

# 基于离散小波变换的图像修补方法\*

张平, 檀结庆, 何蕾

(合肥工业大学 计算机与信息学院, 合肥 230009)

**摘要:** 根据多尺度分析原理, 提出了基于离散小波变换的图像修复方法。首先用离散小波变换把图像分解为高频成分与低频成分, 对图像不同频率的成分分别进行修补。图像的低频部分采用笔者以前所提出的结合中值滤波和基于曲率扩散方法<sup>[1]</sup>进行修复。由于高频部分地表示图像的边缘轮廓信息, 并且有很强的方向性, 对高频图像数据先进行分块, 用线性拟合求出每一块的方向, 再根据方向信息进行修复。实验表明, 该算法能较好地修补破损区域。

**关键词:** 图像修补; 离散小波变换; 线性拟合

中图分类号: TP751.1 文献标志码: A 文章编号: 1001-3695(2007)09-0287-03

## Image inpainting method based on discrete wavelet transformation

ZHANG Ping, TAN Jie-qing, HE Lei

(College of Computer & Information, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

**Abstract:** According to the multi-resolution analysis rule, the proposed method dealt with image inpainting via the discrete wavelet transformation (DWT). The damaged image was decomposed using the DWT at first, and then inpainted sub-frequency bands separately. The method of blending curvature-driven and median filter used in our previous works was adopted to inpaint the low frequency information. Since the high frequency contains the direction information of the edges in the image, the image was first divided into many small blocks, the line fitting was used to approximate the direction of the edges to each block, and then the values of the damaged pixels in the block were approximated according to this direction. The results of the experiments show that the proposed method works well in the inpainting of the damaged image.

**Key words:** image inpainting; discrete wavelet transformation(DWT); line fitting

图像修复技术是当前图像处理技术中的一个研究热点, 在文物保护、多余物体擦除, 以及数字图像由网络传输而引起的图像数据损失等方面有着重大的应用价值。特别是, 由于如今大量的数字图像信息被存储传输, 不可避免地导致某些传输数据产生不同程度的损坏。数字图像修复正是从实际应用背景出发, 以一定的模型为基础, 以自动填补破损区域尽可能地使图像逼近原貌为目的, 实现数字图像的修复。目前一些图像处理软件尽管带有图像修复功能, 但仍有大量的工作不得不依靠手工操作交互进行, 从而使得图像修复耗时费力。

修复效果和修复效率是图像修复要解决的关键问题。目前的算法大多存在着这两方面不可兼得的问题。目前有多种图像修复方法<sup>[2-6]</sup>, 如自适应图像修复法<sup>[2]</sup>、基于曲率扩散模型法<sup>[3]</sup>、从物理上流体动力学角度出发建模的修复方法<sup>[6]</sup>。小波变换为多分辨率分析提供了完善的理论和简单的实现方法, 在图像处理、图像理解等多方面有着广泛的应用。本文将多分辨率的思想应用于图像修复中, 在不同的图像细节上采用符合该细节特征的修复方法。笔者对图像进行小波变换得到图像的不同频率成分, 将图像在不同分辨率下的细节提取出来, 分别进行处理。实验证明了该方法的有效性, 且运行效率比直接处理原图的方法要高。

## 1 理论介绍

### 1.1 小波变换<sup>[7,8]</sup>

小波变换源于短时傅里叶变换, 即可变窗口的伸缩和平移。其思想是设计一组高通滤波器与低通滤波器, 输入的信号通过这组滤波器被分解为高频与低频部分, 形成不同频带的子信号, 但这些子信号仍然表示原信号。设函数  $x(t)$  具有有限能量, 即  $x(t) \in L^2(R)$ , 连续型小波变换的定义为

$$W_x(s, t) = (1/|s|) \int_{-\infty}^{\infty} x(t') \overline{\psi((t-t')/s)} dt' \quad (1)$$

其中: 函数  $\psi(t)$  为变换函数, 称为母小波;  $\overline{\psi(t)}$  为  $\psi(t)$  的共轭函数;  $(t)$  的两个变量  $t, s$  分别为平移参数和尺度参数。连续小波变换主要用于理论分析, 它不适合计算机处理。用计算机处理分析问题一般采用离散小波变换。

离散小波变换是通过数字滤波技术实现的, 经过滤波处理后, 原信号用时域的不同尺度信息表示。信号通过不同的低通滤波器得到不同的低频成分, 通过不同的高通滤波器得到一系列的高频成分。滤波通常通过卷积运算得到, 设  $x(n)$  为一数字信号,  $n$  为正整数, 离散小波变换首先将信号通过低通滤波器  $h(n)$ , 可得到该信号的采样值:

收稿日期: 2006-07-20; 修返日期: 2006-09-22 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10171026, 60473114); 安徽省教育厅科技创新团队基金资助项目(2005TD03)

作者简介: 张平(1980-), 女, 安徽阜阳人, 硕士研究生, 主要研究方向为图像处理技术(tinajane@163.com); 檀结庆(1962-), 男, 安徽望江人, 教授, 博导, 主要研究方向为非线性数值逼近理论与方法、科学计算、计算机辅助几何设计、计算机图形学、图像处理技术; 何蕾(1980-), 女, 湖北钟祥人, 硕士研究生, 主要研究方向为图像处理技术。

$$x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) h(n-k) \quad (2)$$

为保证变换的可逆性,将采样的尺度因子加倍而得到低通滤波结果为

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) x(2n-k) \quad (3)$$

设  $g(n)$ ,  $h(n)$  分别为高通滤波器和低通滤波器,按式(3)计算得低通滤波输出  $y_{low}(k) = \sum_n x(n) h(2k-n)$ 。同理可以得到高通滤波输出  $y_{high}(k) = \sum_n x(n) g(2k-n)$ 。该分解只保留了半数的信号采样,时域信号分辨率减半,但是该操作使得信号的频率分辨率加倍。重复利用小波变换对滤波后的低频信号作进一步的分解后,便得到原信号在不同分解层次上的表示。

对于二维图像应用小波变换可以由一维变换推广得到。设  $(x)$  是一维尺度函数,  $(\psi)$  是相应的小波函数,则二维小波变换基函数定义为  $\psi^1(x,y) = \psi(x)\psi(y)$ ,  $\psi^2(x,y) = \psi(x)\psi(y)$ ,  $\psi^3(x,y) = \psi(x)\psi(y)$ 。可见对图像二维小波变换可以经过两次一维变换得到。每次小波变换后,原信号被分解为四个尺寸相同的子块频带区域,如图 1 所示。

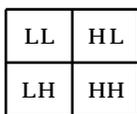


图 1 子块频带区域

其中: LL 表示原始图像低频部分的内容信息,它是对原图的一个逼近; LH 对应垂直方向的高频成分,即水平的边缘细节信息; HL 对应水平方向的高频成分,即垂直的边缘细节信息; HH 反映原始图像对角方向的高频信息。

### 1.2 最小二乘法拟合物体边缘方向

经过小波分解后得到的高频信息反映了图像在不同方向上的图像边缘信息。从物体边缘连续性的角度看,经过小波变换后,在破损的区域边缘呈现不连续现象。修复高频带图像,就是修复不连续的边缘。高频信息的修复过程如下:首先对图像的高频带分块,计算每一块的方向;在估计出图像的方向后,在该方向上修复破损的区域。对高频带所表示的边缘,采用线性拟合的方法计算出边缘方向,并将该方向作为图像块的方向。从变换后的高频系数看,在边缘系数绝对值较大。若图像块没有明显的方向,即区域块内的小波系数绝对值较小,则认为该图像块的灰度值分布较为均匀;否则,认为有明显的方向性。此时取出该图像块中小波系数最小的三个值的坐标  $(x_i, y_i)$  和小波系数最大的三个像素坐标  $(\bar{x}_i, \bar{y}_i)$ ,  $i=0, 1, 2$ , 分别用线性最小二乘法拟合得到拟合直线的斜率分别为

$$k_1 = \frac{\sum_{i=0}^2 x_i y_i - \frac{\sum_{i=0}^2 x_i \sum_{i=0}^2 y_i}{3}}{\sum_{i=0}^2 x_i^2 - \frac{(\sum_{i=0}^2 x_i)^2}{3}}$$

$$k_2 = \frac{\sum_{i=0}^2 \bar{x}_i \bar{y}_i - \frac{\sum_{i=0}^2 \bar{x}_i \sum_{i=0}^2 \bar{y}_i}{3}}{\sum_{i=0}^2 \bar{x}_i^2 - \frac{(\sum_{i=0}^2 \bar{x}_i)^2}{3}}$$

$$\theta = (\arctan k_1 + \arctan k_2) / 2 \quad (4)$$

如果  $|\theta - i\pi/4| < \pi/8$ ,  $i=0, 1, 2, 3$ , 则将  $i\pi/4$  作为该图像块的方向,等号成立时任选一个方向。

## 2 算法实现

本文中实验图像均用 24 位 RGB 彩色图像,分三个通道分别处理。

a) 实验采用差分方法实现小波变换<sup>[7]</sup>。设图像的宽度和高度分别为 width 和 height,小波变换层数为 level。为保证变

换的可逆性,采用零填充的方式规范 width 和 height 均为  $2^{\text{level}}$  的整数倍。创建与规范过图像尺寸相同的浮点型掩码数组 mask,对应破损点值设为 1,其余为 0,对该掩码数组进行小波变换,为修复小波系数做准备。

b) 对 a) 中得到的低频带小波用以前的方法<sup>[11]</sup>进行处理,修复区域对应于 mask 中非零区域。

c) 对高频带的小波系数,首先修复 mask 中小波系数非零点区域的小波系数。其具体做法为,把高频带进行分块处理,按从左到右、由上至下的顺序对图像进行扫描;取出第一块,转至下一步骤。

d) 检查该图像块是否有破损点存在。若不存在,则返回;若存在,则检查该图像块是否有明显的方向特征,若没有则用破损临近已知点的值作为估计值,若有,则用式(4)估计图像块的方向。当  $\theta$  为 0 时,在水平方向上搜索最靠近破损点的已知点,用该点作为该破损点的估计。同理,当分块方向分别为  $45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$  时,则在主对角线方向、垂直方向、副对角线方向上搜索最靠近破损点的已知点,用该点的值作为破损点的估计值,并标记该点为可用点,在以后的步骤中该点视为已知点。

e) 检查是否修复结束,若否,则取下一图像块,转 d)。

f) 经过上述操作,并不能保证达到边缘连续。因为与低频破损区域对应的高频区域也应该为破损,也要进行修复。对 b) 中计算得到的经过时间按由小到大进行排列;把对应的坐标放入堆 heap 中,取出 heap 中第一个坐标,以该坐标为中心,取尺寸与分块尺寸相同的对称窗口,用 d) 修复该窗口内的破损点,从 heap 中删去已修复的坐标。

g) 对修复的小波系数进行逆变换操作,将原图中破损点的值替换为逆变换得到的修复图像的对应点值。

本文的算法仅对图像进行了一层小波变换。因为在用变换后的 mask 数组中的数据判断一点是否为破损点时,凡是用到原破损点计算的小波系数都被视为破损点,这样无疑会扩大修复范围,所以小波变换的层数取 1,以减小由于修复范围扩大而引起的估计误差。

## 3 实验结果及分析

运行环境 VC 6.0, CPU 1.60 GHz, RAM 256 MB。

修补低频图像部分时,取判断点的所属区域类型的窗口尺寸为  $5 \times 5$ 。运行时间结果如表 1 和 2 所示。部分修复效果如图 2 ~ 5 所示(原图为待修复的图,  $7 \times 7, 9 \times 9$  分别为图像分块的尺寸)。

表 1 高频分块尺寸为  $7 \times 7$  运行时间

文件名	尺寸	破损率 / %	运行时间
rom	371 × 242	3.483 99	5 s 266 ms
fruit	252 × 173	6.165 7	1 s 204 ms
lincoln	237 × 281	1.063 11	625 ms
oil paint	425 × 325	11.536 7	45 s 516 ms
hole	256 × 256	3.211 98	734 ms
flower	761 × 570	5.234 34	1 min 53 s 16 ms
Elena	256 × 256	3.187 56	907 ms

从时间上看,在破损率相同的情况下,运行时间与破损区域的范围及其复杂度有关(如 Elena 的破损点分布比 hole 散乱,而破损程度差不多,但它的耗时较长)。因为在修复图像的低频信息时,需要计算图像扩散经过未知点的时间,该时间开销占修复时间的比重比较大,与破损点的总个数成正比<sup>[11]</sup>;

块的尺寸对运行时间的影响与破损点的分布有关,若块中包含有很多未知点,计算时间就少,因为一次计算线性拟合可以估计出较多未知点的值,但有用的信息少,估计时准确度降低。

表2 高频分块尺寸为9×9运行时间

文件名	尺寸	破损率/%	运行时间
rom	371 × 242	3.483 99	6 s 469 ms
fruit	252 × 173	6.165 7	1 s 500 ms
lincoln	237 × 281	1.063 11	672 ms
oil paint	425 × 325	11.536 7	46 s 906 ms
hole	256 × 256	3.211 98	656 ms
flower	761 × 570	5.234 34	1 min 54 s 875 ms
Elena	256 × 256	3.187 56	1 s 188 ms

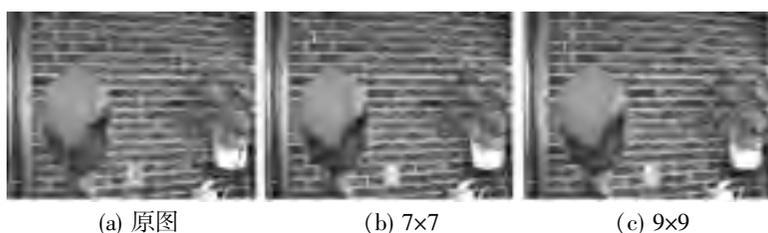


图2 Flower



图3 Friut



图4 Elena

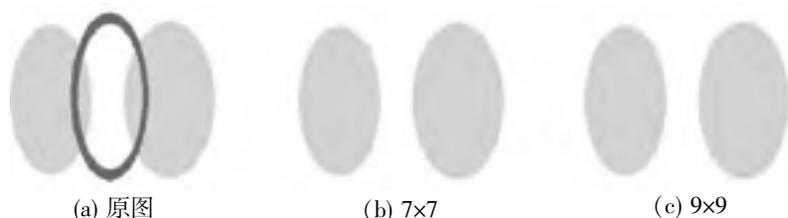


图5 Hole

由于采用了多分辨率方法修复,使得修复的时间与不采

用小波的方法相比有所提高;修复的效果对于结构复杂的图像,其修复效果更好。

#### 4 结束语

一直以来,小波变换在图像视觉分析等多方面有着广泛的应用。其时频域的局部化特性及多分辨率分解功能,给图像分析带来了方便。本文主要工作是利用小波变换方法对图像进行分解,对分解后高频信息所表示的边缘进行拟合,利用边缘的方向信息修复高频信息,在不同的频率域上分别进行修补,使图像修补更有针对性。不足之处是线性拟合在有的块上不够准确,以后在这方面将继续探索,建立更为精确的拟合模型,进一步提高修补的准确性。块窗口尺寸的选择应以边缘线的具体情况而定。对于边界线比较单一的用大窗口比较好;对于比较复杂的边缘,边缘线交错复杂,用较小的窗口更为合适。

#### 参考文献:

- [1] 张平,檀结庆,何蕾. 基于曲率和中值滤波的快速推移图像修复方法[J]. 计算机应用研究, 2007, 24(8): 186-188.
- [2] SHIH T K, CHANG Rong-chi, LU Liang-chen, *et al.* Adaptive digital image inpainting[C] // Proc of the 18th International Conference on Advanced Information Networking and Applications. 2004: 71-76.
- [3] CHAN T, SHEN Jian-hong. Non-texture inpainting by curvature-driven diffusions, Report 35[R]. [S. l.]: UCLA CAM, 2000.
- [4] CHAN T, SHEN Jian-hong. Mathematical models for local deterministic inpaintings, Report 11[R]. [S. l.]: UCLA CAM, 2000.
- [5] BERTALMIO M, SAPIRO G, CASELLES V, *et al.* Image inpainting[C] // Proc of ACM SIGGRAPH Conference on Computer Graphics. 2000: 417-424.
- [6] BERTALMIO M, BERTOZZI A, SAPIRO G. Navier-stokes, fluid-dynamics, and image and video inpainting[C] // Proc of the 2001 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2001: 355-362.
- [7] 靳济芳. Visual C++小波变换技术与工程实践[M]. 北京:人民邮电出版社, 2004.
- [8] 阮秋琦. 数字图像处理学[M]. 北京:电子工业出版社, 2001: 122-148.

(上接第286页)效果同样显著。在频率域带阻滤波处理指纹图像并没有改变纹线的结构,不受纹线密度变化的影响,因此,不会丢失指纹纹线中的任何信息。由于该算法稳定,计算速度快,该算法还可应用到军事目标跟踪计算和医学图像处理等领域。

#### 参考文献:

- [1] IU Wei-xing. Study on direction information in fingerprint image processing[J]. Computer Engineering, 2003, 29(20): 119-120, 142.
- [2] HUANG Zhong-wen, QI Fei-hu, CHEN Han-feng. A novel fingerprint enhancement method with curve accumulation[J]. Journal of Infrared and Millimeter Waves, 2003, 22(4): 286-290.
- [3] HE Dong-yu, CAI Yuan-li. On the orientation-based fingerprint pre-

processing[J]. Computer Engineering and Applications, 2004, 40(14): 77-80, 108.

- [4] WANG Feng, LI Ji-gui. Fingerprint image enhancement algorithm research[J]. Modern Computer, 2003, 2: 157.
- [5] LIN Hong, WAN Yi-fei, JAIN A. Fingerprint image enhancement algorithm and performance evaluation[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1998, 20(8): 777-789.
- [6] WILLIS A J, MYERS L. A cost-effective fingerprint recognition system for use with low-quality prints and damaged fingertips[J]. Pattern Recognition, 2001, 34(2): 255-270.
- [7] SU Fei, SUN Jing-ao, CAI An-ni. An approach to fingerprint image enhancement based on fuzzy logic[J]. Journal of China Institute of Communications, 2002, 23(9): 82-87.
- [8] LIU Shao-cong. New dactylography[M]. Anhui: People's Publishing Agency, 1984.