4] GOEBEL R, SANFELICE R G, TEEL A R. Hybrid dynamical systems[J]. IEEE Control Systems Magazine,2009(4): 28-93.

[5] 侯媛彬, 李倩. 基于 Petri 网分解技术的自动化物流系统建模分析[J]. 计算机应用研究, 2010,27(11):4133-4135.

[6] 薛乐,廖沐,魏晨,等. 混合系统及其建模[J]. 系统仿真学报,2004,16(3):375-380.

[7] 田晓丹,罗飞,许玉格. 基于细胞自动机的电梯混合系统建模及仿真[J]. 系统仿真学报,2008,20(10):2740-2745.

[8] 赵小翠, 罗飞, 许玉格. 混合电梯群控系统建模及新型优化调度策略[J]. 计算机应用研究, 2010,27(9):3290-3293.

[9] 秦琳琳,石春,吴刚. 基于混杂系统的温室天窗温度系统建模[J]. 系统仿真学报,2010,22(4):833-836.

[10] 徐大平, 高峰, 吕跃刚. 基于混杂系统的风力发电机组建模与控制[J]. 动力工程,2009,29(4):369-375.

[11] 张悦,王东风,韩璞,等. 一类混杂系统的推广自动机模型及其仿真[J]. 系统仿真学报,2007,19(15):3546-3549.

[12] 张萌, 高德远, 樊晓桠. 基于混合自动机的 PSL 模型研究[J]. 计算机应用研究, 2010,27(1):196-199.

[13] 林健. 三阶段法与活动周期图[J]. 北京航空航天大学学报,1995,21(3):76-81.

[14] 王维平. 离散事件系统建模与仿真[M]. 北京:科学出版社,2007.

[15] PAUL R J. Activity cycle diagrams and the three phase method[C]//Proc of the 25th Conference on Winter Simulation. 1993:123-131.

[16] MARTINEZ J C. EZStrobe-general-purpose simulation system based on activity cycle diagrams[C]//Proc of Winter Simulation Conference Proceedings. 2001: 1556-1564.

[17] De LARA A F W, HIRATA C M. Translating activity cycle diagrams to Java simulation programs[C]//Proc of the 37th IEEE Annual Symposium on Simulation. 2004:157-164.