二维手绘草图的非均匀 α-B 插值样条曲线表示的方法研究*

王永皎, 何利力, 张 引, 张三元
(浙江大学 计算机科学与技术学院, CAD&CG 国家重点实验室, 浙江 杭州 310027)

摘 要: 根据非均匀 α-B 插值样条曲线的一般形式,结合非均匀 α-B 插值样条曲线的形状调配方法,产生了一种新方法来解决二维手绘草图的表示问题。在二维草图中,研究了基于非均匀 α-B 插值样条曲线的草图表示、草图生成、草图修改以及草图缩放的算法。这种表示方法模型统一,生成插值点的算法简单,适合分布式网络环境下的实时协作。表示后的草图缩放具有向量图缩放的优点,设计人员可以在缩放后的草图上进行形状调配。

关键词: 手绘草图; 概念设计; 非均匀 α-B 插值样条曲线; 形状调配
中图法分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3695(2006)02-0232-03

Study on 2D Sketch Representation Method by Non-uniform α-B Interpolation Spline

WANG Yong-jiao, HE Li-li, ZHANG Yin, ZHANG San-yuan
(State Key Laboratory of CAD&CG, College of Computer Science & Technology, Zhejiang University, Hangzhou Zhejiang 310027, China)

Abstract: Combining the basic form of non-uniform α-B interpolation spline with its shape control mechanics, a new approach was produced to solving the problem of representing 2D sketches. Based on non-uniform α-B interpolation spline representation, algorithms of 2D sketch representation, generation, modification and scale were studied and brought up. This representation method is a unified solution, and the interpolation points can easily be computed, so very suitable for designers to cooperate under distributing network environments. The sketch scale is of the same advantage as vector map, and designers can perform shape control on the scaled sketch.

Key words: Sketch; Conceptual Design; Non-uniform α-B Interpolation Spline; Shape Control

1 引言

二维手绘草图重新表示时,通常的做法是先将其分段,然后分类,最后进行识别和生成,即首先把图元分类成直线、圆锥曲线以及自由曲线,然后按照这些图元的特性将分段后的草图分类,最后用带权最小平方法进行拟合[1~3]。更一般地,许多研究集中在平面曲线的表示上,有的直接用多边形进行逼近,有的根据曲率的变化规律研究聚类算法,根据聚类的结果,把曲线用多边形或 Hermite 样条曲线来表示[4~6]。

通常的二维手绘草图表示法只能找出特征明显的分段点,比如变形点,而且对圆锥曲线与自由曲线的分类作了一些限定,比如自由曲线必须有凹凸变化[1]。为了减少识别时的不确定性,可以增加更多的限定,常用方法是减少曲线的种类,比如只有直线和椭圆曲线两种模型[3];另一种方法是设置一定量的图形模式,引入神经网络来增加识别的准确率[7]。增加限定后,二维手绘草图的创新设计支持就减弱了。用平面曲线的表示法[4~6]来表示二维手绘草图也有一些缺陷,多边形逼近只能近似显示曲线信息,Hermite 样条曲线相比非均匀 α-B 插值样条曲线[8],缺乏丰富的形状调配能力。

非均匀 α-B 插值样条曲线插值给定的型值点,并且通过添加辅助型值点,可以在两插值点之间夹一直线段。另外,通过设置型值点的重数还可以形成尖点、C^1 阶连续点,因而具有丰富的形状调配能力。也有一些研究对非均匀 α-B 插值样条曲线作了一些改进,使非均匀 α-B 插值样条曲线成为三次多项式样条曲线[9];而圆锥曲线的最小平方拟合法实质为四次方程的系数求解[2]。

本文用非均匀 α-B 插值样条曲线来表示二维手绘草图。首先找出草图上的一些点作为插值点,这里把草图简单分段后的分段点作为插值点。有些研究给出了很有效的平面曲线的分段算法[10],而草图中的很多小弧都是冗余信息,不必分段出来,因此分段算法只要能保持草图的外形即可。将二维手绘草图用非均匀 α-B 插值样条曲线来表示时,难点集中在直线和折线段的表示以及形状调配之后的重新显示上。在表示的基础上,本文给出了草图的缩放算法。

由于目前缺乏对于笔迹信息的有效存储和检索,笔迹还没有成为计算机世界中的“一等公民”(First-class Data Type)[11]。本文研究的方法使概念设计中的二维手绘草图有了统一的表示模型,这为草图笔迹信息的存储和检索提供了基

收稿日期: 2005-03-01; 修返日期: 2005-04-21
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60333010, 60473106); 国家科技部软件重大专项资助项目(2003AA4Z3120); 浙江省教育厅基金资助项目(G20030433)

础。特别是在分布式网络环境及带宽不足的情况下, 本文所研究的二维手绘草图的表示方法能做到草图笔迹的实时交流, 因为协作是通过非均匀 α-B 插值样条曲线的型值点进行的。

2　非均匀 α-B 插值样条曲线[8,9]

已知型值点集 $\{P_i\}_{i=0}^{n+1} \in R^3$, $P_i \neq P_{i+1}$, $1 \leq i \leq n-1$, $P_0 = P_1$, $P_{n+1} = P_n$, $n \geq 4$。利用累加弦长法得到节点向量 $\{u_i\}_{i=-1}^{n+2}$, $u_{-1} = u_0 = u_1$, $u_n = u_{n+1} = u_{n+2}$, $u_i = u_{i-1} + \| P_{i-1}P_i \|$, $i = 2, 3, \cdots, n$。以 $\{u_i\}_{i=-1}^{n+2}$ 为节点向量, $\{P_i\}_{i=1}^{n}$ 为控制顶点, 构造空间三次非均匀 B 样条曲线 $C(u) = \sum_{i=-2}^{n-1} N_{i,4}(u) P_{i+2}$, $u_1 \leq u \leq u_n$　(1)

在每个节点区间 $[u_j, u_{j+1}]$, $j = 1, 2, \cdots, n-1$ 上构造 3 阶奇异混合函数 $S_j(u)$, $S_j(u) \in C^3[u_j, u_{j+1}]$

$$S_j(u) = \begin{cases} \frac{9}{2}\left(\frac{u-u_j}{u_{j+1}-u_j}\right)^3 & u_j \leq u \leq \frac{2}{3}u_j + \frac{1}{3}u_{j+1} \\ \frac{9}{2}\left[\left(\frac{u-u_j}{u_{j+1}-u_j}\right)^3 - 3\left(\frac{u-u_j}{u_{j+1}-u_j} - \frac{1}{3}\right)^3\right] & \\ \frac{2}{3}u_j + \frac{1}{3}u_{j+1} \leq u \leq \frac{1}{3}u_j + \frac{2}{3}u_{j+1} & \\ 1 - \frac{9}{2}\left(\frac{u_{j+1}-u}{u_{j+1}-u_j}\right)^3 & \frac{1}{3}u_j + \frac{2}{3}u_{j+1} \leq u \leq u_{j+1} \end{cases}$$

$$u_j \neq u_{j+1},\ j = 1, 2, \cdots, n-1 \qquad (2)$$

构造一个奇异多边形, 其每一条边定义在节点区间 $[u_j, u_{j+1}]$ 上, 顶点为 V_i, $i = 1, 2, \cdots, n$, 且有

$$\begin{aligned} \alpha V_j &= P_j - (1-\alpha) C_j(u_j),\ j = 1, 2, \cdots, n-1 \\ \alpha V_n &= P_n - (1-\alpha) C_{n-1}(u_n) \end{aligned} \qquad (3)$$

将奇异多边形重新参数化为

$$L(u, \alpha) = L_j(u, \alpha) = (1 - S_j(u)) V_j + S_j(u) V_{j+1}$$

$$u_j \leq u \leq u_{j+1},\ u_j \neq u_{j+1} \qquad (4)$$

把定义在节点区间 $[u_1, u_n]$ 上的奇异多边形 $L(u, \alpha)$ 和三次非均匀 B 样条曲线 $C(u)$ 按混合因子 α 进行混合, 就得到含有形状可调因子 α 的空间三次多项式插值样条曲线(图 1)。

$$Q(u, \alpha) = (1-\alpha) C(u) + \alpha L(u, \alpha) \quad u_1 \leq u \leq u_n \qquad (5)$$

3　二维手绘草图的非均匀 α-B 插值样条曲线的表示

3.1　二维手绘草图的分段

设 $I = \{P_i \mid i = 1, \ldots, n\}$ 是二维手绘草图的原始轨迹, 在把它用非均匀 α-B 插值样条曲线表示前先要找出一些插值点。这里把草图分段后的分段点作为插值点, 在分段前先去除噪声(包括去小勾)。分段不仅要划分出轮廓段, 而且要进行一些合并, 找出有意义的段(图 2)。算法如下:

(1) 选择一个阈值 D_0, 将笔迹的轮廓用一条折线段来表示。设折线段为 $\{Q_i \mid i = 1, \ldots, m\}$, 它将 I 分成 $m-1$ 个段, $I_1, I_2, \ldots, I_{m-1}$。如果 $i \in [1, m-2]$, 则 P $P \in I_i$, $dist(P, \overline{Q_iQ_{i+1}}) \leq D_0$, 且 $\exists P \in I_i$, $dist(P, \overline{Q_iT}) > D_0$, 其中 T 为 I_{i+1} 的第一个点, $dist(\ )$ 表示点到直线的距离。

(2) 找出有意义的聚合, 即①若轮廓折线段中某段大于阈值 D_1(比如 $25D_0$), 则认为该段是直线; ②轮廓折线段中两邻边组成一个三角形, 如果这两边均大于阈值 D_1, 且三角形两锐角之和小于阈值 $DELTA_0$(弧度), 则把这两边聚合起来, 作为一个新的直线段。这样得到一个新的折线段。

(3) 处理一些特殊情况, 如第一段小于阈值 D_1 且第二段大于阈值 D_1 时, 认为第一段为直线段; 两邻近直线段的一对邻近点距离小于阈值 D_2 时, 去掉这对顶点中间的各小段。

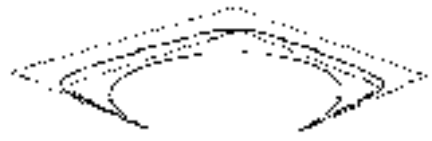
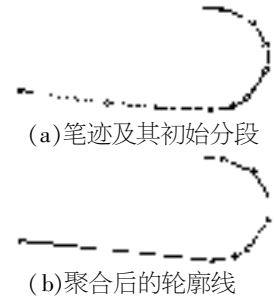


图 1　插值样条曲线的混合生成。从外向内依次为奇异多边形、混合样条曲线、控制多边形以及 B 样条曲线



(a)笔迹及其初始分段

(b)聚合后的轮廓线

图 2　轨迹点的分段和聚合 (D_0=3, $DELTA_0$=1/18)

3.2　二维手绘草图的初始表示

二维手绘草图经过分段处理后, 被划分成曲线段和折线段, 每一段都用非均匀 α-B 插值样条曲线来插值表示。对曲线段直接根据本文第 1 节的型值点设置方法进行表示即可; 对于折线段, 除首末两插值点设为 2 重型值点外, 其他插值点都设为 3 重型值点。图 3 显示了二维手绘草图的笔迹(图 3(a), 包含四条笔画, 均为一笔画成) 经过分段、用非均匀 α-B 插值样条曲线表示后生成的图形(图 3(b)), 其中 α = 0.5。

(a)　(b)

图 3　手绘草图及其非均匀 α-β 插值样条曲线表示

二维草图每画完一笔, 经过分段处理后, 可以立刻得到一条或多条非均匀 α-B 插值样条曲线以及它们的型值点。由于型值点数量较少, 在分布式网络环境下协作用户可以实时得到这些数据, 有了这些数据, 协作用户的应用程序就可以根据非均匀 α-B 插值样条曲线的模型生成草图。

4　二维手绘草图的形状调配

NURBS 曲线可以通过调节控制顶点来进行形状调配(第二届全国应用数学研究生暑期学校讲义第四讲对非均匀 α-B 插值样条曲线形状调配方法作了详细的证明), 而非均匀 α-B 插值样条曲线有一个很明显的特征就是插值型值点, 因而可以通过调节型值点进行形状调配, 如图 4 所示。调节某型值点时, 其他各型值点均不受影响。而有些草图的表示法是通过拟合来分类和识别图元的, 形状调配意味着重新拟合, 这就体现出非均匀 α-B 插值样条曲线在形状调配时的优点。

在混合因子 α 一定的条件下, 对非均匀 B 样条曲线 $C(u)$ 设置重节点后, 可以在插值点形成尖点、C^1 阶连续点, 也可以在两插值点间形成直线。C^1 阶连续对草图的表示没有大的影响, 不予考虑。

如果要使曲线 $Q(u, \alpha)$ 在插值点 $P_k(1 < k < n)$ 处的连续阶为 C^0, 即形成尖点(图 5), 只要把这点设置为 3 重型值点, 即设置型值点为 $\{\overline{P_i}\}_{i=1}^{n+2}$。

$$\begin{aligned} &\overline{P_i} = P_i,\ i = 1, 2, \cdots, k-1; \quad \overline{P_k} = \overline{P_{k+1}} = \overline{P_{k+2}} = P_k; \\ &\overline{P_i} = P_{i-2},\ i = k+3, k+4, \cdots, n+2 \end{aligned} \qquad (6)$$

若要使曲线 $Q(u, \alpha)$ 以 C^1 的连续阶在 $P_{k-1}, P_k(2 \leq k \leq n)$ 两点插值且在这两点间生成一直线段(图 6), 设置型值点为 $\{\overline{P_i}\}_{i=1}^{n+2}$。

$$\overline{P}_i = P_i,\ i = 1, 2, \cdots, k-2; \quad \overline{P}_i = P_{i-2},\ i = k+3, k+4, \cdots, n+2;$$
$$\overline{P}_{k-1} = \overline{P}_k = A_k,\ \overline{P}_{k+1} = \overline{P}_{k+2} = A_{k+1} \tag{7}$$

$A_k \neq A_{k+1}$ 为直线段 $P_{k-1}P_k$ 上靠近点 P_{k-1}, P_k 的两对辅助型值点。根据型值点计算节点参数,然后调整型值点,求得三次非均匀 B 样条曲线 $C(u)$ 的控制顶点 $\{\overline{P}_i\}_{i=1}^{n+2}$。

$$\overline{P}_i = P_i,\ i = 1, 2, \cdots, k-1;$$
$$\overline{P}_i = P_{i-2},\ i = k+2, k+3, \cdots, n+2;$$
$$N_{k-2,4}(u_k)\overline{P}_k = A_k - N_{k-3,4}(u_k)P_{k-1},$$
$$N_{k-1,4}(u_{k+1})\overline{P}_{k+1} = A_{k+1} - N_{k,4}(u_{k+1})P_k \tag{8}$$

图 4 通过调节型值点进行形状调配

图 5 在曲线上形成尖点

5 二维手绘草图的重新表示和缩放操作

5.1 二维手绘草图的重新表示和重新生成

在二维手绘草图的两个插值点之间生成一条直线时,由于节点参数的计算所用的型值点和三次非均匀 B 样条曲线 $C(u)$ 的控制顶点不一致,因此不能直接根据非均匀 α-B 插值样条曲线的标准模型进行草图的表示和生成,必须把添加辅助型值点直线生成法融合进来。为了保证草图的统一表示,考虑把辅助型值点加入到型值点队列中,即若直线的两插值点为 P, Q,则把 $eP + (1-e)Q$(2 重), $(1-e)P + eQ$(2 重) 作为型值点插入 P, Q 之间 $(0 < e < 1)$。这样既保证了表示的统一性又可以提取添加辅助型值点法生成的直线信息。基于重新表示的二维手绘草图的重新生成算法(算法 1) 如下:

(1) 根据型值点计算节点参数。若发现辅助型值点,根据式(7) 计算节点参数。

(2) 计算三次非均匀 B 样条曲线的控制顶点。若存在添加辅助型值点法生成的直线,根据式(8) 计算控制顶点。

(3) 根据式(1) ~式(5) 构造重新参数化的奇异多边形,并将它与三次非均匀 B 样条曲线混合,得到非均匀 α-B 插值样条曲线。

5.2 草图缩放

一般地,可以将草图转换成向量图,然后进行草图的缩放。在 CAD 系统中,可以根据 CSG 模型实现图形的缩放。对于以非均匀 α-B 插值样条曲线来表示的二维图元,不需要复杂的管理模块来实现缩放操作,这里给出一个简易的算法。图 7 示例了将草图放大两倍的操作,该算法的优点是概念设计人员可以在放大的草图上进行形状调配。算法 2 如下:

(1) 随意选择一个中心点 O。

(2) 对每个型值点 P,设放大倍数为 e,在直线 OP 上取一点 Q,使得 $OQ = e \times OP$,其中 OQ, OP 均为向量。将 Q 替代 P,成为新的型值点。

(3) 将新的型值点代入算法 1,生成缩放后的草图。

图 6 在两插值点间形成一条直线段

(a) (b)

图 7 二维草图的缩放

6 结论与展望

本文研究的内容和意义主要有以下三点:

①通过研究非均匀 α-B 插值样条曲线的折线表示方法,以及把非均匀 α-B 插值样条曲线的基本模型和其形状调配整合起来,在草图分段的基础上实现了二维草图的统一表示和生成。

②由于草图分段算法简单,以及非均匀 α-B 插值样条曲线模型的本身特征,草图用非均匀 α-B 插值样条曲线表示后,在分布式网络环境下设计人员能做到草图笔迹的实时交流。

③经非均匀 α-B 插值样条曲线表示后的草图的缩放具有向量图缩放的优点,而且根据缩放算法可以建立原图和缩放图之间的一一对应,因而可以在放大的草图上进行草图的修改。

在非均匀 α-B 插值样条曲线模型的表示基础上,可以进一步研究草图笔迹信息的检索。

参考文献:

[1] F Qin, D K Wright, I N Jordanov. From On-line Sketching to 2D and 3D Geometry: A System Based on Fuzzy Knowledge [J]. Computer Aided Design, 2000, 32(14): 851-866.

[2] M Shpitalni, H Lipson. Classification of Sketch Strokes and Corner Detection Using Conic Sections and Adaptive Clustering [J]. Trans. of ASME J. of Mechanical Design, 1997, 119(2): 131-135.

[3] Wenhua Wan, Jose' A Ventura. Segmentation of Planar Curves into Straight-Line Segments and Elliptical Arcs [J]. Graphical Models and Image Processing, 1997, 59(6): 484-494.

[4] J A García, J Fdez-Valdivia. Representing Planar Curves by Using a Scale Vector [J]. Pattern Recognition Letters, 1994, 15(9): 937-942.

[5] Liangyin Yu, Charles R Dyer. Perception-based 2D Shape Modeling by Curvature Shaping[A]. C Arcelli, L P Cordella, G Sanniti di Baja. Lecture Notes in Computer Science[C]. Springer-Verlag, 2001. 272-284.

[6] Alexander Kolesnikov, Pasi Fr nti. A Fast Near-optimal Min-# Polygonal Approximation of Digitized Curves[R]. Novosibirsk, Russia: ACIT, 2002.

[7] Liu Wenyin, Wenjie Qian, Rong Xiao, *et al*. Smart Sketchpad: An On-line Graphics Recognition System [C]. Seattle, Washington: IEEE, 2001. 1050-1054.

[8] K F Loe. α-B-spline: A Linear Singular Blending B-spline[J]. The Visual Computer, 1996, 12: 18-25.

[9] 潘永娟,王国瑾. 一类平面参数曲线的保单调插值[J]. 软件学报, 2003, 14(8): 1439-1447.

[10] Tuan D Pham, Hong Yan. An Effective Algorithm for the Segmentation of Digital Plane Curves: The Isoparametric Formulation[J]. Pattern Recognition Letters, 1998, 19: 171-176.

[11] 栗阳,关志伟,戴国忠. 笔式用户界面开发工具研究[J]. 软件学报, 2003, 14(3): 392-400.

作者简介:

王永皎(1977-),女,在读硕士,主要研究方向为图形图像处理、人机交互技术;何利力(1966-),男,副教授,博士,主要研究方向为人机交互、图形图像、GIS;张引(1970-),女,副教授,博士,主要研究方向为图形图像、多媒体信息处理和人工智能;张三元(1963-),男,教授,博士,主要研究方向为图形图像处理、几何造型、生物信息技术等。