

一种改进正态逆高斯分布模型的图像去噪算法*

兰小艳^a, 陈莉^{a†}, 贾建^{a,b}, 林皓^a

(西北大学 a. 信息科学与技术学院; b. 数学学院, 西安 710127)

摘要: 针对传统去噪算法去除含噪声较大的图像时仍有部分噪声残留的问题, 基于变换域提出一种改进正态逆高斯分布的图像去噪算法。该算法在非下采样剪切波变换域, 利用最优线性插值阈值函数改进正态逆高斯模型作为系数分布模型, 对高频子带分解系数进行统计建模, 以贝叶斯最大后验概率理论实现图像去噪。实验结果表明对于添加不同标准差的高斯白噪声图像, 该算法在有效保留图像细节和纹理信息的同时在峰值信噪比方面优于同类去噪算法。

关键词: 图像处理; 非下采样剪切波变换; 正态逆高斯分布; 最优线性插值阈值; 图像去噪

中图分类号: TN911.73 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2017)10-3188-05

doi: 10.3969/j.issn.1001-3695.2017.10.068

Improved image denoising algorithm based on normal inverse Gaussian distribution model

Lan Xiaoyan^a, Chen Li^{a†}, Jia Jian^{a,b}, Lin Hao^a

(a. School of Information & Technology, b. School of Mathematics, Northwest University, Xi'an 710127, China)

Abstract: Aiming at this problem that the traditional denoising algorithms still exist some residual noise when removing large noise from noisy images. This paper proposed an improved image denoising algorithm based on normal inverse Gaussian model. The algorithm could decompose image into frequency coefficients in the non-subsampled shearlet transform, and used the optimal linear threshold interpolation shrink function to improve normal inverse Gaussian model as the coefficient distribution model. Then the algorithm could build a statistic model using the high frequency subband decomposition coefficients, and finally achieved the noise removal using Bayesian maximum a posterior probability. Experimental results show that corrupted images with additive Gaussian noise over a wide range of noise variance. The proposed method can effectively preserve the image details and texture information, and a state-of-the-art performance in terms of peak signal-to-noise ratio.

Key words: image processing; non-subsampled shearlet transform; normal inverse Gaussian model; OLI-Shrink threshold value; image denoising

0 引言

图像在获取和传输的过程中易产生噪声, 其影响图像后续处理的有效性和可靠性。为了图像在后续处理中不受影响, 改善图像的质量, 去除其噪声显得很有必要。

传统图像去噪算法可分为两类, 基于空域的去噪算法和基于变换域的去噪算法。以中值滤波^[1]、均值滤波^[2]和非局部均值滤波^[3]等为代表的空域滤波法, 是利用图像自相似性和非局部自相似性进行滤波, 其算法简单、计算效率高, 适用于处理噪声影响较小的图像。以小波变换^[4]为代表的频域滤波是目前应用最广泛的滤波方法, Mallat^[5]将快速小波变换应用于图像去噪, 该方法中快速小波具有有效的稀疏表示能力, 适合于处理噪声方差较小的图像, 但由于小波自身的局限性使得在表示二维及高维信号时略显不足。为此, 学者们提出了多尺度变换工具, 目前应用最多的有 shearlet、非下采样轮廓波变换 (non-subsampled contourlet transform, NSCT) 与非下采样剪切波

变换 (non-subsampled shearlet transform, NSST)。与其他变换工具相比, NSST 具有分解速度快、方向敏感性和平移不变性的优点, 其分解系数能够较准确地表示图像内容信息, 有利于提升去噪效果。因此, 本文选用 NSST 研究变换域下的图像去噪。

为了提升变换域图像去噪效果, 基于变换域统计模型的图像去噪有两个关键: a) 选择合适的系数分布模型; b) 利用有效的去噪算法。系数分布模型的选取直接关系到系数稀疏性的表达, Chang 等人^[6]利用广义高斯模型作为系数分布模型, 提出贝叶斯阈值收缩去噪算法, Crouse 等人^[7]提出了隐马尔可夫树模型, Portilla 等人^[8]利用高斯尺度混合模型, Endur 等人^[9]提出了双变量模型。这些系数分布模型能够很好地拟合系数分布, 从而改进图像去噪效果, 但对于噪声影响较大的图像, 其对分解系数的拟合存在欠缺。Elad 等人^[10]提出 K-SVD 算法, 该方法利用过完备冗余字典有效地表示了图像的信息结构特征, 实现图像去噪, 但训练冗余字典时间复杂度较高。Foi 等人^[11]提出 SA-DCT 算法, 该方法利用邻域自适应表示图像的

收稿日期: 2016-07-16; **修回日期:** 2016-09-05 **基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(61379010, 61502219); 国家科技支撑计划项目(2013BAH49F03); 中国博士后科学基金资助项目(2015M582697)

作者简介: 兰小艳(1991-), 女, 山西吕梁人, 硕士, 主要研究方向为智能信息处理; 陈莉(1963-), 女(通信作者), 教授, 博导, 主要研究方向为数据库、数据挖掘、智能信息处理(chenli@nwu.edu.cn); 贾建(1977-), 男, 副教授, 博士(后), 主要研究方向为模式识别、智能信息处理; 林皓(1990-), 男, 主要研究方向为数据挖掘、智能信息处理。

稀疏性,运行速度快,邻域信息与待处理区域有一定的相似性,利用相似性实现去噪,但存在偏差,去噪后的图像出现平滑、失真。Barndorff-nielesn 等人^[12]提出正态逆高斯模型,该模型能够准确描述曲线的形状特征,可以对不同程度拖尾的图像分解系数进行准确建模且取得较好结果^[13,14]。为了更好地表示系数的稀疏性,保留图像的细节信息,改进噪声影响较大图像的去噪效果,频域系数模型的准确估计仍有待提升。

针对现有先验模型对噪声方差较大的图像,系数分布估计的准确性存在的缺陷,本文以最优线性阈值函数^[15]改进正态逆高斯模型^[16]作为系数分布的先验模型,利用贝叶斯最大后验概率估计原图像分解系数,实现图像去噪。

1 非下采样 shearlet 变换理论

非下采样 shearlet 变换^[17,18]具有分解速度快、方向敏感性和平移不变性的优点。本文利用该变换分解含噪图像,灰度图像为二维图像,即维数为 $n=2$ 时,其定义为

$$M_{AB}(\psi) = \{ \psi_{j,l,k}(x) = |\det A|^{j/2} \psi(S^j A^l x - k); j, l \in Z, k \in Z^2 \} \quad (1)$$

其中: $\psi \in L^2(R^2)$, A 和 S 是 2×2 的可逆矩阵, $|\det S| = 1$ 。 A 表示各向异性膨胀矩阵,其控制 shearlet 变换的尺度, A^l 与尺度变换相关联。 S 表示剪切矩阵,其控制 shearlet 变换的方向, S^j 与保持面积不变的几何变换相关联。对于任意的尺度参数 $\alpha > 0$ 和方向参数 $s \in R$, α 和取不同的值时, shearlet 变换的频域支集如图 1, 本文与文献^[19]中选用同样的参数 $\alpha = 2, s = 1$ 。矩阵 A, S 定义为

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \sqrt{\alpha} \end{pmatrix} \quad S = \begin{pmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

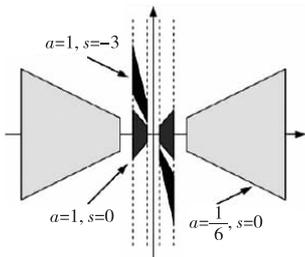


图 1 不同 α 和 s 的 shearlet 频域支集图

由图 1 可知,不同尺度的梯形支撑区域关于原点对称。该区域能够很好地表示图像曲线特征、边缘细节特征和奇异性特征。

NSST 通过级联非下采样金字塔滤波器和非下采样剪切波滤波器,与拉普拉斯金字塔相比,非下采样金字塔滤波器组没有下采样的过程,因此具备平移不变性。它能够将图像分解为与原图像相同大小的高频子带和低频子带,如图 2 所示,每层分解是在上一层的低频子带上进行分解,得到 $k+1$ 条子带信息,有 k 条高频子带,一条低频子带。与 shearlet 变换相比,这一特性避免了图像在奇异点处产生伪吉布斯现象。非下采样剪切波滤波器将高频子带分解为方向子带,使得 NSST 具有方向敏感性。因此,NSST 能够在尺度和方向方面很好地表示图像信息。文献^[20]利用 NSCT 作为变换工具,与 NSST 变换相比,分解图像时间复杂度较高,影响去噪实时性。相同条件下 shearlet 变换分解速度最快,由于没有下采样不具有平移不变性。为了说明这些多尺度变换分解图像的时间复杂度,

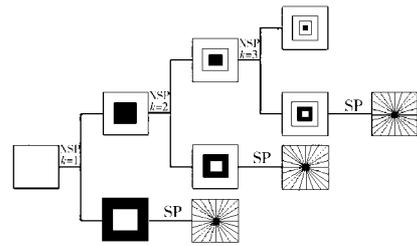


图 2 NSST 的多个尺度多个方向的分解子带

本文选取标准图像数据库中的 Lena, Barbara 图,分别加噪声标准差为 20、30、50,比较相同条件下 NSST、NSCT 和 shearlet 对同一图像分解所用的时间,实验结果如表 1 所示。

表 1 三类多尺度变换工具分解噪声图像所用的时间 /s

Image	Noise variance	Multi-scale transform		
		本文 NSST/s	NSCT/s	shearlet/s
Lena	20	28.651	553.765	16.451
	30	27.214	552.877	16.869
	50	25.948	551.249	16.430
Barbara	20	26.899	554.755	16.593
	30	28.430	687.268	16.499
	50	27.033	605.103	15.998

由表 1 可知,对于添加不同噪声标准差的图像也存在相同的结论, shearlet 变换分解图像所需时间最少,但 shearlet 变换不具有平移不变性,在图像奇异点处会产生伪吉布斯现象。NSCT 虽然具有平移不变性,但时间复杂度高,是 NSST 所用时间的 20 倍之多。NSST 变换时间复杂度虽然高于 shearlet 变换,但不及 shearlet 变换的 2 倍,从时间复杂度和平移不变性上,本文采用 NSST 变换分解图像,在 NSST 变换域下实现图像去噪。

2 非下采样 shearlet 变换域图像去噪

基于变换域的图像去噪,系数模型的选取是去噪的关键。选用准确、合适的系数分布模型是图像稀疏性表达的前提,本文以最优线性插值阈值函数改进正态逆高斯模型为先验模型、利用贝叶斯后验概率理论估计原图像分解系数,实现去噪。

设受高斯加性噪声污染的原始图像,经过 NSST 变换,得到变换后的分解系数如下式:

$$y = x + n \quad (3)$$

NSST 分解的低频子带中含有图像的大部分真实信息,而噪声主要集中在高频子带,利用 Bayes 最大后验对高频子带分解系数作估计可以实现去噪,即根据已知系数 y 估计 x ,使后验概率 $f_{x|y}(x|y)$ 最大,其估计值为

$$\hat{x}(y) = \arg \max \{ f_{x|y}(x|y) \} = \arg \max \{ f_n(y-x) \times f_x(x) \} \quad (4)$$

其中: $f_x(\cdot)$ 为无噪图像的先验分布, $f_n(\cdot)$ 为噪声的概率分布。为了计算式(4),首先需要估计先验 $f_x(x)$,本文以最优线性插值阈值函数改进的正态逆高斯模型为系数分布模型,其正态逆高斯分布概率密度函数为

$$f_x(x) = \frac{\alpha \delta}{\pi q(x)} \times \exp\{p(x)\} \times K_1[\alpha q(x)] \quad (5)$$

其中: $p(x) = \delta \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + \beta(x - \mu)$, $q(x) = \sqrt{\delta^2 + (x^2 - \mu^2)}$, $K_d(\cdot)$ 是索引为 d 的第二类修正贝塞尔函数。由式(5)可以看到, NIG 分布由 $(\alpha, \beta, \mu, \delta)$ 共 4 个参数来表征。取值灵活,可以对重拖尾信号进行准确建模。其中,参数 α 为特征因子,它控制分布衰减速度, α 越小,分布衰减得越慢,拖尾越重;参数 β 为偏斜因子,决定分布偏斜程度, μ 为平移参数, δ 为尺度参数。而图像信息的分解系数一般为对称分布,因此对应参数

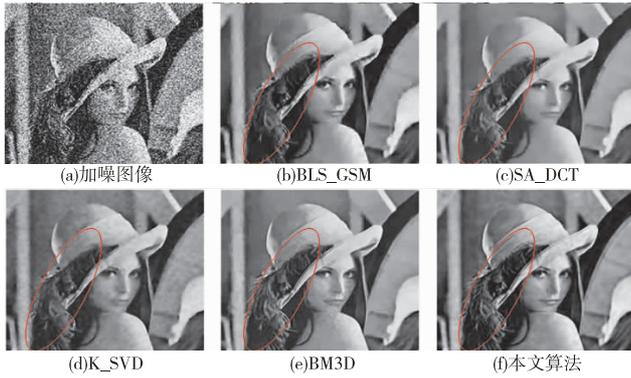


图 6 添加噪声标准差为 $\sigma = 50$ 的 Lena 图及不同去噪算法结果对比

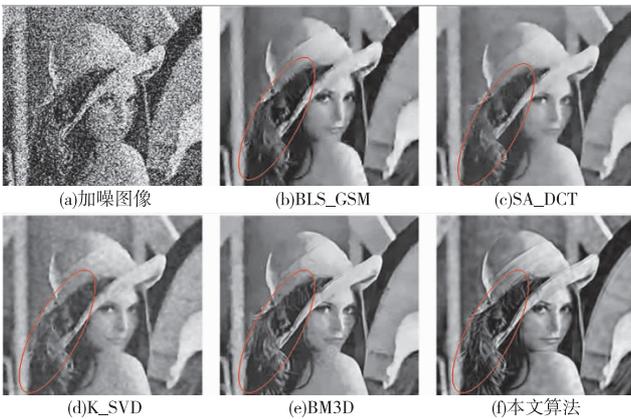


图 7 添加噪声标准差为 $\sigma = 75$ 的 Lena 图及不同去噪算法结果对比

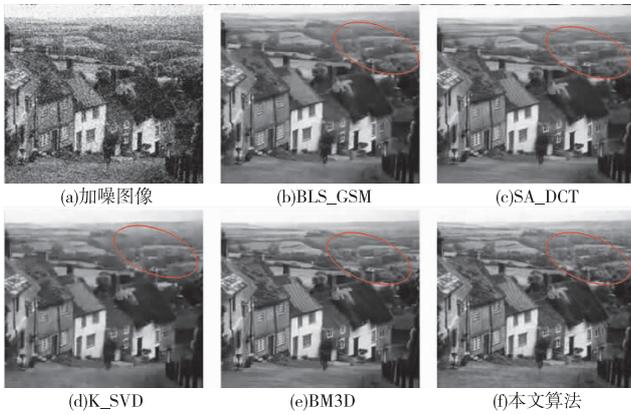


图 8 添加噪声标准差为 $\sigma = 25$ 的 Hill 图及不同去噪算法结果对比

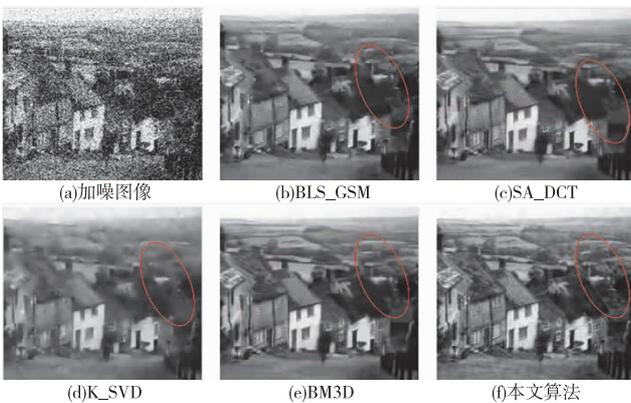


图 9 添加噪声标准差为 $\sigma = 50$ 的 Hill 图及不同去噪算法结果对比。图上的纹理信息在对比算法中不够清晰,帽檐处羽毛等细节信息出现平滑,Hill 图像中远处的山景被平滑,视觉不够清晰,近处的房子等细节信息存在视觉模糊。本文算法相比其他去噪算法,能够保留更多的细节信息。

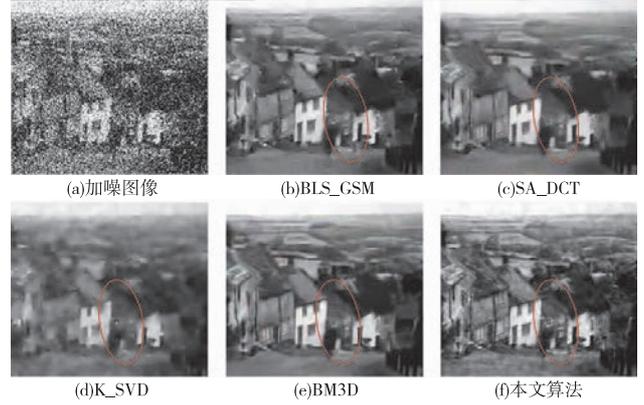


图 10 添加噪声标准差为 $\sigma = 75$ 的 Hill 图及不同去噪算法结果对比

3.2 客观评价

为了验证本文算法的有效性与其可行性,以峰值信噪比作为客观评价指标,对选取添加不同噪声数据库中的 Lena、Boat、

表 2 不同去噪算法对不同标准差的噪声对应的峰值信噪比 /dB

Image	Algorithm	Noise variance							
		5	10	15	20	25	50	75	100
Lena	BLS_GSM	38.21	35.25	33.53	32.29	31.32	28.27	26.56	25.44
	SA_DCT	38.51	35.56	33.85	32.62	31.65	28.59	26.75	25.49
	K_SVD	38.62	35.51	33.66	32.42	31.32	27.80	25.76	24.47
	BM3D	38.72	35.93	34.27	33.05	32.08	29.05	27.26	25.95
	shearlet	38.94	35.91	34.23	32.56	31.42	28.78	26.53	25.34
	NSST ^[19]	39.30	36.36	34.68	33.47	32.52	29.48	27.60	26.18
	本文算法	39.31	36.42	34.79	33.62	32.71	29.82	28.07	26.76
Boat	BLS_GSM	36.73	33.48	31.62	30.30	29.27	26.18	24.56	23.52
	SA_DCT	37.14	33.64	31.79	30.49	29.48	26.26	24.62	23.52
	K_SVD	37.22	33.66	31.71	30.38	29.29	25.91	24.03	22.78
	BM3D	37.28	33.92	32.14	30.88	29.91	26.78	25.12	23.97
	shearlet	37.16	33.87	32.09	30.68	29.86	26.59	25.08	23.78
	NSST ^[19]	37.64	34.22	32.40	31.16	30.21	27.35	25.69	24.50
	本文算法	37.65	34.25	32.47	31.26	30.35	27.62	26.08	24.97
Peppers	BLS_GSM	37.52	33.97	31.91	30.46	29.35	26.06	24.09	22.70
	SA_DCT	37.99	34.46	32.45	31.04	29.92	26.55	24.57	23.15
	K_SVD	37.84	34.26	32.19	30.79	29.73	26.09	25.35	21.74
	BM3D	38.12	34.68	32.70	31.29	30.15	26.68	24.73	23.39
	shearlet	37.54	34.35	32.33	31.06	29.98	26.49	24.65	23.27
	NSST ^[19]	37.96	34.44	32.49	31.13	30.10	26.98	25.16	23.86
	本文算法	37.89	34.37	32.46	31.16	30.16	27.19	25.48	24.28
Fprint	BLS_GSM	36.41	32.24	29.97	28.39	27.18	23.37	21.25	19.87
	SA_DCT	38.41	32.87	29.95	28.02	26.60	22.94	20.96	19.51
	K_SVD	34.53	29.53	26.99	25.42	24.30	21.02	18.58	16.96
	BM3D	36.51	32.46	30.28	28.81	27.70	24.53	22.83	21.61
	shearlet	36.28	32.31	30.09	28.75	27.56	24.24	22.54	21.34
	NSST ^[19]	36.46	32.60	30.53	29.12	28.06	24.96	23.27	22.08
	本文算法	36.43	32.69	30.67	29.29	28.25	25.22	23.57	22.43
Hill	BLS_GSM	36.72	33.15	31.35	30.15	29.26	26.70	25.37	24.48
	SA_DCT	39.39	34.38	31.86	30.24	29.03	25.86	24.16	23.18
	K_SVD	35.44	31.07	28.96	27.49	26.59	23.63	22.26	21.24
	BM3D	37.13	33.62	31.86	30.72	29.85	27.19	25.68	24.58
	shearlet	37.03	33.41	31.57	30.64	29.59	27.04	25.16	24.26
	NSST ^[19]	37.37	33.97	32.27	31.14	30.31	27.78	26.28	25.15
	本文算法	37.39	34.06	32.40	31.31	30.51	28.12	26.70	25.69
Man	BLS_GSM	37.43	33.55	31.48	30.12	29.14	26.35	24.87	23.86
	SA_DCT	39.51	34.53	31.87	30.09	28.77	25.18	23.40	22.24
	K_SVD	35.54	30.96	28.57	26.95	25.85	22.89	21.22	19.97
	BM3D	37.82	33.98	31.93	30.59	29.62	26.81	25.32	24.22
	shearlet	37.46	33.74	31.83	30.24	29.23	26.71	25.24	24.13
	NSST ^[19]	37.85	34.19	32.28	31.02	30.09	27.37	25.81	24.68
	本文算法	37.80	34.22	32.38	31.16	30.27	27.69	26.22	25.16

Peppers、Fprint、Hill 和 Man 图进行对比,对比算法有 BM3D、BLS_GSM、K_SVD、SA_DCT,且增加 shearlet 变换对比了相同的去噪算法不同变换工具对去噪结果的影响,和文献[19]相同变换工具不同系数模型对去噪结果的影响。

对于噪声影响较大的图像,去噪结果有明显的提升,具有一定的实际意义,实验结果如表 2 所示。

由表 2 可知,对于 Lena 和 Boat 图像,实验数据表明本文算法峰值信噪比均高于对比实验算法,比 BM3D 算法平均高出 0.61 dB,比文献[19]高出 0.21 dB。对于 Peppers 图像,当噪声标准差较大时,本文算法优越性更加明显,当噪声标准差较小时,经典 BM3D 算法的峰值信噪比略高于本文算法,但是本文算法平均峰值信噪比为 30.60 dB, BM3D 的平均峰值信噪比为 30.08 dB。对 Fprint、Hill 和 Man 图像,当噪声标准差较小时,SA_DCT 算法比其他算法去噪效果好,当噪声标准差较大时,本文算法的峰值信噪比最高。总体而言,比 BLS_GSM 去噪算法平均提升 1.16 dB,比 SA_DCT 算法平均高 0.95 dB,比 K_SVD 去噪算法平均提升 2.51 dB,比 BM3D 算法高 0.52 dB,比文献[19]高 0.19 dB。因此本文算法相对于其他去噪算法,尤其适用于处理噪声影响较严重的图像,具有一定的现实意义。

图像多尺度分解表现为系数的稀疏性,对于不含噪声的图像,多尺度分解系数几乎接近于零。添加噪声后降低了图像的稀疏性,恢复分解系数的稀疏性,可以实现去噪。噪声越大对稀疏性影响越明显。本文算法采用 NSST 多尺度分解工具,能够更好地表示图像细节信息,利用最优线性插值阈值函数改进 NIG 作为系数分布模型,能够准确估计系数分布,使噪声影响严重的图像更好地恢复稀疏性,改进去噪效果。因此,当噪声较大时,本文算法优于对比算法。

4 结束语

频域中图像去噪是分解系数稀疏性的表达,本文选取 NSST 作为多尺度分解工具,以最优线性插值改进的正态逆高斯模型为系数分布模型,利用 Bayes 最大后验概率理论对高频子带分解系数进行估计,由高、低频分解系数重构原图像。实验表明,本文算法相比同类算法在视觉效果和峰值信噪比方面均有所提高,证实了本文算法的有效性。

参考文献:

- [1] Pushpavalli R, Srinivasan E. Decision based switching median filtering technique for image denoising [J]. *Digital Image Processing*, 2010, 2(10): 9574-9586.
- [2] Sun Xiaoxin, Qu Wei. Comparison between mean filter and median filter algorithm in image denoising field [J]. *Applied Mechanics & Materials*, 2014, 644(650): 4112-4116.
- [3] Lu Lu, Jin Weiqi, Wang Xia. Non-local means image denoising with a soft threshold [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2015, 22(7): 833-837.
- [4] Wang Ling, Lu Jianming, Li Yeqiu, et al. Noise removal for medical X-ray images in wavelet domain [J]. *IEEE Trans on Electronics Information and Systems*, 2006, 126(2): 237-244.
- [5] Mallat S. A wavelet tour of signal processing: the sparse way [M]. 3rd ed. [S. l.]: Academic Press, 2008.
- [6] Chang S G, Yu Bin, Vetterli M. Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression [J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2000, 9(9): 1532-1546.
- [7] Crouse M S, Nowak R D, Baraniuk R G. Wavelet-based statistical signal processing using hidden Markov models [J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 1998, 46(4): 886-902.
- [8] Portilla J, Strela V, Wainwright M J, et al. Image denoising using scale mixtures of Gaussians in the wavelet domain [J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2003, 12(11): 1338-1351.
- [9] Endur L S, Selesnick I W. Bivariate shrinkage functions for wavelet-based denoising exploiting interscale dependency [J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2002, 50(11): 2744-2756.
- [10] Elad M, Aharon M. Image denoising via sparse and redundant representations over learned dictionaries [J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2006, 15(12): 3736-3745.
- [11] Foi A, Katkovnik V, Egiazarian K. Pointwise shape-adaptive DCT for high-quality denoising and deblocking of grayscale and color images [J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2007, 16(5): 1395-1411.
- [12] Barndorff-nielsen O E. Normal inverse Gaussian distribution and stochastic volatility modeling [J]. *Scandinavian Journal of Statistics*, 1997, 24(1): 1-13.
- [13] Zhang Xin, Jing Xili. A method for image denoising based on normal inverse Gaussian model using Bayesian estimation [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(1): 70-74.
- [14] 贾建, 陈莉. 基于正态逆高斯模型的非下采样 Contourlet 变换图像去噪 [J]. *电子学报*, 2011, 39(7): 1563-1568.
- [15] Fathi A, Naghsh-Nilchi A R. Efficient image denoising method based on a new adaptive wavelet packet thresholding function [J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2012, 21(9): 3981-3990.
- [16] Xie Hua, Pierce L E, Ulaby F T. SAR speckle reduction using wavelet denoising and Markov random field modeling [J]. *IEEE Trans on Geoscience and Remote Sensing*, 2002, 40(10): 2196-2212.
- [17] 焦李成, 侯彪, 王爽, 等. 图像多尺度几何分析理论与应用 [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2008.
- [18] Wang Xiangyang, Liu Yangcheng, Zhang Na, et al. An edge-preserving adaptive image denoising [J]. *Multimedia Tools & Applications*, 2015, 74(24): 11703-11720.
- [19] 张强. 基于非下采样 shearlet 变换域的图像融合及去噪算法研究 [D]. 合肥: 合肥工业大学, 2014.
- [20] Jia Jian, Zhang Yongxin, Chen Li, et al. Normal inverse Gaussian model-based image denoising in the NSCT domain [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, 2015(6): 1-13.
- [21] Dabov K, Foi A, Katkovnik V, et al. Image denoising by sparse 3D transform-domain collaborative filtering [J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2007, 16(8): 2080-2095.
- [22] Maggioni M, Boracchi G, Foi A, et al. Video denoising, deblocking and enhancement through separable 4-D nonlocal spatiotemporal transforms [J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2012, 21(9): 3952-3966.
- [23] Danielyan A, Katkovnik V, Egiazarian K. BM3D Frames and variational image deblurring [J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2012, 21(4): 1715-1728.
- [24] Portilla J, Strela V, Wainwright M J, et al. Image denoising using scale mixtures of Gaussians in the wavelet domain [J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2003, 12(11): 1338-1351.