基于混合训练方法的 RBF 神经网络的曲面重构*

陈　婧, 刘旭敏, 范彦革
(首都师范大学 信息工程学院 计算机系, 北京 100037)

摘　要: 根据径向基函数神经网络(RBFNN)具有很强的非线性逼近能力,以及强大的抗噪、修复能力等优点,讨论了目前神经网络训练方法,提出将径向基函数神经网络应用于带有噪声数据散乱数据点自由曲面的重构,并对该方法理论上的可行性和实践上的实用性进行了讨论和验证。结果表明: 径向基函数网络用于曲面重构,不仅能够有效地逼近不完善的、带有噪声的曲面,而且拟合精度高、网络的训练速度快,说明了径向基函数神经网络应用于曲面重构问题的可行性,为解决反向工程的技术关键——自由曲面重构提供了一个新的途径。

关键词: 曲面重构; 径向基函数; 双三次 B 样条
中图法分类号: TP183; TP391.72　　**文献标识码:** A　　**文章编号:** 1001-3695(2006)04-0161-04

Surface Reconstruction Based on Hybrid Training Method for RBFNN

CHEN Jing, LIU Xu-min, FAN Yan-ge
(Dept. of Computer, College of Information Engineering, Capital Normal University, Beijing 100037, China)

Abstract: Based on RBFNN's capabilities of approaching a no-linear function, powerful anti-noising, and repairing and so on, this paper describes the present training methods of RBFNN. The proposed method applies the RBFNN to the free surface reconstruction from an unorganized cloud of points in which always involve noise. Furthermore, it also discusses the proposed method's feasibility in theory and validates its practicability. The results show that the reconstruction method using RBFNN can not only approach the incomplete surface with noise effectively, but also have a high fitting precision and a high net-training speed. The above advantages indicate the feasibility of applying RBFNN to surface reconstruction. RBFNN provides a new method for RE's key technology: free surface recons.

Key words: Surface Reconstruction; Radial Basis Function; Bicubic B-Spline Surface

反向工程是指产品的设计制造过程来源于实物而并非来源于概念设计。例如,新型汽车的流线型外壳、人造假肢、艺术雕塑品等。在这种情况下,首先要对实物进行 CAD 模型重构,然后再进行后序操作,如模型修改、有限元分析、误差分析、数控加工指令的制造加工和产品检验等。将实物模型的扫描测量数据经过处理加工后,曲面重构就成为反向工程的关键技术。基于散乱数据点的曲面重构有多种方法,例如常见的方法有: 隐式曲面重构方法和参数曲面重构方法。

随着几何扫描仪应用的范围越来越广泛,相应的扫描实物模型的数量和复杂性也随着增长,稳健和有效的几何处理方法引起了人们的兴趣。即使高保真度扫描仪,所获得的 3D 模型也不可避免地带有噪声[1],因此需要对获取的数据进行预处理以进行后序操作。类似地,从体积数据(例如,从 MRI 或者 CT 设备中获取的)中获取的形状经常也带有明显的噪声。因此,去除数据点中噪声数据的同时保持原始实物的形状就显得极其重要。实际应用中,选择和评价模型是非常困难的,如果零件表面部分损坏、磨损或不完整,则这部分曲面的拟合将更加困难。对于这类曲面的恢复和重构,必然涉及到智能推理,即根据已知曲面存在的一些原始信息,对未知部分进行判断和推理,力求做到真实地反映出某些模型和零件原设计思想,如曲面的几何形态(初等解析面、自由曲面等)以及曲面的拓扑特性(对称、平行、垂直等),最终达到对部分损坏、磨损或不完整曲面进行重构的目的。

随着神经网络(ANN)理论的发展,大量国内外文献提出了神经网络曲面重建的方法,从新的角度提出了散乱数据云[2]的曲面建模方法。神经网络具有很强的泛函数逼近能力,三层前向网络能以任意精度逼近任意连续函数及其各阶导数。若将表示曲面的映射关系存储于神经网络的连接权值和阈值中,那么这种全息式的信息存储模式将使得模型具有较强的容错性能和联想能力,不会因为部分神经元受损而严重影响其总体性能;也不会因为输入信号受到一定程度噪声的污染而严重歪曲输出,从而具有鲁棒性。因此,利用神经网络强大的非线性逼近能力进行测量散乱点曲面建模,将使得模型不仅具有较高的逼近精度,而且具有一定的平滑和抗噪性能[3]。

目前用于建模的神经网络在拓扑结构上多使用前馈型三层网络;在学习算法上,多使用误差反传的 BP 算法。由于这种算法是以负梯度下降法来指导网络的权值和阈值的寻优过程,所以具有寻优过程陷入局部极小、收敛速度慢等缺点;模拟退火法(SA)虽然可以克服 BP 算法的局部最优的缺陷[4],但它是以牺牲收敛速度为代价的,因此使其应用受到一定限制;遗传算法神经网络虽然具有搜索的遍历性[5],但是由于它是以种群进化寻找最优染色体为基础,所以在建模过程中也多有不便之处。本文根据径向基函数(RBF)神经网络可以用

收稿日期: 2005-02-22; 修返日期: 2005-06-24
基金项目: 北京市教育委员会项目(KM200410028013)

任意精度逼近任何非线性函数,以及强大的抗噪、修复能力等优点,对带有噪声散乱数据点进行曲面重构,所采用的混合训练方法的径向基函数网络无论是在逼近能力、分类能力、收敛速度,还是搜索的遍历性等方面均优于上述网络,因而得到了广泛的应用。

本文利用径向基函数网络直接得到曲面的映射关系,从而代替了传统的基于样条基函数的曲面拟合方法,这种全息式的、把曲面映射关系存入网络的权值和阈值中的存储模式,具有很强的容错和联想能力,不会因为少数神经元的损坏或输入数据有少量的缺损而严重歪曲输出,具有较强的鲁棒性。因此,利用径向基函数网络非线性逼近能力对无组织点进行曲面重构,将会有较高的重构精度。

1 双三次 B 样条曲面

不同曲面重构问题需要不同类型的曲面,本文采用的是 B 样条曲面(B-Spline Surface)。这主要因为 B 样条方法是在保留贝齐尔方法的优点,同时克服了贝齐尔由于整体表示带来不具有局部性质的缺点,而且 B 样条曲面作为矩形域参数曲面的代表,B 样条具有统一、通用、有效的标准算法和强有力的配套技术,以及表示和设计自由曲线曲面的强大功能,因此是最广泛流行的形状数学描述主流方法之一,在曲面重构中被广泛采用。关于 B 样条曲线和曲面的性质和应用可参考文献[6,7]。

在实际运用中,比较常用的是双三次 B 样条曲面,因此对双三次 B 样条曲面就要有所了解。设已知型值点网格为 P_{ij}(即由点集 P 定义的规则网格,$i=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,n$),其中,$m$ 和 n 分别为 u 向和 v 向的型值点数,先反求双三次 B 样条曲面[11,12]

$$p(u,v)=\sum_{i=0}^{m+2}\sum_{j=0}^{n+2}d_{ij}N_{i,3}(u)N_{j,3}(v),\qquad 0\le u,v\le 1$$

满足 $S(u_i,v_j)=P_{ij}(i=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,n)$。其中,$d_{ij}(i=1,2,\cdots,m+2;\ j=1,2,\cdots,n+2)$ 为 B 样条曲面的控制点,$N_{i,3}$ 和 $N_{j,3}$ 为双三次 B 样条基函数。

2 人工神经网络以及 RBF 神经网络

人工神经网络(Artificial Neural Networks)理论是 20 世纪 80 年代中后期世界范围内迅速发展起来的一个前沿研究领域,它在模式识别、计算机视觉、信号处理、非线性优化、语音识别、声纳识别、传感技术与机器人、生物医学工程等领域有着广泛的应用,其发展对计算机科学、人工智能、认知科学等学科产生了重要的影响。根据不同的应用选择不同的神经网络模型。人工神经网络实质是一个带误差反馈的多约束、多变量方程迭代求解系统。网络中的节点即神经元之间按某种规律连接,相互传递信息和反馈误差测试的结果。神经网络具有强大的泛函逼近能力,三层前向网络能以任意精度逼近任意连续函数及其各阶导数,神经网络将表示曲面的映射关系存储于网络的连接权值和阈值中,使模型具有较强的容错性能和联想能力,故利用神经网络能够对重构的曲面进行局部修改和缺陷表面的局部修补。根据网络学习的方式可以把神经网络分为有指导学习网络、无指导学习网络(自组织)和强化学习网络。神经网络的主要训练步骤有:给出训练样本,根据具体的训练方法来计算网络输出和调整网络的参数,重复以上的训练步骤直到网络训练结束。

2.1 RBF 神经网络

径向基函数网络起源于数值分析中多变量插值的径向基函数方法,是一种局部逼近的神经网络。最基本形式的径向基函数网络的构成包括三层,其中每一层都有着完全不同的作用。输入层由一些源点(感知单元)组成,它们将网络与外界环境连接起来。第二层是网络中仅有的一个隐层,它的作用是从输入空间到隐藏空间之间进行非线性变换,在大多数情况下隐藏空间有较高的维数。输出层是线性的,它为作用于输入层的激活模式(信号)提供响应。关于非线性变换之后跟随线性变换的理论基础,其数学依据可以追溯到 Cover 的一篇早期论文[8]。由于 RBF 网络卓越的非线性逼近能力[9,10],它能够模拟复杂的映射,而感知器神经网络如果模拟复杂的映射需要多中间层来实现[11]。另外,它还具有较快的收敛速度和强大的抗噪、修复能力。本文主要采用 RBF 神经网络强大的抗噪、修复能力性质通过自身的学习来对输入的坏点自动地剔除和修复。

RBF 网络应用需要一个训练集用于神经网络的学习阶段,同时还要有一个测试集用于评价工作网络的效果。训练集和测试集都是由输入和输出模式对组成的集合,其元素即模式对来源于同一数据集合。训练集用于训练网络,使网络能按照学习算法调整结构参数,以达到学习的目的;测试集则是用于评价已训练好的网络的性能即泛化能力。一般来讲,训练集所包含的训练模式对的个数,只是源数据集的一部分,即使用训练集内所有模式对训练好的网络,也不能保证用其他模式对测试网络时,都能得到满意的结果。如果用训练模式之外的一组典型模式对作为测试集测试网络,所得结构均是满意的,那么就说该训练网络泛化能力很强;否则就说明所选择的训练模式不具代表性,不能体现源数据集的整体特征,泛化能力较弱或很差。因此,为了获得比较好的网络性能,必须满足两个基本前提,即训练集和测试集应使用典型的模式对;测试集应不同于训练集。RBF 神经网络已经被成功地应用于各种各样的领域,如插值、无序时间序列建模、控制工程、语音识别、图像恢复、3D 实物建模等领域。

2.2 RBF 神经网络的拓扑结构

RBF 神经网络是一种三层前向反馈网络。通常分为输入层、隐层和输出层,每个隐层单元对应一个激活函数。常用的激活函数有:

线性方程为 $\Phi(v)=v$ (1)

三次方程为 $\Phi(v)=v^3$ (2)

薄板样条函数为 $\Phi=v^2\log v$ (3)

多二次函数为 $\Phi(v)=\sqrt{v^2+1}$ (4)

逆多二次函数为 $\Phi(v)=1/\sqrt{v^2+1}$ (5)

高斯函数为 $\Phi(v)=\exp(-v^2/2)$ (6)

根据不同的应用需要不同的函数,在时间序列建模应用中大多数利用薄板样条函数[12],在模式分类和神经网络中常常利用高斯函数[13]。本文中采用优点较多的高斯函数(Gaussian Kernel Function)。

设 RBF 网络的各层节点数目分别为 N_i, N_h, N_o,其网络的

拓扑结构如图 1 所示。输入层节点传递输入信号到隐层, 隐层节点的变换函数(核函数) 是中心径向对称衰减的非负非线性函数, 其作用是对输入信号在局部产生响应, 当输入信号靠近核函数的中央范围时, 隐层节点将产生较大输出, 为此 RBF 网络有时也称为局部感知场网络。输出层激活函数为线性函数, 网络输出节点计算隐节点给出核函数的线性组合。输入层到隐层之间的权值固定为 1, 只有隐层到输出层之间的权值 w_{kj} $(j=1,2,\cdots,N_o;\ k=1,2,\cdots,N_h)$ 可调。

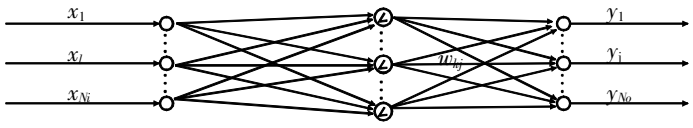

图1　RBF网络拓扑结构

本文中隐层单元所采用的激活函数形式为

$$\Phi_k(X)=\exp\left[-\frac{\|X-C_k\|}{2\delta_k}\right]\ (k=1,2,\cdots,N_h) \tag{7}$$

其中, $\Phi_k(X)$ 为隐层第 k 个节点的输出: $X=(x_1,x_2,\cdots,x_{Ni})^{\mathrm{T}}$ 为网络的输入矢量; $\|\cdot\|$ 表示欧氏范数, 通常取 $\|X-C_k\|=(X-C_k)^{\mathrm{T}}(X-C_k)$, 除此之外, 也可以用权范数[14] 或者马哈拉诺比斯(Mahalanobis) 距离[15,16] 来代替欧式距离; C_k 为隐层第 k 个高斯单元的中心矢量; δ_k 为半径。由式(7) 可看出, 从输入层到隐层之间是一种函数变换, 隐层节点输出范围在 0 和 1 之间, 且输入样本愈靠近节点的中心, 输出值愈大。

RBF 网络的输出为隐含层节点输出的线性组合, 输出形式可表示为

$$y_k=\sum_{j=1}^{N_o}w_{kj}\Phi_j(X)\qquad(k=1,2,\cdots,N_h) \tag{8}$$

将式(8) 写成矩阵形式

$$Y=W\Phi \tag{9}$$

在式(9) 中, $W=(w_1,w_2,\cdots,w_k,\cdots,w_{N_h})^{\mathrm{T}}$ 为隐含层到输出层之间的权矩阵 ($w_k=(w_{k1},w_{k2},\cdots,w_{kN_o})$); $\Phi=(\Phi_1,\Phi_2,\cdots,\Phi_{N_o})^{\mathrm{T}}$ 为隐含层输出矩阵。

2.3　RBF 神经网络的训练方法

通过训练, 神经网络能够模拟特定映射的核函数。为了使神经网络对人们需要设置的权值和拓扑结构的映射进行模拟, 根据网络学习的方式, 神经网络的训练方法一般分为有指导和无指导两种, RBF 网络主要用于有指导的训练。在有指导训练过程中, 首先为网络提供样本数据(训练集) , 并且该样本数据的网络输出是已知的。在这种情况下, 最小化如下代价函数来对网络的权值参数进行设置

$$\min\sum_{i=1}^{N}(Y_j(X_i)-F_j(X_i))^{\mathrm{T}}(Y_j(X_i)-F_j(X_i))\qquad(j=1,2,\cdots,N_o) \tag{10}$$

其中, N 为训练集中向量的个数, $Y_j(X_i)$ 代表 RBF 网络的输出向量。$F_j(X_i)$ 代表训练集中 X_i 所对应的已知输出向量。在无指导训练过程中, 已知训练集中向量的输出是未知的。

早期的训练方法, 为每个样本数据分配一个基函数, 这种情况下对内存的需求和参数的数量要求都很高。另外一些方法, 随机地为隐层单元参数分配值, 并且计算输出的权值, 这种情况下矩阵的转置计算量大, 而且在某种情况下(矩阵奇异时) 可能导致数值问题。由于样本数据是无规则的散乱数据点, 并且样本可能含有噪声的数据点, 所以曲面重建的自动化要求程度高。基于这种情况, 本文采用一种混合训练方法:

第一阶段为无指导训练。

该阶段根据所有的输入样本决定隐层各节点的高斯核函数的中心 C_h 和半径 δ_h。

(1) 确定隐层单元的中心 C_h

确定隐层单元的中心 C_h 的方法有: 向量量化技术[17]、中心的自组织学习(SOL) 选取法[18] 和 K-均值聚类[19] 等方法。最常用的是 K-均值聚类方法, 但是该方法会产生死中心、中心冗余和局部最小化等不良情况。本文中主要是基于动态K-均值方法[20] 来确定隐层单元中心的。

在介绍该算法之前, 先说明几个等式。

设有 N 个训练样本数据向量, 假设该样本开始聚类成 N_c 个中心, x_i 为样本中第 i 个数据向量, c_h 为隐层第 h 个单元的中心($i=1,2,\cdots,N;\ h=1,2,\cdots,N_c$) 。每个数据向量分配到离它最近的中心区域内, 然后中心 c_h 的位置按照如下等式来计算:

$$c_h=\frac{1}{N_h}\sum_{i\in c_h}x_i \tag{11}$$

在所有数据向量分配到距离它们最近的中心区域后, 利用距离函数来检查中心的适合度, 该距离函数是基于中心与属于该中心区域内所有向量之间的欧式距离之和。距离函数定义如下

$$f(c_h)=\sum_{i\in c_h}(\|x_i-c_h\|)^2\qquad(h=1,2,\cdots,N_c;\ i=1,2,\cdots,N) \tag{12}$$

一般地, 距离函数 $f(c_h)$ 的值越小, 中心 c_h 的适应性就越小。$f(c_h)=0$ 意味着该中心区域没有成员数据(即没有数据向量属于该中心 c_h 区域) 。

动态 K-均值聚类算法的详细过程如下:

①初始化 RBF 网络隐层单元的中心和阈值 β_0, $\beta_a=\beta_b=\beta_0$;

②把样本中的数据向量分配到距离它们最近的中心区域内, 并且利用式(11) 计算中心位置;

③利用式(12) 来检查每个中心的适合度;

④在全部中心中找出具有最大和最小 $f(\cdot)$ 的 c_b 和 c_s;

⑤如果 $f(c_s)<\beta_a f(c_b)$; 若中心 c_b 区域中的成员 x_i 满足: $x_i<c_b(i\in c_b)$, 那么就把该成员 x_i 分配给中心 c_s 区域, 并且把中心 c_b 区域中其余的成员仍然归属 c_b;

根据如下等式重新计算中心 c_s 和 c_b 的值

$$\begin{cases}c_s=\dfrac{1}{N_s}\displaystyle\sum_{i\in c_s}x_i\\[2ex] c_b=\dfrac{1}{N_b}\displaystyle\sum_{i\in c_b}x_i\end{cases} \tag{13}$$

⑥根据 $\beta_a=\beta_a-\beta_a/N_c$ 来更新阈值 β_a, 并且重复步骤④和⑤直到满足条件: $f(c_s)\geq\beta_a f(c_b)$ 为止;

⑦重新分配数据向量到距离这些向量最近距离的中心区域, 并且利用式(11) 重新计算中心位置的值;

⑧根据式 $\beta_a=\beta_0$ 和 $\beta_b=\beta_b-\beta_b/N_c$ 来更新阈值 β_a 和 β_b, 重复步骤③到步骤⑦直到满足条件: $f(c_s)\geq\beta_b f(c_b)$ 为止。

步骤①到步骤⑧中的 β_0 为常数。

(2) 确定隐层单元的半径 δ_h

本文采用最常用的最近邻法[21] 确定宽度 δ_h。

第二阶段为有指导的训练。

在确定好隐层的参数后, 根据样本采用误差校正学习算法, 如最小二乘法或梯度下降法, 以求出输出层的权值 w_{kj} $(k=1,2,\cdots,N_h;\ j=1,2,\cdots,N_o)$ 。也可利用文献[22] 中提到

的参数优化方法来对 RBF 网络输出层的权值进行优化。有时在完成第二阶段的学习后,再根据样本信号,同时校正隐层输出层参数,以进一步提高网络的精度。

2.4 利用 RBF 网络进行曲面重构

用 RBF 网络进行散乱测量数据点拟合的实质是对原型曲面 p 进行精确映射的网络参数优化过程,映射形式为 $p(x, y, z) = p(u, v)$。将测量点数据输入 RBF 网络,网络采用上边混合训练算法开始对已知信息进行学习,当网络输出和实际值之间的误差满足指定的阈值时,就完成了网络的训练,实现了 RBF 网络对原型曲面 p 的拟合。本文利用双三次 B 样条曲面来进行仿真试验,输入层两节点分别对应测量数据点的 u, v 值,输出层节点对应测量数据点的 x, y, z 值。

3 仿真试验

本文基于径向基函数神经网络曲面重构的仿真试验是在椭圆抛物面、马鞍面和阔边帽面上进行的(见图 2 ~图 4)。试验过程为:①得到原始曲面上的散乱数据点;②对原始曲面上的散乱数据点加白噪声;③通过 RBF 网络对样本数据点训练,确定 RBF 网络的自由参数,然后对带白噪声数据点去除噪声利用双三次样条进行拟合。

图 2 RBF 神经网络拟合带白噪声的椭圆抛物面

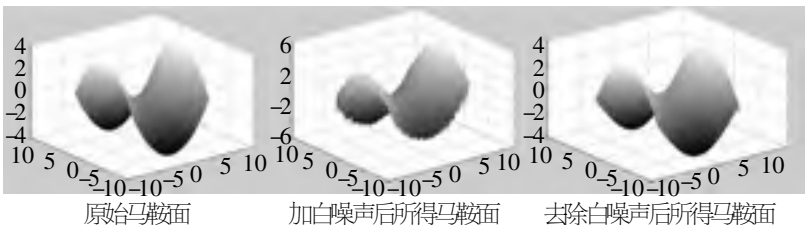

图 3 RBF 神经网络拟合带白噪声的马鞍面

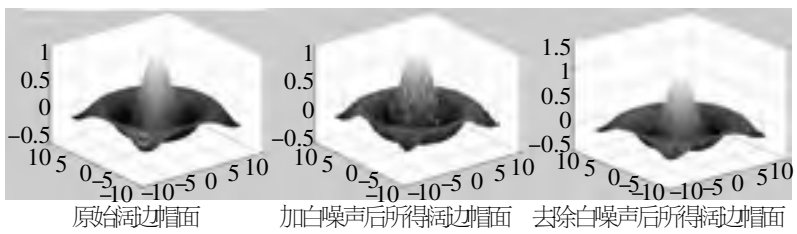

图 4 RBF 神经网络拟合带白噪声的阔边帽面

4 结论

径向基函数网络是一种局部逼近神经网络,对每个输入和输出的数据对,只需要调整少量的权值,使其在逼近、分类能力和学习速度等方面都大大优于传统 BP 网络[4,23],学习速度比通常的 BP 网络快 10^3 ~10^4 倍。本文针对 RBF 神经网络的特点,结合网络设计工作,对 CAGD 中的散乱数据曲面重构,采用 RBF 神经网络进行求解。从仿真试验结果来看,RBF 网络适合于解决曲面离散带噪声点集的曲面重构问题,比传统的样条方法更有效、更方便,具有较好的使用价值,并且 RBF 网络很容易推广到更高维的问题求解中。这从新的角度提出了密集散乱数据点的曲面建模方法。同时,通过对 RBF 网络对散乱数据点进行曲面重构的研究,对如何选择径向基函数的中心和半径有了更深入的了解。此外,如何将神经网络算法应用于更多的问题求解以及如何根据求解问题过程中发现的缺陷和不足来发展新的神经网络结构和算法是我们需要努力的方向。

参考文献:

[1] usinkiewicz S, Hall-Holt O, Levoy M. Real-time 3D Model Acquisition[J]. ACM Trans. Gr., 2002, 21(3): 438-446.

[2] Bradley C, Vickers G W. Free-form Surface Reconstruction for Machine Vision Rapid Prototyping[J]. Optical Engineering, 1993, 32(9): 2191-2199.

[3] GU P, YAN X. Neural Network Approach to the Construction of Freedom Surface for Reverse Engineering[J]. Computer Aided Designing, 1995, 27(1): 51-56.

[4] 王铠,张彩明. 重建自由曲面的神经网络算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 1998, 10(3): 193-199.

[5] 高宏峰. 遗传神经网络及其在非线性系统辨识中的应用研究[J]. 洛阳工报, 1998, 19(1): 74-77.

[6] 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条(CAGD &NURBS)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2001. 211-248.

[7] 朱心雄. 自由曲线曲面造型技术[M]. 北京: 科学出版社, 2000. 106-111.

[8] Cover, T M. Geometrical and Statistical Properties of Systems of Linear Inequalities with Applications in Pattern Recognition[J]. IEEE Transactions on Electronic Computers, 1965, EC(14): 326-334.

[9] ark, J Sandberg, J W. Universal Approximation Using Radial Basis Functions Network[J]. Neural Computation, 1991, 3: 246-257.

[10] oggio T, Girosi F. Networks for Approximation and Learning[J]. Proc. of IEEE, 1990, 78(9): 1481-1497.

[11] aykin, Simon S. Neural Network: A Comprehensive Foundation [M]. Upper Saddle River, N. J. Prentice Hall, 1999.

[12] hen S, Cowan, C F, Grant P M. Orthogonal Least Squares Learning Algorithm for Radial Basis Function Networks[J]. IEEE Trans. on Neural Networks, 1991, 2(2): 302-309.

[13] anner R M, Slotine J-J E. Gaussian Network for Direct Adaptive Control[J]. IEEE Trans. on Neural Networks, 1994, 3(6): 837-863.

[14] imon Haykin. Neural Network[M]. Macmillan College Publishing Company, New York, 1994.

[15] asdagli M. Nonlinear Prediction of Chaotic Time Series[J]. Physica D, 1989, 35: 335-356.

[16] ors A G, Pitas I. Median Radial Basis Function Neural Network [J]. IEEE Trans. on Neural Network, 1996, 7(6): 1351-1364.

[17] obert M Gray. Vector Quantization[J]. IEEE ASSP Magazine, 1984, (1): 4-29.

[18] 宋宜宾,王培进. 基于径向基函数神经网络的非线性模型辨识[J]. 计算机工程, 2004, 30(5): 142-169.

[19] Tou, R Gonzalez. Pattern Recognition[C]. Reading, MA: Addison-Wesley, 1974.

[20] Y Mashor. Hybrid Training Algorithm for RBF Network[J]. International Journal of the Computer, the Internet and Management, 2000, 8(2): 48-65.

[21] J E Moody, C J Darken. Fast Learning in Networks of Locally-tuned Processing Units[J]. Neural Computation, 1989, 1: 281-294.

[22] 范彦革,刘旭敏,陈婧. 基于 RBF 神经网络 NURBS 的散乱数据点自由曲面重建[J]. 计算机工程与应用, 2005, 40(11): 66-69.

[23] 王永骥,涂健. 神经元网络控制[M]. 北京: 机械工业出版社, 1998.

作者简介:

陈婧(1981-),女,硕士研究生,研究方向为计算机辅助几何设计、数据挖掘;刘旭敏,女,教授,博士生,研究方向为计算机辅助几何设计、数据挖掘;范彦革,男,硕士研究生,研究方向为计算机辅助几何设计、数据挖掘。