基于STL文件的Laplacian网格优化算法*

许 斌，李忠科
（第二炮兵工程大学 理学院，西安 710025）

摘 要：针对直接重构得到且以STL文件格式存储的网格模型质量不高的问题，提出了一种基于Laplacian坐标的网格模型全局优化算法。该算法在提高三角面片质量的同时可以很好地保持原网格模型的局部几何特征，其核心思想是通过在最小二乘意义下求解由权重控制的包含顶点位置和拉普拉斯坐标双重约束的线性系统来对网格顶点进行重新定位。从实验结果可以看出，该算法较以往的Lapacian优化算法在对网格细节特征的保持上有一定优势。

关键词：STL文件；三角网格模型；离散微分几何；三角面片质量；全局优化；顶点重新定位
中图分类号：TP39　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1001-3695(2013)05-1589-04
doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2013.05.081

Laplacian mesh optimization algorithm based on STL file

XU Bin, LI Zhong-ke
(*School of Science, Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China*)

Abstract: To the problem that triangle quality of mesh model reconstructed directly often was not very good, this paper introduced a algorithm for global optimization of triangular meshes that was guided by the vertex Laplacians. The technique successfully improved the quality of the triangulation while remaining details faithfully to the original surface geometry. The core idea of this alorithm was vertex relocation basied on optimum relation of linear system that approximate prescribed Laplacians and positions in a weighted least-squares sense. Result of experiment shows that this algorithm is good at remaining details faithfully to foregone Laplacian optimization algorithm.

Key words: STL file; triangular mesh model; discrete differential gemmetry; triangle quality; global optimization; vertex relocation

0 引言

随着软件功能的加强，目前很多测量设备可以在输出测量数据的同时输出三角网格数据（即经过三角化的数据）或者STL（stereolithography）格式数据。其中STL文件格式使用一系列小三角形平面来逼近实体模型，已经成为CAD/CAM系统接口文件格式的工业标准之一。直接使用测量设备测量并生成的STL文件所描述的网格模型通常质量都不高，存在较严重的三角面片不均匀（狭长或扁平的三角面片过多）问题。为了提高逆向工程后续处理环节的效率和质量，有必要对这样的模型进行优化。三角网格优化的目的就是在将网格曲面的几何失真控制在一定范围内的前提下，尽可能地提高网格曲面的质量，其方法有改变网格连接关系的优化算法和保持网格连接关系的优化算法两大类。目前不改变网格连接关系的全局优化算法是研究的主流。当下流行的网格全局优化算法都是将模型顶点分为自由顶点和约束顶点两类。约束顶点的位置不变，同时对自由顶点的Laplacian坐标进行约束，然后通过在最小二乘意义下求解包含约束顶点位置和自由顶点Laplacian坐标双重约束的线性系统来对自由顶点进行重新定位[1~8]。本文算法是在综合研究了上述各种优化算法的基础上提出的，特点是不再区分约束顶点和自由顶点，对所有顶点都进行位置和Laplacian坐标的双重约束，然后在最小二乘意义下求解包含双重约束的线性系统，对所有顶点同时进行重新定位。本文算法的优点是对模型的局部几何特征具有很好的保持性。

1 网格质量评价标准

对网格模型进行优化，首先要有一个可以量化的网格质量评价标准，本文采用边长正则度来评价单个三角面片的质量。计算方法如式（1）所示。

$$re=\frac{l_3-l_1}{l_2} \tag{1}$$

其中：re是基于边长的三角形正则度，$0\leq re<1$；l_i是三角形的一条边，$l_1<l_2<l_3$。三角面片为正三角形时，$re=0$；为狭长三角形时，re趋近于1。如果一个模型中的大部分三角面片的正则度都趋近于0，说明该模型的质量很好，反之则质量不好。在后文中使用质量曲线来描述模型的质量。

2 优化算法总体流程

本文中的模型质量优化算法分为三步，具体步骤如下：

a）从STL文件中重建模型的拓扑结构。

b）计算网格模型顶点的两类Laplacian坐标。

c）建立包含顶点位置和Laplacian坐标双重约束的线性系

收稿日期：2012-09-06；**修回日期**：2012-10-25　**基金项目**：国家科技支撑计划资助项目(2009BAI81B00)

作者简介：许斌(1979-)，男，博士研究生，主要研究方向为三维图形数据处理(xubinliuxia@sina.com)；李忠科(1956-)，男，教授，博导，主要研究方向为精密仪器设计、光学测量.

统,然后通过求最小二乘解对顶点进行重新定位。

3 STL 文件的拓扑结构重建

STL 文件是三维曲面网格的离散表示,同时也是一种标准的文件输出形式,它一般有 ASCⅡ格式和二进制格式两种格式,本文中使用 ASCⅡ格式,每行的关键字和数据内容如下:

fact normal Vx Vy Vz〈三角面片法失量〉
outer loop
vertex Vx1 Vy1 Vz1〈顶点坐标〉
vertex Vx2 Vy2 Vz2〈顶点坐标〉
vertex Vx3 Vy3 Vz3〈顶点坐标〉
endloop
endfact

由于 STL 文件中包含的数据是离散的三角面片顶点坐标信息以及三角形单元的单位外法向量,不包含任何三角形之间的拓扑关系,所以在实际应用中不能从 STL 文件中直接提取所需的相关信息(如邻接信息等)。因此,需要将 STL 文件的数据格式转换成合适的曲面网格数据文件,这需要将离散的三角形单元进行曲面网格重建。曲面较复杂的实体模型一般由几万甚至几十万个三角面片构成,这使得 STL 文件数据量非常大,而且顶点的坐标信息会在多个三角面片中重复出现,因而国内外许多学者针对如何剔除冗余数据并且建立高效合理的拓扑结构的问题进行了大量的研究工作[9~13]。本文在以上各种重建算法的基础上,以 STL 文件数据中固有的相关性为基础,提出了一种不需要复杂数据结构的快速重建算法,可以在付出较少计算量代价的情况下实现拓扑结构的重建。具体算法如下:

a)建立顶点数组 vertex(3, ∗)和三角面片数组 topology(3, ∗)。

b)顺序读取 STL 文件中每一个三角面片(设为三角面片 j)的数据,将顶点坐标按顺时针顺序编号存入 vertex,并按照同样顺序将顶点的编号存入 topology。

c)将第 j 号面片中每一个顶点的坐标与上一个面片(第 $j-1$ 号面片的 3 个顶点坐标进行比较,如果第 j 号面片中的第 $i(i=1,2,3)$ 个顶点坐标与第 $j-1$ 号面片的第 $k(k=1,2,3)$ 个顶点坐标值相同,则 topology(i,j) = topology$(k,j-1)$;否则执行步骤 d)。

d)将第 j 号面片中的第 $i(i=1,2,3)$ 个顶点坐标与顶点数组 vertex$(3,n)$(假设已经生成 n 个顶点的数组)逆向比较,如果存在第 $m(m\leqslant n)$ 号顶点的坐标值与其相同,则 topology$(i,j)=m$,否则为新顶点,令 $n=n+1$,并将第 j 号面片中的第 $i(i=1,2,3)$ 个顶点坐标存入 vertex$(3,n)$ 中。

e)处理完第 j 号面片中所有顶点之后,令 $j=j+1$,返回步骤 b)。

算法结束后得到有序顶点数组 vertex 和三角面片数组 topology。Topology 中的元素是 vertex 中顶点的编号,每三个为一组,按顺时针排列构成一个三角面片,所以 topology 中也包含了模型中所有边的信息。

4 网格顶点 Laplacian 坐标

网格上的离散 Laplacian 坐标是目前最流行的描述网格模型几何细节的数学工具,当下很多网格模型优化算法中都有对 Laplacian 坐标的使用。本文算法的基本思想是:当网格某顶点上两种不同权重的 Laplacian 坐标值相等时,包含该顶点的局部片趋向于规则化。该思想是 Nealen 等人于 2005 年最先提出的[14],最初是针对模型局部优化的,采用的是自由顶点和约束顶点分开的策略,用于全局优化时要选取一定数量的特征顶点作为约束顶点。

在步骤 b)完成后,已经得到了顶点数组 vertex 和三角面片数组 topology,下面就根据这两个数组中的数据计算网格顶点的两类 Laplacian 坐标,计算公式如下:

$$\delta_i = \sum_{v_j \in N(i)} w_{ij}(v_j - v_i) \tag{2}$$

式(2)为网格模型顶点 v_i 处的 Laplacian 坐标的计算公式,v_j 是顶点 v_i 的局部片中的任意一点。

$$w_{ij} = \frac{\omega_{ij}}{\sum_{v_j \in N(i)} \omega_{ij}} \tag{3}$$

式(3)~(5)是权重系数计算公式,采用式(4)(5)计算出来的 Laplacian 坐标可以分别称为同一 Laplacian 坐标和余切 Laplacian 坐标,分别记为 δ_u 和 δ_c。

$$\omega_{u_{ij}} = 1 \tag{4}$$

$$\omega_{c_{ij}} = \cot \alpha_{ij} + \cot \beta_{ij} \tag{5}$$

在计算网格顶点的 Laplacian 坐标时,本文使用 $n\times n$ 阶的 Laplacian 矩阵 $\boldsymbol{L}$。

$$\boldsymbol{L} = \begin{vmatrix} L_{11} & \cdots & L_{1n} \\ \vdots & L_{ij} & \vdots \\ L_{n1} & \cdots & L_{nn} \end{vmatrix} \tag{6}$$

式(6)中的 L_{ij} 的形式如下:

$$L_{ij} = \begin{cases} -1 & i=j \\ w_{ij} & v_j \in N(i) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{7}$$

$$\Delta_d = \boldsymbol{L}V_d = [\delta_{1d}, \delta_{2d}, \delta_{3d}, \cdots, \delta_{nd}]^{\mathrm{T}} \quad d \in \{x,y,z\} \tag{8}$$

$$V_d = [V_{d1}, V_{d2}, V_{d3}, \cdots, V_{dn}]^{\mathrm{T}} \quad d \in \{x,y,z\} \tag{9}$$

其中:V_d 是顶点坐标在某一坐标轴方向的分量,Δ_d 是 Laplacian 坐标在某一坐标方向的分量。

$$\bar{k}_i n_i = \delta_{ci} \bar{k} = \frac{1}{4A(v_i)} \sum_{v_j \in N(i)} (\cot \alpha_{ij} + \cot \beta_{ij})(v_i - v_j) \tag{10}$$

其中:$\bar{k}_i$ 是网格曲面在顶点 v_i 处的平均曲率;$A(v_i)$ 是顶点 v_i 的 Voronoi 图(图 1 中阴影部分)的面积。

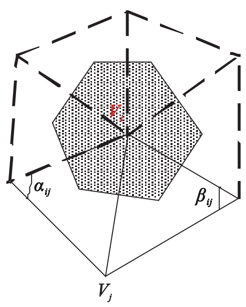

图1 顶点 V_j 的局部片

5 网格顶点重新定位

式(11)中的 V'_d 是重新定位后的顶点坐标在某一坐标轴方向上的分量,本文的优化方式是对网格顶点坐标的三个分量

分别进行求解,求解的是式(12)中所示的 $2n\times n$ 的线性系统。

$$V'_d = [V'_{d1}, V'_{d2}, V'_{d3}, \cdots, V'_{dn}]^{\mathrm{T}} \quad d \in \{x,y,z\} \tag{11}$$

$$\begin{bmatrix} L_u \\ W_p \end{bmatrix} V'_d = \begin{bmatrix} \Delta_{dc} \\ W_p V_d \end{bmatrix} \tag{12}$$

$$L_u V'_d = \Delta_{dc} \tag{13}$$

$$W_p V'_d = W_p V_d \tag{14}$$

式(12)中的 L_u 是采用同一 Laplacian 坐标的 Laplacian 矩阵;Δ_{dc}是余切 Laplacian 坐标的一个分量;W_p 为约束控制矩阵,是一个 $n\times n$ 的对角矩阵。式(12)中的线性系统可以进一步写成式(13)(14)的形式,从式(13)(14)可以看出式(12)中的线性系统由几何约束系统(式(13))和位置约束系统(式(14))构成,每个约束系统包括 n 个方程,网格上的每一个顶点的任意坐标分量都分别受到两个约束系统的约束。在两个约束系统中几何约束系统保证顶点重新定位后的网格曲面质量,即令每一个三角面片的形状都尽可能地接近正三角形;位置约束系统保证顶点重新定位后的网格曲面与原曲面的几何误差在可接受范围内,即保证优化后的模型不失真。

采用式(13)方式构造几何约束系统的思想是 Nealen 等人[14]于 2005 年提出的,其依据是:当网格曲面上任意顶点的局部片中包含的所有三角面片都为等腰三角形时,该顶点的同一 Laplacian 坐标和余切 Laplacian 坐标相等。当将上述结论由某一个三角面片扩展到整个模型表面时可以发现,如果所有的三角面片都接近于正三角形,所有顶点的同一 Laplacian 坐标和余切 Laplacian 坐标接近相等。

本文中需要求解的线性系统是一个不相容的超定方程组,对于这样的方程组只能求得最小二乘意义下的近似解,约束控制矩阵 W_p 的功能就是调节两种约束系统对优化结果也就是最后得到的近似解的影响。当 W_p 的设置偏向于几何约束时,优化结果网格的质量会更好,但是与原始网格间的误差会加大;而当 W_p 的设置偏向于位置约束时得到的结果正好相反。所以如何设置 W_p,以使得优化后的结果在网格质量和失真度之间取得平衡是一个重要问题。

式(15)中的 w_{pi}是 W_p 第 i 行的元素,也是顶点 v_i 的位置约束权重,W_p 的设置过程也就是确定 w_{pi}的过程。实验发现优化过程中较严重的几何失真都发生在顶点平均曲率很高的区域,所以对于平均曲率高的点应当给予更高权重的位置约束,以抑制其失真。但是如果简单地在 w_{pi}和$\bar{k}_i$ 之间建立线性对应关系,平均曲率较低的区域又会由于位置约束权重过低而失真。本文在大量实验的基础上提出了如式(15)中所示的 w_{pi}确定方法。

$$w_{pi} = \sum_{j=1}^{n(\bar{k}_i)} \frac{\bar{k}_i(\bar{k}_i - \bar{k}_{\min})}{n(\bar{k}_i)} \tag{15}$$

其中:$\bar{k}_i$ 为顶点 v_i 的平均曲率($\bar{k}_i$ 为标量,平均曲率向量为 $\bar{k}_i n_i$);$\bar{k}_{\min}$为网格上所有顶点的平均曲率的最小值;$n(\bar{k}_i)$为平均曲率小于 $\bar{k}_i$ 的顶点数。

6　对比实验及结果分析

以 Visual C++2010 为开发平台,结合 OpenGL 图形库实现了本文算法,并在 2.8 GHz CPU、2 GB 内存的 PC 机上与 Nealen 等人于 2005 年提出的基于特征顶点的优化算法从多方面进行了对比实验。

先对拥有 23455 个面片的小鸟模型进行实验,并从内存消耗、算法执行时间、优化后网模型的质量和模型失真度四个方面考察实验结果。图 2 是原始模型及其网格表示,图 3 中的曲线图为网格质量曲线。质量曲线的横轴为三角面片的正则度,纵轴为具有某一正则度的三角面片的数量。需要说明的是每一个三角面片的正则度是一个介于 0 到 1 之间的实数,很难出现两个三角面片的正则度完全相等的情况。本文为构造直观的质量曲线,将 0 ~ 1 等分为 100 个区间,正则度属于同一区间的三角面片被视为拥有相同的正则度,其值为该区间的中点值。

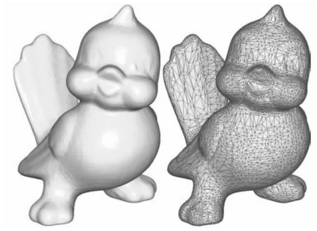

图2　原始小鸟模型及其网格表示

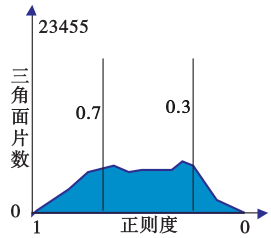

图3　原始小鸟模型网格质量曲线

从图 3 中的质量曲线可以看出,原始网格中三角面片的正则度多集中在 0.7 ~ 0.3,高质量的三角面片不多。

图 4 是使用 Nealen 算法优化后的小鸟模型及其网格表示,图 5 为使用 Nealen 算法优化后的模型的质量曲线。从曲线上可以看出网格的质量有了明显的改善,绝大部分三角面片的正则度都集中在 0.3 ~ 0.03,但是从图 4 中可以看出网格曲面的几何细节有明显的丢失。

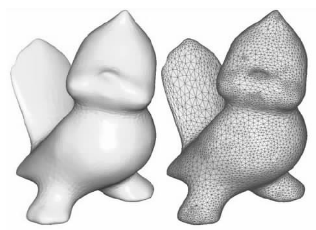

图4　使用Nealen算法优化后的小鸟模型及其网格表示

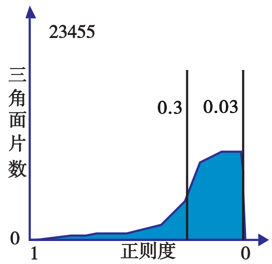

图5　使用Nealen算法优化后的模型质量曲线

图 6 中的模型是使用本文算法优化后的小鸟模型及其网格表示,图 7 中是其对应的质量曲线。从质量曲线看,使用本文算法优化后的模型的质量相较使用 Nealen 算法优化后的模型还有小幅的提高,绝大部分三角面片的正则度集中在 0.02 ~ 0.3;更重要的是从图 6 可以看出,本文算法很好地保留了原模型上的一些几何细节,失真度很低。从理论上分析,出现这种结果是因为 Nealen 算法要确定部分特征点的位置不变,为了满足这一刚性约束,算法必须牺牲掉特征点周围区域的部分几何细节,而本文算法是对模型上所有的点都进行重新定位,虽然个别点没有严格保持位置不变,但是总体上更好地保持了模型的几何细节。

图 8 是有 35741 个三角面片的松鼠模型的原始模型及网格表示,图 9 为其质量曲线。从图 9 中可以看到原始模型中三角面片正则度分布比较分散,大多分布于 0.8 ~ 0.1。

图 10 中的模型是使用 Nealen 算法优化后的松鼠模型。从其质量曲线(图 11)可以看出,网格质量得到了较大提高,绝大多数面片的正则度都集中到了 0.45 ~ 0.02,但同时细节失

真也很明显(如松鼠的眼睛)。

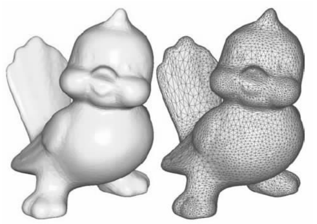

图6　使用本文算法优化后的小鸟模型及其网格表示

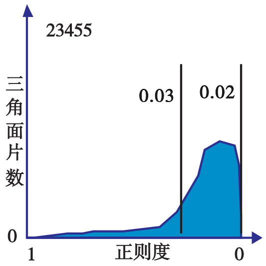

图7　使用本文算法优化后的小鸟模型质量细线

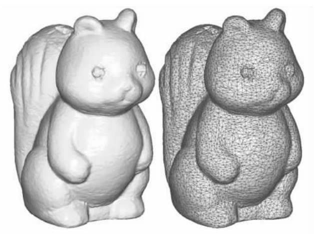

图8　原始松鼠模型及其网格表示

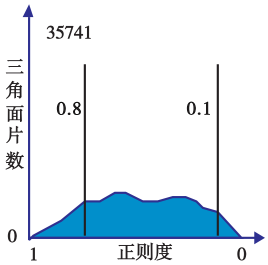

图9　原始松鼠模型的网格质量曲线

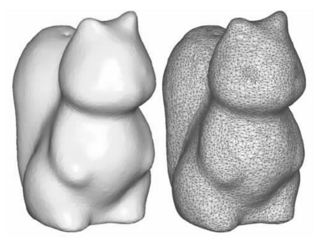

图10　使用Nealen算法优化后的松鼠模型及其网格表示

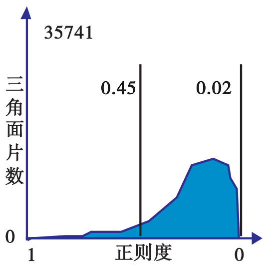

图11　使用Nealen算法优化后的松鼠模型质量曲线

图 12 中的模型是使用本文算法优化后的松鼠模型,细节失真度非常低,同时从图 13 可以看出网格质量提高幅度比 Nealen 算法更大。

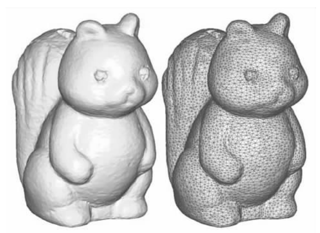

图12　使用本文算法优化后的松鼠模型及其网格表示

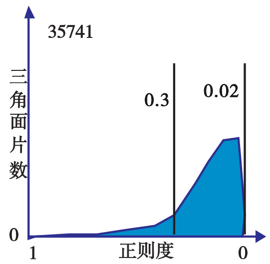

图13　使用本文算法优化后的松鼠模型质量曲线

表 1 为本文算法与 Nealen 算法在两个模型上的运行时间和最大内存消耗的对比。从表中可以看到本文算法的运行时间与 Nealen 算法基本相当,最大内存消耗要大于 Nealen 算法,但也在可接受范围之内,对用户的实际使用没有影响。从理论上讲,本文算法和 Nealen 算法的实质都是对大规模、稀疏线性系统的求解,在实际编程过程中都采用了并行运算的策略,所以对同一模型进行优化时用时相当,但由于本文算法需要求解的线形系统规模更大所以内存消耗更大。

7　结束语

本文提出了一种基于 Laplacian 坐标约束的三角网格模型全局优化算法和一种基于 STL 文件的模型拓扑结构的快速重建算法,这两种算法结合使用可以达到对使用 STL 文件格式存储的三角网格模型进行全局优化的目的。算法提出后又与 Nealen 算法进行了对比实验,这里之所以选择 Nealen 算法进行对比实验,是因为该算法是目前效果比较好且最有代表性的曲面网格模型优化算法,近几年提出的一些新算法大多是该算法的改进与发展。最后实验结果表明,本文算法在显著提高了网格模型质量的同时,很好地保持了模型的几何细节,优化后的模型失真度相较 Nealen 算法更低,同时式(12)也提供了一个开放的算法平台,通过选择不同的 W_p 设计方案,可以得到各种有针对性的优化效果。

表 1　本文算法与 Nealen 算法的实验对比

算法	小鸟模型		松鼠模型	
	最大占用内存/MB	运行时间/ms	最大占用内存/MB	运行时间/ms
Nealen 算法	365	1.28	558	1.47
本文算法	475	1.24	764	1.45

参考文献:

[1] HIDELBRANDT K, POLTHIER K. Anisotropic filtering of non-linear surface features[J]. Computer Graphics Forum, 2004, 23(3): 391-400.

[2] JEMAL A, SIEGEL R, WARD E, *et al*. Cancer statistics, 2008[J]. CA: A Cancer Journal for Clinicians, 2008, 58(2): 71-96.

[3] ALLIEZ P, UCELLI G, GOTSMAN C, *et al*. Recent advances in remeshing of surfaces[M]//Shape Analysis and Structuring Mathematics and Visualization. 2008: 53-82.

[4] BOBENKO A I, SCHRODER P. Discrete willmore flow[C]//Proc of Eurographics Symposium on Geometry Processing. 2005: 101-110.

[5] BOTSCH M, KOBBELT L. A remeshing approach to multiresolution modeling[C]//Proc of Eurographics/ACM SIGGRAPH Symposium on Geometry Processing. 2004: 185-192.

[6] YANG D, CHAUDHARI S R, GODDU S M, *et al*. Deformable registration of abdominal kilovoltage treatment planning CT and tomotherapy daily megavoltage CT for treatment adaptation[J]. Medical Physics, 2009, 36(2): 329-338.

[7] ZHOU J H, KIM S, JABBOUR S, *et al*. A deformable model-based 3D registration algorithm for image guided prostate radiotherapy[J]. Medical Physics, 2010, 37(3): 1298-1308.

[8] KULOVEC S, KOS L, DUHOVNIK J. Mesh smoothing with global optimization under constraints[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 57(7): 555-567.

[9] SZILVAS N M, MATYASI G. Aalasis of STL files[J]. Mathmatical and Computer Modeling, 2003, 38(7): 945-960.

[10] HAYONG S, PARK J, CHO C. Efficient topology construction from triangle soup[C]//Proc of Gemetric Modeling and Processing. 2004: 359-364.

[11] ITO Y, NAKAHASHI K. Direct surface triangulation using sterolithography(STL) data[J]. AIAA Journal, 2002, 40(3): 490-496.

[12] ITO Y, NAKAHASHI K. Surface triangulation for pologonal models based on CAD data[J]. International Journal for Numerical Method in Fluids, 2002, 39(1): 75-96.

[13] 杨晃院,舒适. 基于数据相关性的 STL 曲面网格快速重建算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2009, 21(1): 67-71.

[14] NEALEN A, SORKINE O, ALEXA M, *et al*. A sketch-based interface for detail-preserving mesh editing[J]. ACM Trans on Graph, 2005, 24(3): 1142-1147.