# 基于信息熵的电路测点优化策略

黄以锋[1], 景 博[1], 夏 岩[2]
(1. 空军工程大学 工程学院, 西安 710038; 2. 空军装备研究院情报所, 北京 100085)

**摘 要**: 针对电路测试点优化问题,研究了相关性模型和信息熵理论,在对相关性模型进行改进的基础上,建立了基于信息熵的电路测点优化策略,给出了具体的计算步骤。应用实例表明,该方法是有效的,可应用于模拟、数字和混合信号电路的故障检测及可测试性设计。

**关键词**: 故障诊断; 可测试性设计; 信息熵; 测点选择
**中图分类号**: TP206 **文献标志码**: A **文章编号**: 1001-3695(2010)11-4149-03
doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2010.11.039

# Optimal strategy of test point selection for circuit based on information entropy

HUANG Yi-feng[1], JING Bo[1], XIA Yan[2]
(1. *Engineering College, Air Force Engineering University, Xi' an* 710038, *China*; 2. *Institute of Intelligence, Equipment Academy of Air Force, Beijing* 100085, *China*)

**Abstract**: Directed towards the test point selection problem for circuit, researched the dependency matrix and information entropy theory. This paper presented an optimal strategy of test point selection for circuit based on information entropy after the improving of dependency matrix, and gave the detailed process of calculation. The application example shows that the method is feasible, and it can be applied to fault diagnosis and design for testability of analog, digital and mixed circuit.

**Key words**: fault diagnosis; design for testability; information entropy; test point selection

## 0 引言

在电路的可测试性设计和故障诊断领域中,都将遇到测试点优化问题。良好的测试点设计可以较小的测试时间和代价对故障进行隔离。目前,电路测点优化问题的研究已取得了显著成果。文献[1]研究了基于故障字典的模拟电路测点选择问题和优化策略。文献[2]研究了基于图形搜索的离线模拟电路测点优化问题。文献[3]提出了一种基于可测性测度计算的模拟电路测点选择方法。文献[4]采用故障特征函数描述模拟电路故障字典法中的模糊集,并在此基础上提出了基于故障隔离度的测点优化算法。文献[5]以相关性矩阵模型为基础,建立了最大故障特征熵的优化策略,但只考虑了电路各模块故障率和各测试点测试代价都相同的情况,这在实际的电路中几乎是不可能发生的。本文对相关性模型进行了改进,在此基础上建立了基于信息熵的电路测点优化策略,并通过电路实例对新的优化策略进行了验证。

## 1 问题描述

根据被测电路的功能框图和信号流向关系将电路划分成多个模块,画出模块间的信号流向图。每个模块代表一个需要测试的功能点,在模块间的信号流向通道上可添加测试点。假定电路每个功能点有故障和正常两种状态,在同一时间最多只有一个功能点发生故障。

假设被测电路共有 $m$ 个功能点和 $n$ 个测试点,分别用 $F=\{f_0,f_1,\cdots,f_m\}$ 和 $T=\{t_0,t_1,\cdots,t_n\}$ 表示各个功能点的状态集合和测试点集合。其中 $f_0$ 表示整个电路的状态。

每个测试点的代价可能是不全相同的,如在同等条件下,输出端的测试点比电路内部的测试点更容易测量,测试成本更低。可以用集合 $C=\{c_0,c_1,\cdots,c_n\}$ 表示各个测试点的代价。电路各个功能点的故障率则用集合 $P=\{p(f_0),p(f_1),\cdots,p(f_m)\}$ 表示。其中 $p(f_0)$ 表示电路正常的概率。

这样,就可以建立测试点与功能点间的相关矩阵模型,如表 1 所示[6,7]。

表 1 相关矩阵模型

| $F$ | $t_1$ | $t_2$ | … | $t_n$ | $P$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | $c_1$ | $c_2$ | ... | $c_n$ | |
| $f_0$ | $d_{01}$ | $d_{02}$ | … | $d_{0n}$ | $p(f_0)$ |
| $f_1$ | $d_{11}$ | $d_{12}$ | … | $d_{1n}$ | $p(f_1)$ |
| ú | ú | ú | | ú | ú |
| $f_m$ | $d_{m1}$ | $d_{m2}$ | … | $d_{mn}$ | $p(f_m)$ |

模型中的元素 $d_{ij}$ 表示第 $j$ 个测试点与第 $i$ 个功能点状态 $f_i$ 的相关性,即当 $t_j$ 能测试 $f_i$ 时,$d_{ij}$ 为 1,否则为 0。

在建立相关性矩阵模型后,需对其进行简化。如有相同列,则说明两个测试点的测试效果是一样的,只需选用其中一个测试费用较少的测试点,并在模型中删除另一测试点所在的列。如果有相同行,则说明这两行的故障状态是无法区分的,应将这两种故障状态合并,在模型中用一种新故障状态替换这两种相同的故障状态,相关性取值不变,故障率为原来两种故障率之和。

**收稿日期**: 2010-04-05; **修回日期**: 2010-05-13

**作者简介**: 黄以锋(1982-),男,湖南耒阳人,博士研究生,主要研究方向为可测试性设计、故障诊断(huangyiff@126.com);景博(1965-),女,教授,博导,主要研究方向为故障预测与健康、可测试性设计、无线传感器网络;夏岩(1983-),男,山东德州人,硕士,主要研究方向为故障诊断.

测试点优化的目的是要使所有测试过程的期望代价最小，即

$$\min_{|p_i|\ i=0}^{m} J = \sum_{i=0}^{m}\{\sum_{j=1}^{|p_i|} c_{P_i[j]}\}\ p(f_i) \tag{1}$$

其中：$p_i$ 表示用于隔离故障状态 $f_i$ 的测试序列，$|p_i|$ 表示测试序列 $p_i$ 的容量。

## 2　信息熵理论

根据信息理论[8]，假设 $X$、$Y$ 为离散随机变量，则 $X$ 的熵为

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{m} P(X_i)\log_2 P(X_i) \tag{2}$$

$X$ 关于 $Y$ 的条件熵为

$$H(X|Y) = -\sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n} P(Y_j)P(X_i|Y_j)\log_2 P(X_i|Y_j) \tag{3}$$

$Y$ 提供的关于 $X$ 的信息量，也就是 $X$ 与 $Y$ 之间的互信息量为

$$I(X;Y) = H(X) - H(X|Y) \tag{4}$$

在被测电路系统中，$F = \{f_0, f_1, \cdots, f_m\}$ 为系统状态集合，$P$ 为该集合上的概率分布，则 $F$ 的熵为

$$H(F) = -\sum_{i=0}^{m} p(f_i)\log_2 p(f_i) \tag{5}$$

系统可用的测试集为 $T = \{t_0, t_1, \cdots, t_n\}$，若测试 $t_j$ 将系统状态划分为通过 $F_{jp}(t_j = 0)$ 和失败 $F_{jf}(t_j = 1)$ 两个子集。根据全概率式，则 $F$ 关于 $t_j$ 的条件熵 $H(F|t_j)$ 又可表示为

$$H(F|t_j) = p(F_{jf})H(F|F_{jf}) + p(F_{jp})H(F|F_{jp}) \tag{6}$$

$t_j$ 提供的关于 $F$ 的信息量为

$$I(F;t_j) = H(F) - H(F|t_j) \tag{7}$$

为了便于计算，可推导出 $I(F;t_j)$ 的另一种表达方式：

$$p(F_{jp}) = \sum_{f_i\in F}[1 - d_{ij}]p(f_i) \tag{8}$$

$$p(F_{jf}) = \sum_{f_i\in F} d_{ij}p(f_i) \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
H(F|F_{jp}) &= -\sum_{i=0}^{m} p(f_i|F_{jp})\log_2 p(f_i|F_{jp}) = \\
&-\sum_{f_i\in F}\frac{(1-d_{ij})p(f_i)}{p(F_{jp})}\log_2\frac{(1-d_{ij})p(f_i)}{p(F_{jp})} = \\
&-\sum_{f_i\in F}\frac{(1-d_{ij})p(f_i)}{p(F_{jp})}\log_2\{(1-d_{ij})p(f_i)\} + \\
&\sum_{f_i\in F}\frac{(1-d_{ij})p(f_i)}{p(F_{jp})}\log_2 p(F_{jp})
\end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
H(F|F_{jf}) &= -\sum_{i=0}^{m} p(f_i|F_{jf})\log_2 p(F_i|F_{jf}) = \\
&-\sum_{f_i\in F}\frac{d_{ij}p(f_i)}{p(F_{jf})}\log_2\frac{d_{ij}p(f_i)}{p(F_{jf})} = \\
&-\sum_{f_i\in F}\frac{d_{ij}p(f_i)}{p(F_{jf})}\log_2 d_{ij}p(f_i) + \sum_{f_i\in F}\frac{d_{ij}p(f_i)}{p(F_{jf})}\log_2 p(F_{jf})
\end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
H(F|T_j) &= p(F_{jf})H(F|F_{jf}) + p(F_{jp})H(F|F_{jp}) = \\
&-\sum_{f_i\in F} d_{ij}p(f_i)\log_2 d_{ij}p(f_i) + \sum_{f_i\in F} d_{ij}p(f_i)\log_2 p(F_{jf}) - \\
&\sum_{f_i\in F}(1-d_{ij})p(f_i)\log_2\{(1-d_{ij})p(f_i)\} + \\
&\sum_{f_i\in F}(1-d_{ij})p(f_i)\log_2 p(F_{jp}) = \\
&-\sum_{i=0}^{m} p(f_i)\log_2 p(f_i) + \sum_{f_i\in F} d_{ij}p(f_i)\log_2 p(F_{jf}) + \\
&\sum_{f_i\in F}(1-d_{ij})p(f_i)\log_2 p(F_{jp})
\end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
I(F;t_j) &= H(F) - H(F|t_j) = \\
&-\sum_{i=0}^{m} p(f_i)\log_2 p(f_i) - \{-\sum_{i=0}^{m} p(f_i)\log_2 p(f_i) + \\
&p(F_{jf})\log_2 p(F_{jf}) + p(F_{jp})\log_2 p(F_{jp})\} = \\
&-\{p(F_{jf})\log_2 p(F_{jf}) + p(F_{jp})\log_2 p(F_{jp})\}
\end{aligned} \tag{13}$$

## 3　基于信息熵的电路测点优化策略

测试点提供的信息量越大，越有利于故障隔离。在测试的过程中应优先选择这样的测试点。同时，在测试的过程中还应尽量使用测试代价小的测试点。为了便于计算，用测试点的信息量和测试代价的比值作为优化指标。在故障诊断树的建立过程中不断选择优化指标最高的测试点，直至完成整个诊断树的建立。

具体的计算过程如下：

a）设要测试的系统状态集为 $x = F$，可选的测试集为 $t = T$；

b）对状态集 $x$ 的可选测试集 $t$ 中的每个测试 $t_j$，计算测试通过和失败的概率 $p(x_{jp})$ 和 $p(x_{jf})$：

$$p(x_{jp}) = \frac{\sum_{f_i\in x}[1 - d_{ij}]p(f_i)}{\hat{p}(x)};\ p(x_{jf}) = 1 - p(x_{jp})$$

$$\hat{p}(x) = \sum_{f_i\in x} p(f_i);\ x = x_{jp}\cup x_{jf}$$

c）计算可选测试集 $t$ 中的每个测试 $t_j$ 提供的信息量：

$$I(x, t_j) = -\{p(x_{jp})\log_2 p(x_{jp}) + p(x_{jf})\log_2 p(x_{jf})\}$$

d）从可选测试集 $t$ 中选择一个测试 $t_k$，使信息量和测试代价的比值最大；

e）用测试 $t_k$ 将状态集 $x$ 划分为通过和失败子集；

f）对各测试子集，重复 b）～e），直到诊断树完全建立。

## 4　电路应用实例

本文仍以文献[5]中的驱动电流控制电路为例，介绍电路优化策略的使用方法。电路如图 1 所示。

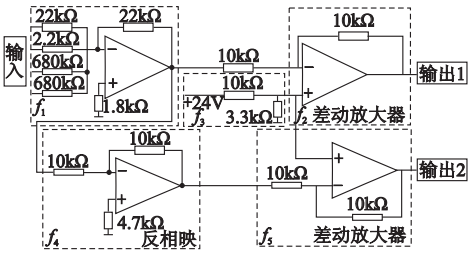


图1　驱动电流控制电路

其步骤如下：

a）建立测试性框图。将被测电路分解成五个模块如图 1 所示，并画出测试性框图如图 2 所示。

b）建立相关矩阵并简化。假设电路正常的概率为 0.8，故障的概率为 0.2，五种故障状态出现的概率相同，都是 0.04。$t_3$ 和 $t_7$ 测试点为输出端的测试点，便于测试。这里假设 $t_3$ 和 $t_7$ 测试点的测试代价为 1，其他测试点的测试代价为 2。这样，就可以建立一个模型与初选测试点的相关性矩阵如表 2 所示。其中，$f_0$ 为整个电路的状态。比较初始相关性矩阵的各行和各列，对相同的行和列进行简化，简化后的相关矩阵如表 3 所示。

表 2　初始相关矩阵

| $F$ | $t_1$ | $t_2$ | $t_3$ | $t_4$ | $t_5$ | $t_6$ | $t_7$ | $P$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | |
| $f_0$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.80 |
| $f_1$ | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0.04 |
| $f_2$ | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.04 |
| $f_3$ | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0.04 |
| $f_4$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0.04 |
| $f_5$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0.04 |

表 3　简化后相关矩阵

| $F$ | $t_1$ | $t_3$ | $t_4$ | $t_6$ | $t_7$ | $P$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | |
| $f_0$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.80 |
| $f_1$ | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0.04 |
| $f_2$ | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0.04 |
| $f_3$ | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0.04 |
| $f_4$ | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0.04 |
| $f_5$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0.04 |

c)用优化策略选择测试点。首先通过所有可用的五个测试点将 $F$ 划分为通过/失败子集,如图 3 所示。图中圆形框节点表示系统状态;矩形框节点表示所用的测试;带“P”的边表示测试结果通过,带“F”的边表示测试结果失败。

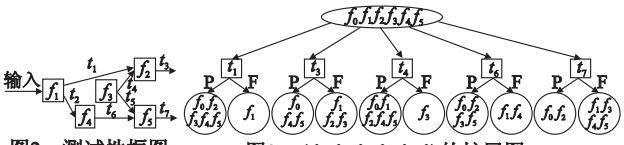


图2　测试性框图　　图3　$\{f_0,f_1,f_2,f_3,f_4,f_5\}$的扩展图

根据优化策略的步骤 b) ~ e)进行计算,可得结果如表 4 所示。根据表 4 的计算结果, 选择 $t_7$ 作为第一个测试。$t_7$ 将系统状态划分为两个子集,即测试通过子集$\{f_0,f_2\}$和测试失败子集$\{f_1,f_3,f_4,f_5\}$。

表 4　$\{f_0,f_1,f_2,f_3,f_4,f_5\}$的计算结果

| | $t_1$ | $t_3$ | $t_4$ | $t_6$ | $t_7$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x_{jp}$ | $\{f_0f_2f_3f_4f_5\}$ | $\{f_0f_4f_5\}$ | $\{f_0f_1f_2f_4f_5\}$ | $\{f_0f_2f_3f_5\}$ | $\{f_0f_2\}$ |
| $p(x_{jp})$ | 0.96 | 0.88 | 0.96 | 0.92 | 0.84 |
| $x_{jf}$ | $\{f_1\}$ | $\{f_1f_2f_3\}$ | $\{f_3\}$ | $\{f_1f_4\}$ | $\{f_1f_3f_4f_5\}$ |
| $p(x_{jf})$ | 0.04 | 0.12 | 0.04 | 0.08 | 0.16 |
| $I(x,t_j)$ | 0.2423 | 0.5294 | 0.2423 | 0.4022 | 0.6343 |
| $\frac{I(x,t_j)}{c_j}$ | 0.1212 | 0.5294 | 0.1212 | 0.2022 | 0.6343 |
| $t_k$ | | | | | $t_7$ |

对于子集$\{f_0,f_2\}$,有用的测试点只有 $t_3$。

对于子集$\{f_1,f_3,f_4,f_5\}$,可用的测试集为$\{t_1,t_3,t_4,t_6\}$。将子集各事件概率和折合为 1,依据比例重新分配概率,并建立相关矩阵如表 5 所示。用测试集$\{t_1,t_3,t_4,t_6\}$对子集$\{f_1,f_3,f_4,f_5\}$进行划分,然后根据优化策略的步骤 b) ~ e)进行计算,最后根据计算结果,选择 $t_3$ 作为子集的第一个测试。$t_3$ 将系统状态划分为两个子集,即测试通过子集$\{f_4,f_5\}$和测试失败子集$\{f_1,f_3\}$。子集$\{f_4,f_5\}$只有可用测试点 $t_6$。子集$\{f_1,f_3\}$的可用测试点为 $t_1$、$t_4$ 和 $t_6$,经过计算,这三个测试点的信息量和测试代价的比值是一样的,本文选用 $t_6$。

表 5　$\{f_1,f_3,f_4,f_5\}$的相关矩阵

| $F$ | $t_1$ | $t_3$ | $t_4$ | $t_6$ | $P$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | 2 | 1 | 2 | 2 | |
| $f_1$ | 1 | 1 | 0 | 1 | 0.25 |
| $f_3$ | 0 | 1 | 1 | 0 | 0.25 |
| $f_4$ | 0 | 0 | 0 | 1 | 0.25 |
| $f_5$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.25 |

根据以上的计算结果可以画出故障诊断树,如图 4 所示,故障诊断树的期望代价为 2.32。

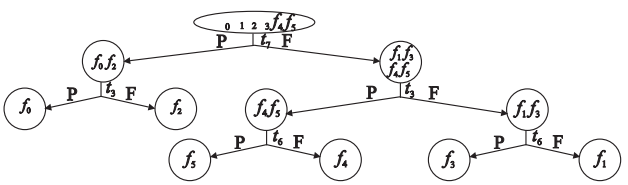


图4　故障诊断树

优化策略有效性验证:为了验证本文优化策略的有效性,对所有可能的故障诊断树计算期望代价。表 6 中列举了从各个测试点开始的所有故障诊断树中,期望代价最小的故障诊断树和期望代价的计算过程。从表 6 中可以看出,用本文优化策略得到的故障诊断树具有最小的期望代价。

表 6　期望代价的计算结果

| 首个测试点 | 故障状态 | 测试序列 | 测试代价 | 期望代价 |
|---|---|---|---|---|
| $t_1$ | $f_0$ | $t_1,t_7,t_3$ | $0.80\times4=3.20$ | 4.08 |
| | $f_1$ | $t_1$ | $0.04\times2=0.08$ | |
| | $f_2$ | $t_1,t_7,t_3$ | $0.04\times4=0.16$ | |
| | $f_3$ | $t_1,t_7,t_3$ | $0.04\times4=0.16$ | |
| | $f_4$ | $t_1,t_7,t_3,t_6$ | $0.04\times6=0.24$ | |
| | $f_5$ | $t_1,t_7,t_3,t_6$ | $0.04\times6=0.24$ | |
| $t_3$ | $f_0$ | $t_3,t_7$ | $0.80\times2=1.60$ | 2.32 |
| | $f_1$ | $t_3,t_7,t_6$ | $0.04\times4=0.16$ | |
| | $f_2$ | $t_3,t_7$ | $0.04\times2=0.08$ | |
| | $f_3$ | $t_3,t_7,t_6$ | $0.04\times4=0.16$ | |
| | $f_4$ | $t_3,t_7,t_6$ | $0.04\times4=0.16$ | |
| | $f_5$ | $t_3,t_7,t_6$ | $0.04\times4=0.16$ | |
| $t_4$ | $f_0$ | $t_4,t_7,t_3$ | $0.80\times4=3.20$ | 4.08 |
| | $f_1$ | $t_4,t_7,t_3$ | $0.04\times4=0.16$ | |
| | $f_2$ | $t_4,t_7,t_3$ | $0.04\times4=0.16$ | |
| | $f_3$ | $t_4$ | $0.04\times2=0.08$ | |
| | $f_4$ | $t_4,t_7,t_3,t_6$ | $0.04\times6=0.24$ | |
| | $f_5$ | $t_4,t_7,t_3,t_6$ | $0.04\times6=0.24$ | |
| $t_6$ | $f_0$ | $t_6,t_3,t_7$ | $0.80\times4=3.20$ | 3.92 |
| | $f_1$ | $t_6,t_3$ | $0.04\times3=0.12$ | |
| | $f_2$ | $t_6,t_3,t_7$ | $0.04\times4=0.16$ | |
| | $f_3$ | $t_6,t_3,t_7$ | $0.04\times4=0.16$ | |
| | $f_4$ | $t_6,t_3$ | $0.04\times3=0.12$ | |
| | $f_5$ | $t_6,t_3,t_7$ | $0.04\times4=0.16$ | |
| $t_7$ | $f_0$ | $t_7,t_3$ | $0.80\times2=1.60$ | 2.32 |
| | $f_1$ | $t_7,t_3,t_6$ | $0.04\times4=0.16$ | |
| | $f_2$ | $t_7,t_3$ | $0.04\times2=0.08$ | |
| | $f_3$ | $t_7,t_3,t_6$ | $0.04\times4=0.16$ | |
| | $f_4$ | $t_7,t_3,t_6$ | $0.04\times4=0.16$ | |
| | $f_5$ | $t_7,t_3,t_6$ | $0.04\times4=0.16$ | |

## 5　结束语

本文讨论的基于信息熵的电路测点优化策略充分利用了测试费用和故障概率信息,不用穷举所有故障诊断树,减少了计算量。同时,该策略的相关模型考虑了各测试点的测试代价,更符合实际系统。实例表明,该策略是有效的,可应用于模拟、数字和混合信号电路的故障检测。

**参考文献:**


[1] PRASAD V C, BABU N S C. Selection of test nodes for analog fault diagnosis in dictionary approach[J]. IEEE Trans on Instrumentation and Measurement, 2000, 49(6): 1289-1297.

[2] HUANG J L, CHENG K T. Test point selection for analog fault diagnosis of unpowered circuit boards[J]. IEEE Trans on Circuits and System, 2000, 47(10):977-987.

[3] 孙秀斌,陈光禹,谢永乐. 模拟集成电路的测试节点选择[J]. 电子信息学报, 2004, 26(4):645-650.

[4] 汪鹏,杨士元. 模拟电路故障诊断测试节点优选新算法[J] 计算机学报, 2006, 29(10):1780-1785.

[5] 许军,常天庆,郭友松,等. 基于最大故障特征信息熵的测试点优化设计[J]. 装甲兵工程学院学报, 2009, 23(3):41-44.

[6] 石君友,田仲. 故障诊断策略的优化方法[J]. 航空学报, 2003, 24(3):212-215.

[7] 景小宁,李全通. 系统维修中的顺序诊断策略[J]. 电光与控制, 2009, 16(1):88-96.

[8] PATTIPATI K R, ALEXANDRIDIS M G. A heuristic search and information theory approach to sequential fault diagnosis[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, 1990, 20(4): 872-887.

[9] MCELIECE R J. 信息论与编码[M]. 2 版. 李斗,等译. 北京:电子工业出版社, 2004.