Contourlet: 一种有效的方向多尺度变换分析方法*

易文娟[1,2,3], 郁 梅[1,2,3], 蒋刚毅[3,4]

(1. 中国科学院 计算技术研究所, 北京 100080; 2. 中国科学院 研究生院, 北京 100049; 3. 宁波大学 电路与系统研究所, 浙江 宁波 315211; 4. 南京大学 软件新技术国家重点实验室, 江苏 南京 210093)

摘 要: Contourlet 变换是对二维图像域内小波变换的一种新扩展, 由不可分的方向滤波器组实现, 该变换的基函数分布于多尺度、多方向上, 可仅利用少量系数有效地捕捉图像中的光滑轮廓, 而光滑轮廓正是自然图像的主要特征。讨论了 Contourlet 变换的发展背景、原理和数字实现与实际应用, 分析了 Contourlet 变换存在的问题并指出了进一步研究的方向。

关键词: 方向多尺度变换; Contourlet 变换; Curvelet 变换; 小波变换

中图法分类号: TP317.4 **文献标识码**: A **文章编号**: 1001-3695(2006)09-0018-05

Contourlet: Efficient Directional and Multiresolution Analytic Tool

YI Wen-juan[1,2,3], YU Mei[1,2,3], JIANG Gang-yi[3,4]

(1. Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China; 2. Graduate School, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China; 3. Instituts of Circuits & System, Ningbo University, Ningbo Zhejiang 315211, China; 4. State Key Laboratory of Novel Software Technology, Nanjing University, Nanjing Jiangsu 210093, China)

Abstract: The Contourlet transform is a new extension to wavelet transform in two dimensions using nonseparable and directional filter banks. With rich set of basis images oriented at varying directions in multiple scales, Contourlet transform can effectively capture the smooth contours, which are the dominant features in natural images, with only a small number of coefficients. This paper discussed the background, principles, digital realization and the application of Contourlet transform. Based on an analysis of the current problems within Contourlet transform, its further research directions has been anticipated.

Key words: Multiscale Geometric Transform; Contourlet Transform; Curvelet Transform; Wavelet Transform

随着图像处理技术渗入人们的生活, 有效的图像表示和处理受到了极大的重视。表示法的有效性是采用稀疏描述的方法捕捉图像中视觉信息的能力。自然图像的视觉信息主要包含在物体边界的几何特征中, 因此利用几何特征表示和处理视觉信息成为很多图像处理任务(图像重建、压缩、去噪和特征提取等)的研究热点。

研究初期, 人们认为倘若能预先知道图像中几何轮廓的分布就能稀疏地表示图像。基于该思想, 人们提出了很多基于边缘的算法。Carlsson 在 1988 年提出了基于边缘的图像表示[1], 这种方法首先检测图像中发生数值跳变的曲线即边缘, 再通过描述相同的边缘和数值插值计算边缘间的图像灰度值来逼近原图像。基于相似的思想, 还有许多其他采用不同的边缘检测方式和跳变模型来逼近原图像基于边缘的图像表示方法[2,3], 多尺度边缘表示的小波模极大值方法[4]和边缘自适应多分辨率方法[5]则对这些模型进行了改进。在重构主要边缘结构的过程中, 人们还引入了非完备正交簇的 Fovel 小波和 Wavelet Footprint[6]等基于边缘的图像表示方法。这些方法都需预先计算图像的几何轮廓特征, 再利用边缘信息调整算法来逼近原图像, 因此是自适应的。目前, 自适应表示法中最具代表性的是 Pennec 和 Mallat 提出的 Bandlet[7], 据证明 Bandlet 在某种意义上可达到最优逼近。但所有基于边缘检测的算法都存在一个难题: 图像的灰度值突变并不完全等价于边缘轮廓附近的灰度值突变。一方面, 光学衍射产生的平均效果模糊了闭合边缘上灰度值的不连续性, 物体的边缘可能不会有明显的灰度值突变; 另一方面, 许多灰度突变可能起源于纹理信息而不是几何轮廓, 区分确定图像中灰度值突变的起因至今仍未有很有效的办法。因此, 大部分基于边缘的自适应算法在实际应用中的逼近效果并不优于可分正交小波变换。

图像的非自适应表示法无须计算先验知识, 在固定基或框架下逼近图像, 与自适应算法相比具有算法简单可通用、计算效率高的优点。小波变换是目前广泛使用的非自适应方法, 一维小波无须先验知道奇异点的分布, 能对含点奇异的分段光滑函数达到最优逼近。一维信号的奇异表现为点奇异, 而二维情况要复杂得多, 奇异点往往不是孤立点, 而是聚合成有某些几何特征的轮廓。二维可分小波是一维小波的简单张成, 各向同性的性质导致方向选择性差, 不能有效地捕捉轮廓信息, 是一种"非稀疏"图像表示法, 因此有必要寻求比小波更有效的方法。继可分小波变换后自适应图像表示法层出不穷, 但是非自适应的稀疏表示法的研究却成效甚微, 直到 Candes 和 Donoho 在 1999 年提出非自适应的 Curvelet 变换[8], 表明图像的非自

收稿日期: 2005-07-31; 修返日期: 2005-09-29

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60472100); 浙江省自然科学基金青年人才基金资助项目(RC01057); 浙江省科技攻关项目(2004C31105); 宁波市科技局资助项目(2003A61001, 2004A610001, 2004A630002)

适应稀疏表示是可能的。2002 年 Do 和 Vetterli 在继承 Curvelet 思想的基础上构造了一种新的非自适应的方向多尺度变换——Contourlet 变换[9]。本文讨论了图像稀疏表示的概念、Curvelet 变换和 Contourlet 变换的基本原理以及数字 Contourlet 变换的构造过程和相关性质及其在图像处理中的应用,最后分析了 Contourlet 变换的前景和发展方向。

1　图像的稀疏表示

在图像压缩、图像去噪、图像重建等图像处理任务中,图像表示法的稀疏性是关键。某种表示方法是“稀疏的”表明: 一些数值较大的系数集中(浓缩)了图像的大部分能量和信息,这意味着使用少量的比特数就能达到表示图像的目的。

1.1　稀疏表示的要素

对一维分段光滑信号,如一幅图像的扫描线,小波已被证明在某种程度上达到最优表示。自然图像并非是一维光滑扫描线的堆积,由于物体的光滑边界,自然图像中的不连续点常以分段连续曲线的形式表现。二维可分小波是一维小波的简单张量积,其基函数具有方形的支撑域,表现出各向同性(Isotropy)的性质,仅能捕捉有限的方向信息(水平、垂直和对角线方向)。图 1(a)给出了二维可分小波基逼近曲线奇异的过程。二维可分小波的多分辨率性质通过使用具有不同尺度方形支撑域的基函数来实现,随着分辨率升高,尺度变细,最终表现为使用众多的“点”来逼近曲线。在尺度 j 时[10],小波基的支撑域边长近似为 2^{-j},变换域内幅值超过 2^{-j}的小波系数的数目至少为 $O(2^j)$ 阶,即支撑域尺度变细时,非零小波系数的数目呈指数增长,产生大量不可忽略的系数。因此,二维可分小波非线性逼近轮廓细节较多的图像时,误差衰减极为缓慢,最终表现为不能稀疏逼近原图像。图 1(b)对同一曲线奇异给出了一种更为有效稀疏的表示法,该变换的基函数的支撑域为不同规格的长条形且每个长条形的方向与包含于该区域内曲线的走向大体一致。显然分辨率相同时,图 1(b)使用的长条形少于图 1(a)中的方形,尤其在分辨率高的情况下,数目相差更为悬殊,即图 1(b)可使用少得多的基函数稀疏逼近曲线。与二维可分小波基方向支撑域的各向同性不同,长条形的支撑区间与曲线方向的一致性是多方向的一种体现,称之为各向异性(Anisotropy)。

(a) 二维可分小波逼近曲线　　(b) 一种更理想的逼近方式

图 1　稀疏表示方法

Olshausen 和 Field 对人类视觉系统的研究实验表明[11]: 人类视觉系统能自动调节以使用最少的视觉神经细胞来捕捉自然场景的本质信息,即意味着对自然场景最稀疏地编码。人类视觉系统中视觉皮层可接受域具有局域性、方向性和带通特性。综合人类视觉系统的研究成果和自然图像的统计特性以及图像表示法稀疏性的分析,一种稀疏的图像表示方法应该满足下列性质: ①多分辨率。实现从低分辨率到高分辨率逐步逼近原始图像。②局部性。基函数在空间域和频域都能局部定位。③临界采样。对压缩等应用,提供临界采样的基或框架。④方向性。提供多方向信息,即包含各个方向上的基。⑤各向异性。根据曲线走向敷设多方位角的长条形基以描述图像中的平滑连续轮廓。

二维可分小波满足以上性质中的前三个,后两个性质尤其是各向异性,小波变换完全不能满足,因此有必要寻找满足以上条件的稀疏表示法。

1.2　稀疏性的衡量

自然界中多数物体的平滑边缘构成自然图像中的曲线奇异,分片光滑的二维函数实际上描述了一大类自然图像,下面仅讨论包含 C^2 光滑的曲线轮廓且除曲线奇异,其他区域都是 C^2 平滑的图像。图像表示法的稀疏性通常通过 M 阶非线性逼近的平方误差来衡量。设函数 f 在标准正交基 $B=\{\psi_\lambda\}$(如傅里叶基或小波基)下分解为 $f=\sum f_\lambda\psi_\lambda$,这里 $f_\lambda=\langle f,\psi_\lambda\rangle$,则在标准正交基 B 下 M 阶非线性逼近定义为部分和 $f_M=\sum_{\lambda\in I_M} f_\lambda\psi_\lambda$,即 f 在 M 个基上投影和,其中 I_M 对应于系数幅值最大的 M 个基。图像的 M 阶非线性逼近的误差衰减为 $e(M)=\|f-f_M\|_2^2=\sum_{\lambda\notin I_M}|f_\lambda|^2$。

对分片光滑图像,小波变换的逼近误差衰减率[12]为 $e^{\mathrm{Wavelet}}(M)\sim O(M^{-1})$,而傅里叶变换则逼近效果更差[13],只能达到 $O(M^{-1/2})$。下面将介绍的 Curvelet 变换和 Contourlet 变换的逼近误差衰减[14,15]则分别是 $O((\log M)^{1/2}M^{-2})$ 和 $O((\log M)^3M^{-2})$,达到渐近最优逼近。

2　Curvelet 变换与 Contourlet 变换

Curvelet 变换是由 Candes 在其博士论文[16]中提出的 Ridgelet 变换演变而来的。Ridgelet 变换对含有直线奇异的多变量函数有很好的逼近效果,能稀疏地表示包含直线边缘的分片平滑图像。但是对含有曲线奇异的图像,Ridgelet 变换的逼近性能只与小波变换的性能相当。

Curvelet 变换由 Ridgelet 变换演变而来,其基本思想是: 对曲线奇异加窗分割,使包含于每个子窗内的曲线段几乎是直的,对分割后的线段进行局部 Ridgelet 变换则能得到很好的逼近效果。简言之,Curvelet 变换通过对图像滤波并对带通图像加窗局部实现 Ridgelet 变换,分为以下三个步骤实现[17,18]:

(1) 对图像进行滤波,分解得到一系列图像子带;

(2) 基于每个子带的中心频率实施加窗,分割成尺度合适的子块;

(3) 对这些子块进行多尺度 Ridgelet 变换。

Curvelet 变换的关键在于通过调整窗口规格和子带频率使 Curvelet 基的支撑集服从曲线各向异性尺度关系: width $\propto$ length^2,即类似于图 1(b)中基函数的分布。Curvelet 变换对具有 C^2 曲线奇异的分片光滑图像 f 的 M 阶非线性逼近 f_M^{Curvelet} 产生的失真满足 $e^{\mathrm{Curvelet}}(M)=\|f-f_M^{\mathrm{Curvelet}}\|\le C(\log M)^{1/2}M^{-2}$。除去因子 $(\log M)^{1/2}$,Curvelet 变换逼近性能几乎是最优的。

从傅里叶变换逼近误差衰减率 $O(M^{-1/2})$ 到小波逼近误差衰减率 $O(M^{-1})$,再到 Curvelet 达到的 $O((\log M)^{1/2}M^{-2})$,Curvelet 变换的逼近性能相对小波变换的提高可与小波变换对 Fourier 逼近的提高相媲美。尽管 Curvelet 变换在理论上已被证明是渐近最优的,但其数字实现还存在一些需要解决的问

题, Ridgelet 变换和 Curvelet 变换都定义于连续域上, 在离散域的实现是非平凡的。数字 Curvelet 算法的计算复杂度非常高, 而且冗余度高达 $16J+1$[18,19] (J 是 Curvelet 的尺度分解层次), 这与 Curvelet 变换对图像稀疏表示的初衷相背离。尽管 Curvelet 的数字实现不尽如人意, 但丝毫不能掩盖蕴涵于其中的先进思想方法, 可以说该变换的意义在于证明了通过固定基的非自适应变换稀疏地表示含有平滑曲线奇异的图像的可能性。

在继承 Curvelet 变换的各项异性尺度关系的基础上, 2002 年, Donoho 和 Vetterli 提出一种新的图像二维表示方法: Contourlet 变换[9], 也称为塔形方向滤波器组(Pyramidal Direction Filter Bank, PDFB) 。Contourlet 变换是小波变换的一种新扩展, 是一种多分辨率的、局域的、多方向的图像表示方法, 其图像基分布于多尺度、多方向上。Contourlet 变换的优点在于能够仅使用少量系数有效地表示平滑轮廓, 而平滑轮廓正是自然图像中的重要特征。

2.1 塔形方向滤波器组 PDFB

Contourlet 变换继承了 Curvelet 变换的各向异性尺度关系[8], 在一定意义上它是 Curvelet 变换的另一种实现方式。Curvelet、小波等许多其他变换最初都提出于连续域, 然后才有对离散取样数据的数字实现; 而 Contourlet 的提出首先是在离散域的数字变换, 其后才被推广到连续域并分析其性质的。类似于小波基从滤波器组导出的方式, Donoho 和 Vetterli 利用不可分滤波器组构造离散域上多分辨率、多方向的基函数, 由于利用类似于轮廓段的基本结构灵活的多尺度、多方向局部地表示图像, 因此被称为 Contourlet 变换。

Contourlet 变换的基本思想是首先用一个类似小波的多尺度分解捕捉边缘奇异点, 再根据方向信息将位置相近的奇异点汇集成轮廓段。Contourlet 变换选用 Burt 和 Adelson 于 1983 年提出的拉普拉斯塔式滤波器结构(Laplacian Pyramid, LP)[21] 对图像多分辨率分解来捕捉奇异点。LP 分解首先产生原始信号的一个低通采样逼近及原始图像与低通预测图像之间的一个差值图像, 对得到的低通图像继续分解得到下一层的低通图像和差值图像, 如此逐步滤波得到图像的多分辨率分解。相比临界采样小波方案, LP 分解在高维情况下每层仅产生一个带通图像, 避免了扰频现象(因为 LP 滤波器组仅对低通图像进行了下采样) 。倘若利用正交滤波器组实现 LP 分解能得到框架界为 1 的紧框架, 这也是 Contourlet 变换中采用 LP 分解的原因之一。

Bamgerger 和 Smith 于 1992 年提出了最大抽样条件下可完全重建(Perfect Reconstruction, PR) 的二维方向滤波器组[20] (Directional Filter Bank, DFB) , DFB 滤波器组对图像进行 l 级二叉树状结构分解, 将频域划分为 $2l$ 个锲形(Wedge Shape) 子带。在继承 DFB 滤波器多方向分解理论的基础上, Donoho 提出了一种新的 DFB 构造方法[22], 这种方法使用扇形结构的共轭镜像滤波器组以避免对输入信号的调制, 同时将 l 层二叉树状结构的方向滤波器变成了 $2l$ 个并行通道的结构。

本质上 DFB 仅适用于图像的高频分量, 这是因为方向滤波器组可能将图像的低频分量泄漏于几个方向性子带中。方向滤波器本身并不能提供稀疏表示, 应用之前需要将图像的低频部分移除, 这促使多分辨率分解模块 LP 与方向分解模块 DFB 的结合: 图像每次经 LP 子带分解产生的高通子带输入 DFB 后, 逐渐将点奇异连成线形结构, 从而捕获图像中的轮廓。LP 与 DFB 结合形成双层滤波器组结构, 称为塔形方向滤波器组 PDFB, 由于该变换以轮廓段形式的基函数逼近原始图像, 因此也称为离散 Contourlet 变换。图 2 给出了离散 Contourlet 变换的滤波器组结构图, 原始粗糙图像经 PDFB 结构多层分解可得到多尺度多方向的子带图像。图 3 则给出了一个可能 Contourlet 频域分解图, 在实际应用中, 方向数一般随着尺度增大而增多。

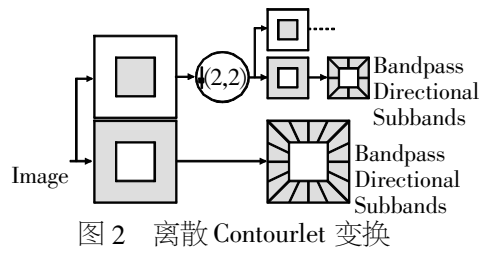


图 2 离散 Contourlet 变换滤波器组结构示例图

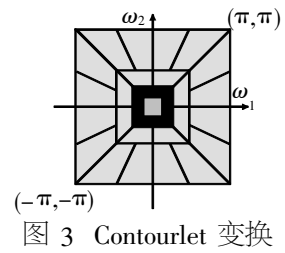


图 3 Contourlet 变换的频域分解示例图

2.2 Contourlet 变换的性质

Contourlet 变换是 LP 结构和 DFB 结构结合而成的二层滤波器组结构, 因此既有源于 LP 和 DFB 的性质, 也有组合结构的特有性质, Contourlet 变换的一些重要性质如下。

定理 1 在塔形方向滤波器组 PDFB 中, 下列性质成立[15]:

(1) 若 LP 和 DFB 都使用完全重建滤波器, 则 PDFB 能够完全重建原始图像, 即能提供一个框架。

(2) 若 LP 和 DFB 都用正交滤波器实现, 则 PDFB 提供框架界为 1 的紧框架。

(3) PDFB 结构的冗余来源于 LP 且与 LP 的冗余度相同, 上限为 4/3。

(4) 若将 LP 第 j 塔层分解得到的高通子带输入 l_j 级二叉树 DFB 结构($j=1,2,\cdots,J$, 其中 $j=1$ 对应最小尺度) , 得到的 PDFB 基图像的支撑集宽为 2^j 且长为 2^{j+l_j-2}。

(5) 若采用有限冲激响应(FIR) 滤波器, PDFB 对 N-像素图像的计算复杂度为 $O(N)$。

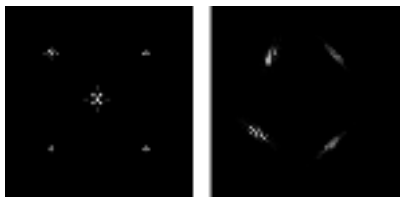
Contourlet 变换的目的是对包含曲线奇异的分片光滑图像提供有效的稀疏表示, Donoho 和 Vetterli 给出了如下条件以保证 Contourlet 表示的稀疏有效性:

(1) 抛物线式尺度关系(Parabolic Scaling) 。width $\propto$ length^2, 即源于 Cuvelet 变换中的各向异性尺度关系。抛物线式尺度关系能保证具有线形或矩形支撑集的基沿着曲线敷设, 仅用少量系数就能有效地逼近平滑奇异曲线(类似于图 1 (b)) 。在 Contourlet 变换中, 要满足各向异性尺度关系只需 PDFB 塔式结构中, 尺度每精细两层, 方向数翻一番, 即第 $j+2$ 层上的方向数 l_{j+2} 是第 j 层上方向数 l_j 的两倍($j=1,2,\cdots$) ; 推广到任意第 j 和第 j_0 层, 不妨假设 $j\leq j_0$, 则相应的方向数应满足 $l_j=l_{j_0}-\lfloor (j-j_0)/2\rfloor$。

(2) 方向消失矩(Directional Vanishing Moment, DVM) 。一维小波稀疏逼近分段光滑信号意味着只有较少的小波基函数在不连续点附近能发觉奇异性, 相应系数的幅值较大。小波变换的关键在于设计频率选择性好的滤波器, 这要求小波基有足够的消失矩, 即低通滤波器在 $\omega=\pi$ 时有足够多的零点。二维分片光滑图像中, 奇异点既有空间特性也有方向特征, 稀疏表示要求只有位于曲线奇异附近且方向与曲线方向一致的基能够发觉奇异性, 即在某方向上有足够多的消失矩, 称为方向

消失矩。Contourlet 变换提供稀疏表示的条件之一是有足够多的方向消失矩。

图 4 给出了一些小波和 Contourlet 的基函数, 可见 Contourlet 的基函数能提供更丰富的方向和形状, 这有助于捕捉图像中的几何结构。离散 Contourlet 分解非线性逼近图像的本质为图像中的平滑区域通过小尺度的低通图像表示, 而图像的平滑边缘则通过一些局部的方向系数来有效表示。已有实验表明, 满足以上稀疏性条件的 Contourlet 基函数表示图像时得到的变换域的系数相当稀疏, 幅值较大的系数集中于边缘附近且与边缘方向一致的子带中。图 5 给出了 Contourlet 变换的一个例子, 图像 Peppers 经三级 LP 分解, 最细致层上方向数为 32 的 Contourlet 分解图。



(a) 二维实小波　(b) Contourlet 基

图 4　一些二维实小波和 Contourlet 基

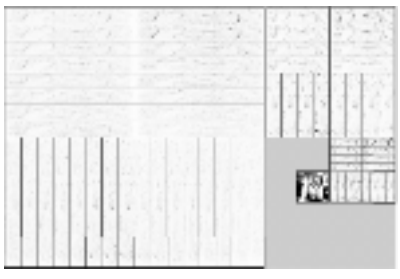


图 5　离散 Contourlet 变换作用于 Peppers 图像

定理 2　假如满足抛物线式比例关系且方向消失矩足够多, Contourlet 变换对含有 C^2 曲线奇异的分片 C^2 光滑的图像的 M 阶非线性逼近误差衰减满足下面的关系[15]:

$$e^{\mathrm{Contourlet}}(M) = \| f - f_M^{\mathrm{Contourlet}} \|^2 \le C(\log M)^3 M^{-2}$$

Contourlet 变换 $O((\log M)^3 M^{-2})$ 的逼近误差衰减速率与 Curvelet 变换 $O((\log M)^{1/2} M^{-2})$ 的误差衰减率非常接近, 都远远优于小波变换的逼近程度 $O(M^{-1})$。其根本原因在于这两种变换均满足各向异性关系, 弥补了小波变换方向信息有限的缺陷。针对含有 C^2 曲线奇异的分片光滑图像, 没有任何方案可以达到比 $O(M^{-2})$ 更好的误差衰减率。从这种意义上说, Contourlet 变换对含有 C^2 曲线奇异的分片光滑函数达到了渐近最优逼近。

2.3　Contourlet 变换的应用分析

小波变换是目前通用的图像处理手段, 但小波变换对图像中曲线奇异的平滑性视而不见, 影响其实际应用。在 Contourlet 变换之前, 人们已提出很多其他多尺度、多方向的几何图像表示方法, 如二维 Gabor 变换[23]、Cortex 变换[24]、Steerable Pyramid[25]、二维方向小波[26]、Brushlet[27] 及 Complex Wavelet 复小波[28] 等, 这些变换与 Contourlet 变换的主要不同在于这些方法或者只能提供有限方向上的分解, 或者采样冗余度庞大。Contourlet 变换不仅提供任意方向上的信息, 且采样冗余度小(冗余度至多达到 4/3)。Contourlet 变换使用迭代滤波器组可实现高效计算, 若使用有限激励响应滤波器, 逼近 N-像素图像的计算复杂度为 $O(N)$, 远低于数字 Curvelet 变换的计算复杂度。Contourlet 的诸多优点使其在图像去噪、纹理检测和压缩编码等方面有很好的应用前景。

(1) 基于 Contourlet 变换的图像去噪。Contourlet 变换不具备平移不变性质, 因此直接采用 Contourlet 对图像去噪会引入类似于伪 Gibbs 现象的视觉误差。基于 Cycle-Spinning 的 Contourlet 去噪方案[29] 通过平移、去噪、再求各平移复位后图像的平均图像克服了缺乏平移不变性的缺陷, 能对被加性高斯噪声(高斯噪声的方差范围可以很大) 损坏的图像达到很好的去噪性能。实验结果表明: 基于 Cycle-Spinning 的 Contourlet 去噪在视觉效果上和 PSNR 性能上均优于平移不变小波, 尤其对包含大量精细纹理和轮廓的图像去噪效果更佳。对自然图像的 Contourlet 变换域数据的统计分析表明, 使用隐马尔可夫树可以有效地对 Contourlet 系数建模[30], 使用 Contourlet HMT 模型对图像去噪的效果优于小波 HMT, 而且该模型应用于纹理检测方面相比小波 HMT 的效果也有所提高。

(2) 基于 Contourlet 变换的图像直接编码。基于该编码[31] 的代价分为两部分, 即对图像在 Contourlet 变换域内的量化系数的编码和对各系数的位置映射的编码。Contourlet 变换域内幅值较大的系数在位置上比小波系数的分布更集中, 因此对位置映射编码所需的比特数更少, 但由于在 LP 分解过程中未对高频分量下采样, 造成了一定的冗余度(Contourlet 变换的固有冗余度上限为 4/3), 直接编码的 PSNR 性能未必优于小波编码的 PSNR 性能。然而, Contourlet 变换擅长于表示纹理和轮廓信息, 能很好地保留自然场景中的纹理和细节。因此, 在一定比特率范围内对含有大量纹理和振荡模式的图像, Contourlet 直接编码与小波编码的 PSNR 性能相当, 且视觉效果更佳。

(3) Contourlet 变换与小波变换结合的编码。小波理论自提出发展至今得到了一系列成熟的理论、算法, 并已被 JPEG 2000 标准采纳。在对 Contourlet 的研究应用中, 十分有必要借鉴使用小波已有的成果。基于小波的 Contourlet 变换(Wavelet-based Contourlet Transform, WBCT)[32] 采用小波变换取代 LP 滤波器结构实现多分辨率分解, 小波分解得到的带通图像输入方向滤波器以满足各向异性尺度关系。该方法除去了 LP 滤波器结构引入的数据冗余, 形成两级非冗余且完全重构的滤波器组, 因此整体是非冗余和完全重建的, 能够有效地逼近包含轮廓和震荡模式的图像。采用类似于小波编码的 SPIHT 算法来考虑空间方位树(即零树) 能有效地对包含较多纹理和轮廓的图像进行编码。仿真结果表明, 该方法与小波编码的 PSNR 性能相当, 在视觉效果上优于小波 SPIHT 算法。Contourlet 和小波变换迭代编码算法[33] 是另外一种具有代表性的混合编码方案, 自然图像在低频域分布的能量更多, 在较粗糙尺度使用小波变换有利于控制冗余度, 在细致尺度上使用 Contourlet 变换则能很好地捕捉轮廓信息。数字实验表明: 该算法优于单独的 Contourlet 变换和小波变换。至于如何分配 Contourlet 和小波的分解层次以及 DEB 的方向数目, 理论上可通过计算变换域的迭代投影过程中图像域的量化误差使其最小而得到[33]。

3　总结与展望

本文主要讨论了一种有效的多尺度方向变换——Contourlet 变换及其原理和滤波器的结构, Contourlet 变换在任意尺度上能实现 2 的任意次方数目的方向分解, 擅长于描述图像中的轮廓和纹理信息, 在图像去噪、压缩编码、图像增强、特征提取等方面有很好的应用前景。

Contourlet 继承了 Curvelet 的各向异性尺度关系, 但是走的却是一条与 Curvelet 变换截然相反的技术路线, Contourlet 变换先是直接定义于数字域中, 再推广到连续域并进行理论分析,

其数学基础还有待进一步完善[34]。相对于 Curvelet 变换, Contourlet 变换能够提高高效计算; 但与小波变换相比较, 小波变换对 $N \times N$ 像素图像的计算复杂度为 $O(N\log N)$, Contourlet 变换则为 $O(N^2)$, 仍有一定的不足。Contourlet 能否在许多方面取代小波变换成为新一代的逼近方法在很大程度上取决于其是否具有高效算法, 这将是人们进一步研究的方向之一。

在允许一定冗余度的情况下, 扩大基函数集合可以使变换更加灵活、完善地表示图像信息, 无下采样的 Contourlet 变换[36] (Nonsubsampled Contourlet Transform, NSCT) 就是一个平移不变、多尺度、多方向的超完备变换, 实验证明 NSCT 在图像加强、图像去噪等领域非常有效。冗余变换有利于图像去噪等方面, 但对图像压缩编码则成为一个不利的因素, Contourlet 具有源于 LP 结构的冗余度是一种冗余变换。Lu 和 Do 提出了一种无冗余多尺度、多方向的滤波器组结构[35], 这种结构在频率域的划分类似于 Contourlet 变换, 可以看作是原始的 Contourlet 变换的临界采样版本 (Critically Sampled Version of the Original Contourlet Transform, CRISP-Contourlet)。CRISP-Contourlet 和 NSCT 是 Contourlet 变换的两种具有代表性的扩展, 可预见根据不同的图像处理目的构造冗余度不同的 Contourlet 滤波器结构将成为人们研究的热点之一。此外, 设计具备一定方向消失矩条件的离散域最优滤波器也是目前的一个难点。

参考文献:

[1] Carlsson. Sketch Based Coding of Grey Level Images[J]. IEEE Trans. Signal Processing, 1988, 15(1): 57-83.

[2] J Elder. Are Edges Incomplete? [J]. International Journal of Computer Vision, 1999, 34(2): 97-122.

[3] X Xue, X Wu. Image Representation Based on Multi-scale Edge Compensation[C]. Kobe: The International Conference on Image Processing, 1999.

[4] S Mallat, S Zhong. Wavelet Transform Maxima and Multiscale Edges [A]. B R, *et al*. Wavelets and Their Applications[M]. Boston: Jones and Bartlett, 1992.

[5] A Cohen, B Matei. Nonlinear Subdivisions Schemes: Applications to Image Processing[A]. A Iske, E Quack, M Floater. Tutorial on Multiresolution in Geometric Modeling[M]. Springer, 2002. 93-97.

[6] P L Dragotti, M Vetterli. Footprints and Edgeprints for Image Denoising and Compression[C]. Thessaloniki: Proc. of IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), 2001. 237-240.

[7] E Le Pennec, S Mallat. Image Compression with Geometrical Wavelets[C]. Vancouver: Proc. of International Conference on Image Processing (ICIP), 2000. 661-664.

[8] E J Candes, D Donoho. Curvelets: A Surprisingly Effective Nonadaptive Representation for Objects with Edges[A]. A Cohen, C Rabut, L L Schumaker. Curve and Surface Fitting[M]. Nashville: Vanderbilt University Press, 1999.

[9] M N Do, M Vetterli. Contourlets[A]. J Stoeckler, G V Welland. Beyond Wavelets[M]. Academic Press, 2002.

[10] D L Donoho. Orthonormal Ridgelets and Linear Singularities[J]. SIAM J. Math. Anal., 1998, 31(5): 1062-1099.

[11] B A Olshausen, D J Field. Emergency of Simple-cell Receptive Field Properties by Learning a Sparse Code for Natural Images[J]. Nature, 1996, 381: 607-609.

[12] S Mallat. A Wavelet Tour of Signal Processing(2nd edition)[M]. Academic Press, 1999.

[13] D L Donoho, *et al*. Data Compression and Harmonic Analysis[J]. IEEE Trans. Information Theory, 1998, 44(6): 2435-2476.

[14] E Candès, D Donoho. New Tight Frames of Curvelets and Optimal Representations of Objects with Smooth Singularities[R]. Department of Statistics, Stanford University, 2002.

[15] M N Do, M Vetterli. Contourlets: A Directional Multiresolution Image Representation[C]. Rochester: Proc. of IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), 2002. 357-360.

[16] E J Candes. Ridgelets: Theory and Applications[D]. Department of Statistics, Stanford University, 1998.

[17] E J Candes, D L Donoho. Curvelets, Multiresolution Representation, and Scaling Laws[A]. A Aldroubi, *et al*. Wavelet Applications in Signal and Image Processing VIII[C]. Proc. of SPIE 4119, 2000. 1-12.

[18] D L Donoho, M R Duncan. Digital Curvelet Transform: Strategy, Implementation and Experiment[C]. Bellingham Washington: Proc. of Aerosense 2000, Wavelet Applications VII, 2000. 12-29.

[19] J L Starck, E J Candes, D L Donoho. The Curvelet Transform for Image Denoising[J]. IEEE Trans. Image Processing, 2002, 11(6): 223-270.

[20] R H Bamberger, M J T Smith. A Filter Bank for the Directional Decomposition of Images: Theory and Design[J]. IEEE Trans. Signal Proc., 1992, 40(4): 882-893.

[21] P J Burt, E H Adelson. The Laplacian Pyramid as a Compact Image Code[J]. IEEE Trans. on Communications, 1983, 31(4): 532-540.

[22] M N Do. Directional Multiresolution Image Representations[D]. Lausanne: Swiss Federal Institute of Technology, 2001.

[23] J Daugman. Two-Dimensional Spectral Analysis of Cortical Receptive Field Profile[J]. Vision Research, 1980, 20(10): 847-856.

[24] A B Watson. The Cortex Transform: Rapid Computation of Simulated Neural Images[J]. Computer Vision, Graphics, and Image Processing, 1987, 39(3): 311-327.

[25] E P Simoncelli, W T Freeman, E H Adelson, *et al*. Shiftable Multiscale Transforms[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1992, 38(2): 587-607.

[26] J P Antoine, P Carrette, R Murenzi, *et al*. Image Analysis with Two-Dimensional Continuous Wavelet Transform[J]. Signal Processing, 1993, 31(3): 241-272.

[27] F G Meyer, R R Coifman. Brushlets: A Tool for Directional Image Analysis and Image Compression[J]. Journal of Appl. and Comput. Harmonic Analysis, 1997, 6(4): 147-187.

[28] N Kingsbury. Complex Wavelets for Shift Invariant Analysis and Filtering of Signals[J]. Journal of Appl. and Comput. Harmonic Analysis, 2001, 10(3): 234-253.

[29] R Eslami, H Radha. The Contourlet Transform for Image De-noising Using Cycle-spinning[C]. Proceedings of Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers, 2003. 1982-1986.

[30] D DY Po, M N Do. Directional Multiscale Statistical Modeling of Images[C]. San Diego: Proc. of SPIE Conference on Wavelet Applications in Signal and Image Processing X, 2003.

[31] R Eslami, H Radha. On Low Bit-rate Coding Using the Contourlet Transform[C]. Pacific Grove: Asilomar Conference on Signals, System and Computers, 2003.

[32] R Eslami, H Radha. Wavelet-based Contourlet Coding Using an SPIHT-like Algorithm[C]. Princeton: Conference on Information Sciences and Systems (CISS), 2004.

[33] V Chappelier, C Guillemot, S Marinkovic. Image Coding with Iterated Contourlet and Wavelet Transforms[C]. IEEE International Conference on Image Processing, 2004. 3157-3160.

[34] 焦李成, 谭山. 图像的多尺度几何分析: 回顾和展望[J]. 电子学报, 2003, 31(12A): 1975-1981.

[35] Y Lu, M N Do. CRISP-Contourlets: A Critically Sampled Directional Multiresolution Image Representation[C]. San Diego: Proc. of SPIE Conference on Wavelet Applications in Signal and Image Processing X, 2003.

[36] A L Cunha, J Zhou, M N Do. The Nonsubsampled Contourlet Transform: Theory, Design, and Applications[C]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005.

作者简介:

易文娟(1982-), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为多媒体信息处理、计算机应用; 郁梅(1968-), 女, 教授, 博士, 主要研究方向为多媒体信号处理、编码、计算机视觉及其应用; 蒋刚毅(1964-), 男, 教授, 博导, 博士, 主要研究方向为多媒体信息传输与信息安全、图像处理与视频信号编码、基于视觉的智能控制。