

混合波原子和双边滤波的纹理图像滤波方法*

刘国军¹, 马月梅²

(1. 宁夏大学 数学计算机学院, 银川 750021; 2. 宁夏大学 民族预科教育学院, 银川 750002)

摘要: 为了更好地去除纹理图像中的噪声, 提出了一种新的混合波原子阈值的振荡纹理图像扩散模型; 利用扩散方程和图像滤波方法的理论联系, 给出了联合双边滤波的图像去噪算法; 最后, 利用峰值信噪比 (PSNR) 和结构相似度 (SSIM) 两个客观图像质量评价指标, 与目前流行的图像去噪方法 (包括波原子阈值、双边滤波、高斯尺度混合 (GSM), 以及非局部滤波 (NLM)) 进行比较。实验结果验证了新方法的有效性。

关键词: 纹理; 波原子; 阈值; 双边滤波; 非线性扩散

中图分类号: TP391.41 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2013)03-0942-04

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2013.03.078

Textural image filtering method by hybridizing wave atoms shrinkage with bilateral filtering

LIU Guo-jun¹, MA Yue-mei²

(1. School of Mathematics & Computer Science, Ningxia University, Yinchuan 750021, China; 2. School of Preparatory Education for Nationalities, Ningxia University, Yinchuan 750002, China)

Abstract: This paper proposed a novel diffusion scheme by hybridizing wave atoms thresholding for textural images. Also designed a denoising algorithm based on the relationship between solution of nonlinear diffusion equation and bilateral filtering method. Numerical experiments illustrate the good performance in comparison to the state-of-the-art denoising algorithms, such as wave atoms shrinkage method, and the bilateral filtering method, scale mixtures of Gaussians (GSM) method, non-local mean (NLM) method, by using two objective measures: peak signal-to-noise ratio (PSNR) and structural similarity (SSIM).

Key words: texture; wave atoms; shrinkage; bilateral filtering; nonlinear diffusion

0 引言

图像数据几乎不可避免地含有不同程度的噪声, 因此, 去噪是图像处理的一个基本环节。图像去噪的目的在于去除已有图像中的噪声或一些不真实的细节成分, 同时保留其边界或纹理等重要特征。作为低层次的图像处理过程, 图像去噪受到了学者们广泛的关注和研究, 并提出了许多著名的模型和算法。其中小波^[1]和偏微分方程 (PDE) 的图像处理方法^[2]是两类最具代表性的方法。许多学者^[3,4]倾向于将两者进行有机结合, 提出新的模型和算法, 旨在发挥各自优势的同时, 能弥补它们的不足。作为一种图像分析工具, 小波变换具有快速、时频局部化、稀疏性和多尺度等好的属性, 并被成功地应用于图像去噪, 但小波图像去噪也存在一些不足, 如缺乏平移不变性和方向性。针对上述不足, 许多学者提出了新的改进办法, 如平移循环针 (cycle-spinning) 思想^[5], 以及新发展起来的多尺度几何分析工具——曲线波^[6]。

最近, Demanet 等人^[7]提出了一种新的图像分析工具一波原子。它是一种特殊的二维波包的变形。与曲线波相比, 波原子的支撑区间是各向同性的, 即 $\text{width} \sim \text{length}$; 而其每个波包的振动周期和支撑尺寸满足抛物尺度关系, 即 $\text{wavelength} \sim$

(diameter)²。因此, 从这个角度来看, 波原子可简单地被理解为方向小波和 Gabor 原子的插值。波原子是由一类特殊的正交波包构造的紧框架, 具有小波的局部化和多尺度属性。更重要的是, 相对于小波、Gabor 原子和曲线波而言, 波原子对于振荡函数 (可以认为是一个简单的纹理模型) 具有最优的稀疏表示。具体来说, 对于给定的精度, 只需 $O(N)$ 个波原子系数就可以表示, 但却需 $O(N^{3/2})$ 个曲线波系数, $O(N^2)$ 个小波系数和 Gabor 原子系数才能达到同样的精度。

基于波原子本身构造的特殊性, 它已经被广泛地应用于图像处理的不同领域。文献[8]提出了依赖于波原子尺度的纹理图像去噪算法; 文献[9]提出了对偶树复小波和波原子稀疏图像表示的压缩传感图像重构算法; 文献[10]将波原子应用于地震波资料的信噪分离。波原子本质上是一类特殊的正交波包的变形, 类似于小波、脊波和曲线波, 简单的波原子阈值图像去噪方法不可避免地会带来伪 Gibbs 现象和类似于波原子形状的虚假成分。为了克服上述不足, 文献[3]将阈值思想与 PDE 方法相结合, 提出了波原子系数约束的总变分优化模型。文献[4]进一步提出了非局部总变差正则化的波原子图像去噪算法。PDE 图像去噪方法^[3,4]虽然能很好地保留图像边界, 但往往需要求解偏微分方程, 会破坏图像的纹理信息并产生明显的块效应。

收稿日期: 2012-07-08; **修回日期:** 2012-08-21 **基金项目:** 国家自然科学基金资助项目 (61001156); 宁夏大学科学研究基金资助项目 (2R1232)

作者简介: 刘国军 (1978-), 男 (回族), 宁夏吴忠人, 副教授, 博士, 主要研究方向为小波、偏微分方程图像处理及其应用 (liugj@nxu.edu.cn); 马月梅 (1981-), 女 (回族), 宁夏同心人, 助教, 硕士, 主要研究方向为统计理论及其在图像处理中的应用。

图像滤波技术^[11]也是一种高效的非迭代的图像去噪方法。与多尺度图像分析方法不同,图像滤波方法直接在图像空间域对带噪的灰度像素进行处理。这方面,比较有代表性的工作包括双边滤波^[12,13]和非局部平均滤波(NLM)^[14]。

基于上述分析,笔者引入波原子循环针思想,提出了一种新的振荡纹理图像扩散模型;利用扩散方程的解和图像双边滤波方法的理论联系,给出了一种非迭代的空域时域混合图像去噪算法;将波原子阈值方法、小波 GSM 方法^[15]、NLM 方法与新算法进行了仿真实验和去噪性能的比较。

1 波原子

假设 h 是一个实值的无穷光滑的冲击函数,支撑区间为 $[-7\pi/6, 5\pi/6]$ 。当 $|\omega| \leq \pi/3$ 时,满足等式 $h(\pi/2 - \omega)^2 + h(\pi/2 + \omega)^2 = 1$ 和 $h(-\pi/2 - 2\omega) = h(\pi/2 + \omega)$ 。

定义 $\nu = \check{h}$ 是函数 h 的逆 Fourier 变换,并假定

$$\psi_m^0(x) = 2\text{Re}\{e^{i\pi(m+1/2)x}\nu((-1)^m(x-1/2))\} \quad (1)$$

则有

$$\widehat{\psi_m^0(\omega)} = e^{-i\omega/2}\{e^{i\alpha_m}h(\varepsilon_m(\omega - \pi(m+1/2))) + e^{-i\alpha_m}h(\varepsilon_{m+1}(\omega + \pi(m+1/2)))\} \quad (2)$$

其中: $\varepsilon_m = (-1)^m$ 和 $\alpha_m = \frac{\pi}{2}(m + \frac{1}{2})$, 满足 $\sum_m |\widehat{\psi_m^0(\omega)}|^2 = 1$ 。

进一步,平移 $\{\psi_m(x-n)\}, n \in Z, m = 0, 1, 2, \dots$, 就构成了 $L^2(R)$ 空间中的一组规范正交基。

现在引入尺度指标 j 。如果重新将基函数写为 $\psi_{m,n}^j(x) = \psi_m^j(x - 2^{-j}n) = 2^{j/2}\psi_m^0(2^jx - n)$, 那么所得的波包 $\{\psi_{m,n}^j(x), j, n \in Z, m = 0, 1, 2, \dots\}$ 就构成了 $L_2(R)$ 空间中的规范正交基。图 1 给出了不同尺度下空域和频域的一维波原子。

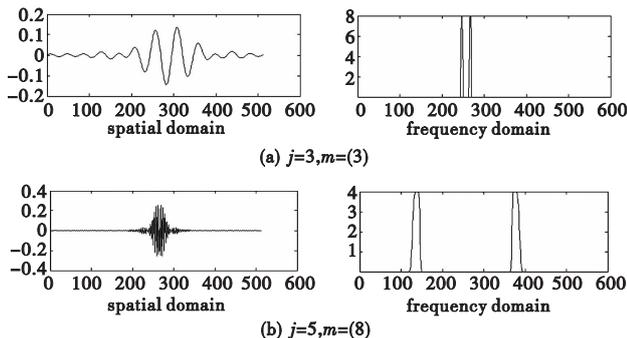


图1 不同尺度下空域和频域的一维波原子

波原子的算法可以直接在频域中离散,变换系数可由以下公式得到,即

$$c_{j,m,n} = \int \psi_{m,n}^j(x)u(x)dx = \frac{1}{2\pi} \int e^{i2^{-j}n\omega} \widehat{\psi_m^j(\omega)} \widehat{u(\omega)} d\omega \quad (3)$$

假定函数 u 在点 $x_k = kh, h = 1/N (k = 1, 2, \dots, N)$, 可精确地离散达到很小的截断误差,则

$$c_{j,m,n} \approx \frac{1}{2\pi} \sum_{k=2\pi(-N/2+1;N/2)} e^{i2^{-j}nk} \widehat{\psi_m^j(k)} \widehat{u(k)} \quad (4)$$

上述算法可以通过以下三步来实现: a) 对 $u(x_k)$ 进行快速 Fourier 变换(FFT); b) 对落在区间 $[-2^j\pi, 2^j\pi]$ 中的每个 (j, m) 求积 $\widehat{\psi_m^j}u$; c) 进行逆 FFT。

二维波包可以通过张量积的形式来实现,即

$$\varphi_\mu^+(x_1, x_2) = \psi_{m_1}^k(x_1 - 2^{-j}n_1) \psi_{m_2}^k(x_2 - 2^{-j}n_2) \quad (5)$$

$$\varphi_\mu^-(x_1, x_2) = H\psi_{m_1}^k(x_1 - 2^{-j}n_1) H\psi_{m_2}^k(x_2 - 2^{-j}n_2) \quad (6)$$

其中, H 是 Hilbert 变换。由于 $\varphi_\mu^+(x_1, x_2)$ 和 $\varphi_\mu^-(x_1, x_2)$ 都是规范正交基,那么它们的组合 $\varphi_\mu^{(1)} = (\varphi_\mu^+ + \varphi_\mu^-)/2$ 和 $\varphi_\mu^{(2)} = (\varphi_\mu^+ - \varphi_\mu^-)/2$ 就构成了冗余为 2 的波原子紧框架,记做 $\varphi_\mu(x)$, 其中下标 $\mu = (j, m, n) = (j, m_1, m_2, n_1, n_2)$ 对应于相位空间的一个点 (x_μ, ω_μ) , $x_\mu = 2^{-j}n$ 和 $\omega_\mu = \pi 2^j m$, 并满足 $C_1 2^j \leq \max_{i=1,2} |m_i| \leq C_2 2^j$, 这里 C_1 和 C_2 是两个正常数。图 2 给出了不同尺度下空域和频域的二维波原子。

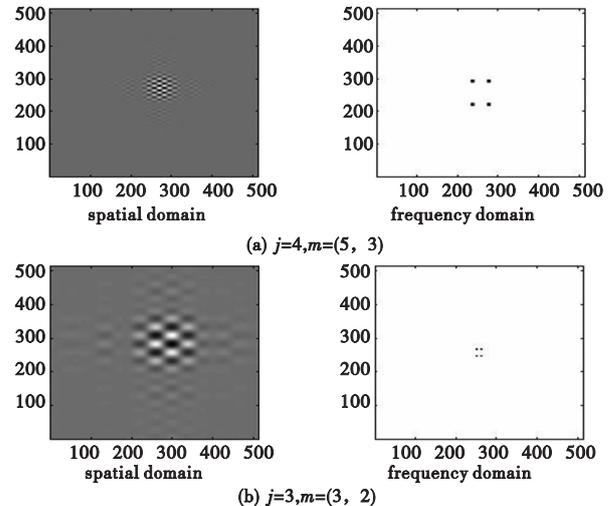


图2 不同尺度下空域和时域的一维波原子

2 双边滤波

双边滤波最早是由 Tomasi 等人^[12]提出的,其核心思想是组合空间位置和灰度域的两个高斯滤波器噪声图像在空域 x 处通过双边滤波的结果可表示为

$$\overline{I(x)} = \frac{1}{C} \sum_{y \in N(x)} e^{-\frac{\|y-x\|^2}{2\sigma_d^2}} e^{-\frac{\|I(y)-I(x)\|^2}{2\sigma_r^2}} I(y) \quad (7)$$

其中: σ_d 和 σ_r 分别是图像空间位置和灰度域的两个滤波平衡参数; $N(x)$ 表示以像素 $I(x)$ 为中心的某个邻域; C 是规范化因子,其表达式为

$$C = \sum_{y \in N(x)} e^{-\frac{\|y-x\|^2}{2\sigma_d^2}} e^{-\frac{\|I(y)-I(x)\|^2}{2\sigma_r^2}} \quad (8)$$

双边滤波是一种非迭代非线性的滤波方法,能有效地去除图像中的噪声并能保留其边界信息。双边滤波还被广泛应用于其他图像处理问题和模式识别领域。另一方面,许多学者从理论上对双边滤波给予了新的解释^[13,16]。然而,双边滤波也存在很多不足有待改进。例如,双边滤波无法有效地去除椒盐噪声,而且对于最优参数 σ_d 和 σ_r 的选取目前尚无理论结果。基于上述事实,许多学者提出一些新的模型和算法^[17-19]。

3 新模型

3.1 新模型的提出

文献[3,4]将波原子阈值技术和全变差扩散方法相结合,获得了较好的图像恢复结果。众所周知,扩散方程和图像滤波之间有着非常密切的联系。对于 $f \in C(R^2)$, 线性扩散方程

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u \\ u(x, 0) = f(x) \end{cases} \quad (9)$$

其唯一解为

$$u(x,t) = \begin{cases} f(x) & t=0 \\ G_{\sqrt{2t}} * f(x) & t>0 \end{cases} \quad (10)$$

其中: $G_{\sigma}(x) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$ 是标准方差为 $\sigma > 0$ 的二维高斯滤波函数, * 表示卷积运算。

高斯滤波是线性的,在理论方面具有很多好的性质,但明显的不足在于其将噪声进行滤波的同时,也模糊了边界和纹理等重要特征。针对这一不足,文献[2]提出了一种非线性扩散方法:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot (g(|\nabla(G_{\sigma} * u)|) \nabla u) \\ u(x,0) = f(x) \end{cases} \quad (11)$$

其中: $g(x)$ 是一个非负的递减函数,满足 $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$ 。

经常用到的扩散函数如 Perona-Malik 扩散 $g(x) = 1/(1 + x^2/\lambda^2)$ (λ 是平衡参数) 和 TV 扩散 $g(x) = 1/x$ 。文献[2]证明了扩散方程式(11)当 $\sigma > 0$ 时解的存在性、唯一性和稳定性。

非线性扩散方程和双边滤波有着非常密切的联系,如 Elad^[16] 证明了双边滤波等价于不同尺度的非线性扩散滤波(11)的叠加;Barash^[13] 以自适应滤波为桥梁,建立了非线性扩散滤波方法(包括扩散方程式(11))和双边滤波之间的联系,即自适应滤波可以看做是非线性扩散滤波的推广,而双边滤波又是自适应滤波的一种推广。

尽管波原子对振荡纹理图像具有很好的稀疏表示,但它本质上是由一类特殊的正交波包构造而成,从而导致缺乏平移不变性。在图像阈值去噪的过程中,往往在不连续点邻域(边缘和纹理)会产生伪 Gibbs 现象和类似于波原子形状的虚假成分。Coifman 等人^[5] 提出的 cycle-spinning 思想能较有效地抑制这种视觉失真,即: a) 对图像进行平移,改变图像不连续点的位置; b) 对平移后的图像进行阈值处理; c) 再将阈值后的图像进行逆向平移。

基于上述分析,为了联合波原子循环针阈值和扩散滤波两者在图像去噪中的优势,本文提出如下的非线性扩散模型:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot (g(|\nabla(G_{\sigma} * u)|) \nabla u) \\ u(x,0) = P(I(x)) \end{cases} \quad (12)$$

其中: $I(x)$ 表示噪声图像; $P(\cdot)$ 表示 cycle-spinning 阈值算子,即 $P(I(x)) = S^{-1}T^{-1}ATS(I(x))$; S, T 分别表示循环平移算子和波原子变换算子; A 表示硬阈值或软阈值算子; S^{-1}, T^{-1} 分别表示算子 S, T 的逆运算。

新模型旨在利用通过循环针阈值思想,选取较小的阈值参数对噪声图像进行预处理,保证降低噪声的同时,能有效地抑制伪 Gibbs 现象,并很好地保留图像的边缘结构和纹理信息。但图像仍然会带有不同程度的噪声,并含有类似于波原子形状的虚假成分。因此,将预处理的图像作为初始值,再进行非线性扩散处理。通常求解方程式(12)需要迭代求解偏微分方程组。在实际算法设计中,利用非线性扩散方程和双边滤波之间的密切联系^[13,16],只需对经过预处理的噪声图像进行恰当的双边滤波。

3.2 算法描述

通过上述分析,下面给出新算法的具体流程:

- a) 输入带噪图像 $I(x)$;
- b) 估计噪声标准方差 σ ;
- c) 输入波原子阈值参数 λ , 以及双边滤波参数 σ_d 和 σ_r ;

d) 波原子循环针阈值:

(a) 对噪声图像 $I(x)$ 进行循环平移处理 $S(I(x))$;

(b) 对 $S(I(x))$ 进行波原子正变换 $T(S(I(x)))$;

(c) 对波原子系数进行硬阈值处理,即 $A_{\lambda}(T(S(I(x))))$;

(d) 对由(c)所得到的波原子系数进行波原子逆变换,即 $T^{-1}(A_{\lambda}(T(S(I(x)))))$;

(e) 对由(d)所得到的图像进行逆循环平移处理,即 $S^{-1}T^{-1}(A_{\lambda}(T(S(I(x)))))$,从而得到噪声图像的预估计 $P(I(x))$;

f) 对 $P(I(x))$, 利用式(7)和(8)进行双边滤波处理,得 $I(x)$;

g) 输出 $I(x)$ 。

4 数值实验

选取三幅含有大量纹理信息的图像,包括 fingerprint、seismogram、barbara(如图3,尺寸均为 256×256),进行了大量的实验。为了检验本文方法的有效性,将该方法与当前流行的几种方法进行比较,包括波原子硬阈值方法^[7]、双边滤波方法^[12]、NLM^[14] 和 GSM^[15]。

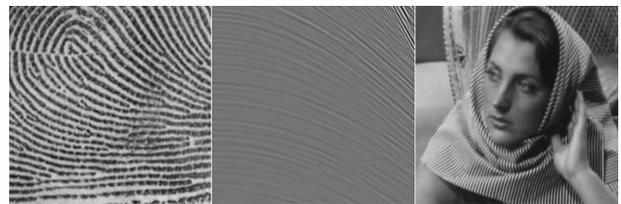


图3 三幅测试图像

本文采用两种客观度量:峰值信噪比(PSNR)和结构相似度(SSIM)^[20],来检验和比较不同方法的去噪性能。众所周知,尽管 PSNR 能够刻画两幅图像灰度的差别,但它并不能很好地描述图像的视觉质量。Wang 等人^[20] 提出的 SSIM 指标是目前图像视觉质量评价最流行的度量方法之一。与 PSNR 相比,SSIM 能够很好地反映目标图像与参考图像之间的结构相似程度,更好地符合人的视觉度量。

另一方面,参数选择也十分重要。对于双边滤波,选取 $\sigma_d = 3, \sigma_r = 2\sigma$,且窗的尺寸为 11×11 ,这里 σ 是噪声的标准方差。为了比较的公平性,对于 NLM 方法,窗的尺寸也采用 11×11 。对于波原子硬阈值方法,选取阈值参数 $\lambda = 3\sigma$ 。对于本文的方法,在3.2节步骤e)中,取 $\sigma_d = 3, \sigma_r = C_1\sigma$ 。这里,通过反复实验, C_1 取 0.2 或 0.3; 在步骤 d) 中,选取阈值参数 $\lambda = C_2\sigma$,这里 $2 \leq C_2 < 3$ 。

表1针对三幅图像,分别添加了不同强度的高斯噪声($\sigma = 0.05, 0.1, 0.2$),利用目前比较流行的四种方法和本文的算法进行去噪比较。从实验结果来看,对于 barbara 和 seismogram 图像,无论是 PSNR 还是 SSIM,本文方法最好,而双边滤波的结果最差。简单的波原子硬阈值方法要优于双边滤波方法,这也说明了波原子对于振荡纹理图像具有很好的稀疏表示;然而波原子方法比 GSM 法要差,主要原因是波原子缺乏平移不变性。尽管 NLM 方法的计算复杂度要高于其他方法,但其去噪效果也明显优于双边滤波方法,比简单的波原子阈值方法好,这主要归功于 NLM 考虑了自然图像中信息的冗余为去

噪服务(尤其纹理图像所呈现的周期性和相似性),并利用平移不变的块匹配处理思想。本文方法成功之处在于充分考虑了波原子对振荡纹理图像的稀疏表示特性,采用循环针思想较好地弥补了波原子缺乏平移不变性的缺陷;此外,采用双边滤波后处理技术不但很好地保护了图像的结构和纹理特征,也弥补了由于阈值所带来的不真实的图像成分。对于 fingerprint 图像,由于其本身图像的对比度比较低,图像质量较差,因此, NLM 的去噪效果并不理想;相反,利用平移不变小波的 GSM 方法和本文的方法较好。

方法和本文的方法较好。

图4~6列出了三幅图像分别添加 $\sigma = 0.05, \sigma = 0.1$ 和 $\sigma = 0.2$ 得到的去噪效果图。图4~6中,(a)是噪声图像,(b)~(f)分别是采用双边滤波、波原子硬阈值、GSM、NLM,以及本文方法的效果图。不难发现,新方法比双边滤波和 NLM 方法得到了更多的图像细节(如图4(e)和(f)),而且不像波原子阈值和 GSM 方法往往会有不同程度的虚假成分,因而具有很好的视觉效果。这也与表1获得的 SSIM 指标相吻合。

表1 不同方法对于对于噪声图像去噪的 PSNR (dB) 和 SSIM 比较

图像	方法	噪声图像		双边滤波		波原子		GSM		NLM		本文方法	
		PSNR	SSIM										
Barbara	$\sigma = 0.05$	26.00	0.6783	29.14	0.8464	30.70	0.8754	32.07	0.9187	32.16	0.9119	32.22	0.9153
	$\sigma = 0.1$	20.05	0.4312	25.43	0.6925	26.98	0.7688	27.93	0.8204	27.89	0.7922	28.40	0.8342
	$\sigma = 0.2$	14.51	0.2136	22.72	0.5125	23.65	0.6364	24.49	0.6692	23.87	0.5910	24.63	0.6984
seismogram	$\sigma = 0.05$	26.00	0.4026	33.23	0.7972	36.73	0.9104	35.71	0.8800	34.69	0.8387	37.90	0.9319
	$\sigma = 0.1$	19.98	0.1615	29.67	0.6258	32.94	0.7882	32.84	0.7337	31.28	0.6974	34.49	0.8549
	$\sigma = 0.2$	14.08	0.0535	25.32	0.3665	29.14	0.5871	30.62	0.7337	27.29	0.4782	31.48	0.7583
fingerprint	$\sigma = 0.05$	26.00	0.9237	26.85	0.9344	28.61	0.9572	30.55	0.9719	29.59	0.9653	29.92	0.9683
	$\sigma = 0.1$	20.02	0.7634	21.97	0.7998	24.90	0.9063	26.72	0.9351	26.07	0.9230	26.08	0.9269
	$\sigma = 0.2$	14.44	0.4780	28.99	0.6068	21.96	0.8252	22.71	0.8401	20.65	0.7260	22.75	0.8489

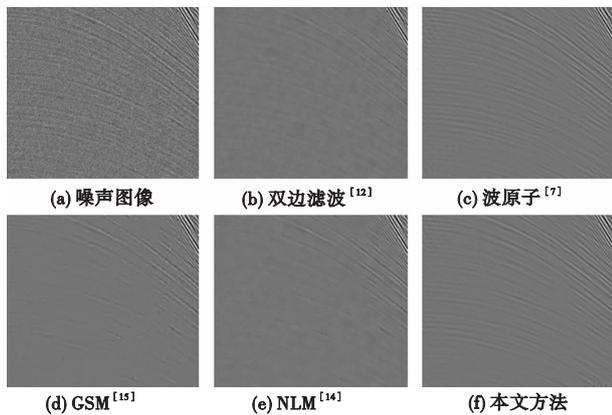


图4 五种方法对seismogram图像($\sigma=0.05$)的去噪效果图

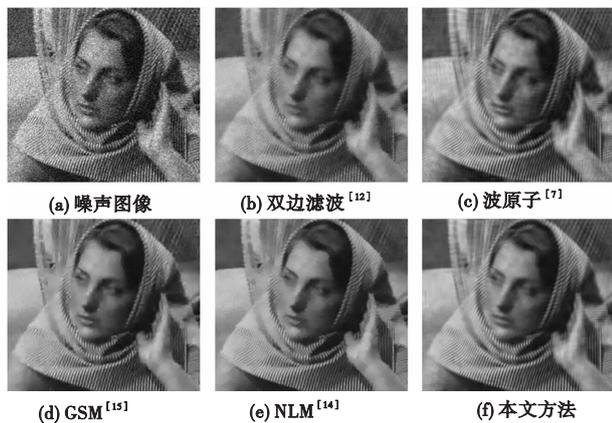


图5 五种方法对barbara图像($\sigma=0.1$)的去噪效果图

5 结束语

考虑到波原子的特性,以及简单阈值所带来的不足,本文通过联合空域的双边滤波方法和变换域的波原子阈值思想,提出了混合非线性扩散的纹理图像恢复模型和去噪算法。新方法适合于含有大量振荡纹理信息的图像。数值实验表明,新方法不但优于目前流行的非线性空域滤波方法,即双边滤波方法和 NLM 方法,而且也比简单的波原子阈值和 GSM 小波方法好。新方法得到了较高的 PSNR 和 SSIM 值,并具有很好的视

觉效果。

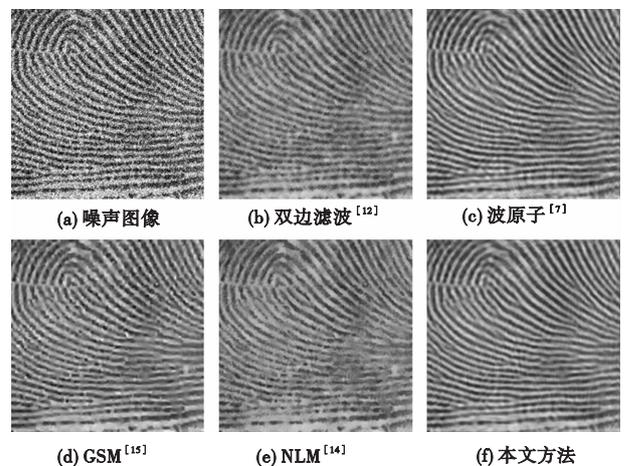


图6 五种方法对fingerprint图像($\sigma=0.2$)的去噪效果图

当然,新的方法仍然有待于继续改进,如将自适应参数选取的双边滤波^[18]思想和提升的双边滤波方法^[17,19]运用于新算法,必然会提升本文的结果。

参考文献:

- [1] DONOHO D L. De-noising by soft thresholding[J]. IEEE Trans on Information Theory, 1995, 41(3): 613-627.
- [2] CATTES F, LIONS P, MOREL J, et al. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion[J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 1992, 29(1): 182-193.
- [3] MA Jian-wei. Characterization of textural surfaces using wave atoms [J]. Applied Physics Letters, 2007, 90(26): 264101-264103.
- [4] 吴玉莲, 冯象初. 基于非局部 TV 正则化的波原子去噪算法[J]. 计算机科学, 2011, 38(6): 286-287.
- [5] COIFMAN R R, DONOHO D L. Translation invariant denoising [C]//Lecture Notes in Statistics, Vol 103. New York: Springer-Verlag, 1995: 125-150.
- [6] CANDES E J, DONOHO D L. New tight frames of curvelets and optimal representations of objects with C^2 singularities[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 2004, 57(2): 219-266.
- [7] DEMANET L, YING L X. Wave atoms and sparsity of oscillatory patterns[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2007, 23(3): 368-387.

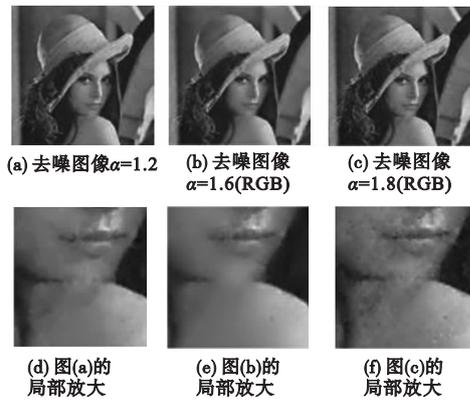


图2 本文算法与传统RGB算法去噪结果图及局部放大图

5 结束语

本文详细分析了基于 Fourier 域的分数阶偏微分方程去噪模型以及彩色图像四元数模型的离散四元数傅里叶变换,将彩色图像四元数模型应用于分数阶微分去噪理论,提出了一种新的基于分数阶偏微分方程的彩色图像去噪模型。实验结果表明,本文提出的新模型既能有效地加强图像的纹理信息,又能非线性地保留图像的平滑区域的信息,并能获得更好的视觉效果。

参考文献:

- [1] BLOMGREN P, MULET P, CHAN T F, *et al.* Total variation image restoration: numerical methods and extensions [C]// Proc of International Conference on Image Processing. Washington DC: IEEE Computer Society, 1997: 384-387.
- [2] PU Yi-fei, ZHOU Ji-liu, YUAN Xiao. Fractional differential mask: a fractional differential-based approach for multiscale texture enhancement [J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2010, 19(2): 491-511.
- [3] PAN Wei, QIN Kai-huai, CHEN Yao. An adaptable-multilayer fractional Fourier transform approach for image registration [J]. *Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2009, 31(3): 400-414.
- [4] 刘光宇, 卞红雨, 沈郑燕, 等. PDE 模型在声纳图像去噪中的应用研究 [J]. *传感器与微系统*, 2012, 31(2): 42-44.
- [5] PERONA P, MALIK J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion [J]. *Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1990, 12(7): 629-639.
- [6] YOU Y-L, KAVEH M. Fourth-order partial differential equations for noise removal [J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2000, 9(10): 1723-1730.
- [7] LYSAKER M, QSHER S, TAI Xue-cheng. Noise removal using smoothed normals and surface fitting [J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2004, 13(10): 1345-1357.
- [8] GUIDOTTI P, LONGO K. Two enhanced fourth order diffusion models for image denoising [J]. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2011, 40(2): 188-198.
- [9] WHITAKER R T, PIZER S M. A multi-scale approach to nonuniform diffusion [J]. *Image Understanding*, 1993, 51(1): 99-110.
- [10] BAI Jian, FENG Xiang-chu. Fractional-order anisotropic diffusion for image denoising [J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2007, 16(10): 2492-2502.
- [11] 黄果, 许黎, 蒲亦非. 分数阶微积分在图像处理中的研究综述 [J]. *计算机应用研究*, 2012, 29(2): 414-426.
- [12] JANEV M, PILIPOVIĆ S, ATANACKOVIĆ T, *et al.* Fully fractional anisotropic diffusion for image denoising [J]. *Mathematical and Computer Modelling*, 2011, 54(1-2): 729-741.
- [13] PU Yi-fei, WANG Wei-xing, ZHOU Ji-liu, *et al.* Fractional differential approach to detecting textural features of digital image and its fractional differential filter implementation [J]. *Science in China Series F: Information Sciences*, 2008, 51(9): 1319-1339.
- [14] 许姜严, 王卫星. 结合四元数与小波的彩色图像边缘检测算法 [J]. *计算机应用研究*, 2010, 27(5): 1981-1983.
- [15] YANG Cui, ZHANG Jian-qi, YANG Dan, *et al.* Discrete-quaternion-Fourier-transform-based registration method for color images [C]// Proc of International Conference on Audio Language and Image Processing. 2010: 1184-1189.
- [16] 雷印杰, 金艳梅, 周激流, 等. 四元数奇异值分解与彩色图像去噪 [J]. *四川大学学报: 自然科学版*, 2007, 44(6): 1268-1274.
- [17] 盖琦, 乔兆亮. 基于离散四元数傅里叶变换的彩色图像信息隐藏技术 [J]. *计算机应用研究*, 2011, 28(7): 2746-2749.
- [8] 刘国军, 冯象初, 张选德. 波原子纹理图像阈值算法 [J]. *电子与信息学报*, 2009, 31(8): 1791-1795.
- [9] 陈书贞, 郝鹏鹏, 练秋生. 基于双树复数小波和波原子稀疏图像表示的压缩传感图像重构 [J]. *信号处理*, 2010, 26(11): 1701-1706.
- [10] 杨宁, 贺振华, 黄德济. 基于系数相关性阈值的波原子域叠前地震资料信噪分离方法 [J]. *石油地球物理勘探*, 2011, 46(1): 57-62.
- [11] 孙海英, 李锋, 商会亮. 改进的变分自适应中值滤波算法 [J]. *电子与信息学报*, 2011, 33(7): 1743-1747.
- [12] TOMASI C, MANDUCHI R. Bilateral filtering for gray and color images [C]// Proc of IEEE ICCV. 1998: 839-846.
- [13] BARASH D. A fundamental relationship between bilateral filtering, adaptive smoothing, and the nonlinear diffusion equation [J]. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002, 24(6): 844-847.
- [14] BUADES A, COLL B, MOREL J M. A review of image denoising algorithms with a new one [J]. *SIAM Multiscale Modeling and Simulation*, 2005, 4(2): 490-530.
- [15] PORTILLA J, STRELA V, WAINWRIGHT M J, *et al.* Image denoising using scale mixtures of Gaussians in the wavelet domain [J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2003, 12(11): 1338-1351.
- [16] ELAD M. On the bilateral filter and ways to improve it [J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2002, 11(10): 1141-1151.
- [17] PARIS S, DURAND F. A fast approximation of the bilateral filter using a signal processing approach [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2009, 81(1): 24-52.
- [18] WONG A. Adaptive bilateral filtering of image signals using local phase characteristics [J]. *Signal Processing*, 2008, 88(6): 1615-1619.
- [19] VIJAYA G, VASUDEVAN V. A novel noise reduction method using double bilateral filtering [J]. *European Journal of Scientific Research*, 2010, 46(3): 331-338.
- [20] WANG Z, BOVIK A C, SHEIKH H R, *et al.* Image quality assessment: from error visibility to structural similarity [J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2004, 13(4): 600-612.

(上接第 945 页)