

一种稳健的波束域自适应波束形成算法*

赵宏鹏¹, 代月花^{1†}, 朱德智², 卢金龙¹, 罗京¹

(1. 安徽大学 电子信息工程学院, 合肥 230601; 2. 中国电子科技集团公司第三十八研究所, 合肥 230031)

摘要: 在波束域算法中, 针对波束域期望信号的指向误差落在波束主瓣边缘时波束性能严重恶化, 采用波束域旋转矢量法的线性约束来改善波束域自适应算法的性能, 同时为提高工程的实施性, 减少算法的计算量, 利用信号的特征值大于噪声的特征值这一理论, 采用空间协方差矩阵逆的高阶次幂来逼近信号子空间, 将求得的权矢量投影于改进的波束域的特征信号子空间, 该算法在波束域中不但减少了计算量, 而且使波束具有更好的信号比和稳健性。实验仿真验证了提出的改进波束域特征空间的稳健自适应算法的正确性和有效性, 具有一定的工程实用价值。

关键词: 波束域; 自适应波束形成; 特征分解; 信号子空间; 线性约束最小方差 (LCMV)

中图分类号: TN957.52; TP301.6 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2014)04-1151-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2014.04.047

Robust beam-space adaptive beamforming algorithm

ZHAO hong-peng¹, DAI Yue-hua^{1†}, ZHU De-zhi², LU Jin-long¹, LUO Jing¹

(1. School of Electrical & Information Engineering, Anhui University, Hefei 230601, China; 2. No. 38 Research Institute, China Electronics Technology Group Corporation, Hefei 230031, China)

Abstract: In the beam-space algorithm, when the pointing error of the beam-space beam desired signal falls on the edge of the main lobe of the beam, the performance is always becoming deteriorated. Therefore, this paper used the beam rotation vector of the linear domain constraints to improve the performance of beam-domain adaptive algorithm, meanwhile, in order to apply in the implementation of the project and reduce the computational volume, it employed the space covariance matrix inverse to approach to the power of the signal subspace according to the signal eigenvalues were much greater than the noise characteristic value of the theory. The algorithm not only reduces the beam's computational quantity and has better signal ratio and robustness characteristics. Simulation experiments' results prove that the correctness and the superiority of the modified beam-space eigenspace-based algorithm, having a certain practical value of the project.

Key words: beam-space; adaptive beam-forming; eigenspace-decomposition; signal subspace; LCMV

随着自适应波束形成算法被广泛应用于雷达、声呐、无线通信、医学影像等军事和民用领域, 对其研究得到了科学院所和高校研究人员的重视, 但大部分的研究主要集中于阵元域的自适应波束的形成, 波束域自适应波束形成的相对很少。但自文献[1]中提出了在波束域进行超分辨测角的思想进行 DOA 估计后, 很多学者对波束域方法进行了深入的研究并将波束域的方法进行了推广。韩勇等人^[2]研究了 Toeplitz 矩阵在波束域对相干信源的 DOA 估计, 人们把最小方差无畸变响应 (MVDR) 应用于波束域得到了波束域最小方差无畸变波束形成算法^[3]。文献[4]把 LCMV 应用于波束域, 减少了算法的计算量。波束空间法的优势在于通过减少采样矩阵的维数达到降低相关矩阵的秩, 降低系统运算的复杂度, 减少运算量, 使得自适应处理易于实现。目前, 波束域形成算法有波束域对角加载算法^[5]、前后向平滑算法^[6,7]、波束域特征空间法^[8]等。

一般线性约束最小方差 (LCMV) 同时左右各旋转一个角度, 来抑制指向误差落在波束主瓣边缘时对波束形成性能的影响, 这样就形成了较宽的波束主瓣。针对这一情况, 本文采用校正后的旋转矢量, 这样在期望信号附近增加一个约束条件, 为了提高工程上的可操作性, 减少计算量, 基于信号特征值大于噪声特征值这一特性, 利用特征空间协方差矩阵逆的高阶次幂来近似等价于信号子空间, 将求得最优化矢量的权矢量投影到波束域近似信号的特征子空间, 就得到了本文提出的稳健波束域自适应波束形成算法的权矢量。

1 信号模型

设有 M 个全方向性的阵元以 $\lambda/2$ 的间距均匀地排列在一条直线上, 一个期望信号和 P 个干扰信号以 $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_P$ 的角度入射阵列上, 假设期望信号和干扰信号以及干扰信号之间两两互不相关, 信号的各阵元噪声信号是各自独立的高斯白噪声, 则阵列单元接收的信号模型为

$$x(t) = \sum_{i=0}^P a(\theta_i) s_i(t) + n(t) \quad (1)$$

收稿日期: 2013-06-16; 修回日期: 2013-08-03 基金项目: 国家自然科学基金青年基金资助项目 (61006064); 安徽大学学术创新强化项目 (01001770)

作者简介: 赵宏鹏 (1986-), 男, 安徽亳州人, 硕士研究生, 主要研究方向为微电子和集成电路设计、阵列信号处理; 代月花 (1975-), 女 (通信作者), 教授, 博导, 主要研究方向为微电子和集成电路设计 (daiyuehua2013@163.com); 朱德智 (1971-), 男, 高级工程师, 硕士, 主要研究方向为阵列信号处理和雷达信号处理; 卢金龙 (1987-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为微电子与存储器; 罗京 (1988-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为微电子与存储器。

令 $\mathbf{A}(\theta) = [a_0(\theta), a_1(\theta), \dots, a_p(\theta)]$, $\mathbf{S}(t) = [s_0(t), s_1(t), \dots, s_p(t)]^T$ 。其中 $s_0(t)$ 为期望信号; $s_1(t), s_2(t), \dots, s_p(t)$ 是干扰信号; $\mathbf{A}(\theta)$ 是信号的导向矢量矩阵, 则式(1)可以记为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{S}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (2)$$

将阵元域信号通过转换矩阵 $\mathbf{T}$ 转换到波束域, 即

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{T}^H \mathbf{x}(t) \quad (3)$$

把信号从阵元域转换到波束域, 不但可以实现多波束的形成, 而且能够形成比阵元数目少的波束, 达到降秩的目的。从阵元域到波束域可以采用傅里叶变换。波束域的采样矩阵为

$$\mathbf{R}_y = E[\mathbf{y}(t)\mathbf{y}^H(t)] \quad (4)$$

实际中, 阵列信号的协方差矩阵是通过有限快拍估计得到的。根据式(3)和(4)可知, 波束域的协方差矩阵也是采样估计得到的。波束域 N 次快拍估计 $\mathbf{y}(n)$ 的采样协方差矩阵为

$$\tilde{\mathbf{R}}_y = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{y}(n)\mathbf{y}^H(n) \quad (5)$$

当快拍数 $N \rightarrow \infty$ 时, 估计得到的协方差矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}_y$ 就几乎等于真实的协方差矩阵。

波束域的阵列信号矢量 $\mathbf{a}(\theta)$ 也通过变换到波束域, 记为 $\mathbf{a}_t(\theta)$, 即

$$\mathbf{a}_t(\theta) = \mathbf{T}^H \mathbf{a}(\theta) \quad (6)$$

选择合适的波束数能够降低计算量。

线性约束(LCMV)波束形成器的设计原理是: 给定一些方向性约束条件, 使 MVDR 波束形成器的输出功率最小, 将其应用于波束域可以表示如下:

$$\begin{aligned} \min_w \quad & w^H \tilde{\mathbf{R}}_y w \\ \text{subject to} \quad & \mathbf{a}_t(\theta_0)^H w = 1 \quad \mathbf{C}^H w = \mathbf{g} \end{aligned} \quad (7)$$

解式(7)得到波束域的权值 w_{LCMV} 为

$$w_{\text{LCMV}} = \tilde{\mathbf{R}}_y^{-1} [\mathbf{a}_t(\theta_0), \mathbf{C}] ([\mathbf{a}_t(\theta_0), \mathbf{C}]^H \tilde{\mathbf{R}}_y^{-1} [\mathbf{a}_t(\theta_0), \mathbf{C}])^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{g} \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中, $\mathbf{C} = [c_1, c_2, \dots, c_g]$, $\mathbf{C}$ 为波束域 G 个约束方向的导向矢量; $\mathbf{g}$ 为 G 个约束矢量。在理想的情况下, w_{LCMV} 就是波束域线性约束条件下的最优权矢量。但是在实际情况中, 导向矢量存在误差, 也就是通常指存在指向误差的情况, 波束域的 LCMV 算法性能下降。

2 稳健的波束域自适应形成算法

本文首先把信号从阵元域变换到波束域, 在自适应波束形成法中, 针对指向矢量误差的方向落在波束主瓣边缘时, 输出信干噪比下降、波束稳健性下降的情况, 常规波束域 LCMV 是在信号的指向方向附近左右各旋转一个固定的 $\Delta\theta$ 角度, 作为增加的两个方向约束, 其后果就是使波束方向度的主瓣变宽。本文算法只在期望方向旋转一个固定的角度来抑制特定方向的信号指向误差对波束图稳定性的影响。

将信号的指向方向 θ_0 左右各旋转一个 $\Delta\theta$ 角度, 旋转后的导向矢量变为 $\mathbf{a}(\theta_0 + \Delta\theta) = [1, \exp(-j\varphi_1), \dots, \exp(-j(M-1)\varphi_1)]^T$, $\mathbf{a}(\theta_0 - \Delta\theta) = [1, \exp(-j\varphi_1), \dots, \exp(-j(M-1)\varphi_2)]^T$ 。其中, $\varphi_1 = 2\pi d \sin(\theta_0 + \Delta\theta)/\lambda$, $\varphi_2 = 2\pi d \sin(\theta_0 - \Delta\theta)$, 并令

$$\mathbf{b}(\theta_0) = \frac{1}{2} [\mathbf{a}(\theta_0 + \Delta\theta) + \mathbf{a}(\theta_0 - \Delta\theta)] \quad (9)$$

为了将旋转角度控制在半功率主瓣以内, 应该使 $\Delta\theta <$

$\frac{0.886}{M} \sec \theta_0$ (rad)。将式(9)变换到波束域的指向方向的约束为

$$\mathbf{b}_t(\theta) = \mathbf{T}^H \mathbf{b}(\theta) \quad (10)$$

将矢量 $\mathbf{b}_t(\theta)$ 作为指向矢量的一个约束条件, 把式(10)代入(8)得到

$$w_{\text{BLCMV}} = \tilde{\mathbf{R}}_y^{-1} [\mathbf{a}_t(\theta_0), \mathbf{b}_t(\theta)] ([\mathbf{a}_t(\theta_0), \mathbf{b}_t(\theta)]^H \times \tilde{\mathbf{R}}_y^{-1} [\mathbf{a}_t(\theta), \mathbf{b}_t(\theta)])^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{g} \end{bmatrix} \quad (11)$$

式(11)中协方差矩阵可分解为

$$\tilde{\mathbf{R}}_y = \sum_{i=0}^p \lambda_i \mu_i \mu_i^H + \sigma_n^2 \sum_{i=p+1}^N \mu_i \mu_i^H = \mathbf{U}_s \mathbf{\Lambda}_s \mathbf{U}_s^H + \sigma_n^2 \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \quad (12)$$

其中, $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_p > \lambda_{p+1} = \dots = \lambda_N$, P 个较大的特征值对应的特征向量张成相应的信号和干扰构成的子空间:

$$\mathbf{U}_s = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p] \quad (13)$$

其余的 $N-P$ 个特征值对应的特征向量张成噪声子空间, 记为

$$\mathbf{U}_n = [\mu_{p+1}, \mu_{p+2}, \dots, \mu_N] \quad (14)$$

对式(12)变形可以得到

$$\sigma_y^{-2c} \tilde{\mathbf{R}}_y^c = \mathbf{U}_s \mathbf{\Lambda}_s \mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \quad (15)$$

其中: $\mathbf{\Lambda}_s = \text{diag} \{ \frac{\lambda_1}{\sigma_n^2}, \frac{\lambda_2}{\sigma_n^2}, \dots, \frac{\lambda_p}{\sigma_n^2} \}$ 。因为 $\frac{\lambda_i}{\sigma_n^2} > 1$ ($i = 1, 2, \dots, P$), 当 $c \rightarrow \infty$ 时, 对式(13)求逆得到

$$\lim_{c \rightarrow \infty} \sigma_n^{2c} \tilde{\mathbf{R}}_y^{-c} = \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \quad (16)$$

在理想情况下, 信号子空间 $\mathbf{U}_s$ 与噪声子空间 $\mathbf{U}_n$ 正交, 信号子空间的投影矩阵可以用噪声子空间的补表示为

$$\mathbf{U}_s \mathbf{U}_s^H = \mathbf{I} - \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H = \mathbf{I} - \lim_{c \rightarrow \infty} \sigma_n^{2c} \tilde{\mathbf{R}}_y^{-c} \quad (17)$$

其中: $\mathbf{I}$ 为维度形成波束数的单位矩阵。由上面的分析可知, 不需要对波束域特征空间进行分解就能够得到波束域信号子空间的投影矩阵。根据式(1)可知, 当 c 取无穷大值时, 噪声信号子空间的补逼近于信号子空间, 在实际工程中, 当 c 取很小的值时 (一般取 3~10 即可, 本文实验仿真取值为 5), 噪声子空间的补能很好地逼近于信号子空间, 这点在后面的仿真实验中就得到很好的证实。令 $\mathbf{C} = [\mathbf{a}_t(\theta_0), \mathbf{b}_t(\theta)]$, 在波束域求得改进的线性约束的权向量, 并向信号和干扰子空间投影, 得到波束域简化特征空间法的权矢量为

$$w_{\text{GBLCMV}} = \mathbf{U}_s \mathbf{U}_s^H \tilde{\mathbf{R}}_y^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \tilde{\mathbf{R}}_y^{-1} \mathbf{C})^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{g} \end{bmatrix} \quad (18)$$

根据以上分析, 本文提出稳健的波束域自适应波束形成算法的主要步骤如下:

- 把信号从阵元域变换到波束域, 并计算波束域的协方差矩阵的估计值。
- 计算波束域的信号和干扰子空间。
- 求出波束域的约束指向矢量, 并结合式(8)求出波束域改进的 LCMV 的权矢量。
- 将由步骤 c) 得到的权矢量根据式(18)得到波束域简化特征空间算法的权矢量。

3 仿真分析

为了验证算法的有效性, 下面给出了算法的计算机仿真图。仿真图都是考虑 16 个无方向性阵元均匀分布的直线阵 (ULA), 阵元间距为 $\frac{\lambda}{2}$, 一个期望信号和两个干扰信号分别从

0° 、 -40° 和 30° 入射,它们之间相互独立,都为远场信号。本文算法的指数 $c=5$, $\Delta\theta=2^\circ$,并将其与波束域特征法、波束域的 LCMV 算法相比较,每个实验都经过了 60 次的蒙特卡罗实验平均得到。

实验1 波束图的形成

图1给出了存在 3° 的指向误差, $\text{SNR}=0\text{ dB}$, $\text{INR}=20\text{ dB}$, 采样数为 100, 从阵元域转换到波束域采用傅里叶变换,没有考虑降维,观察三种算法的波束形成图。从图1中可以看出,波束域特征空间法和本文算法都能正确地指向真实方向,波束域的 LCMV 算法的主瓣偏移,不能指向真实方向,同时本文算法的波束图的旁瓣低于波束域传统特征法,因此,本文算法能够在一定程度上克服波束域导向矢量的误差,改善波束图的性能。

实验2 输出 SINR 随输入 SNR 的变化仿真图

图2给出了存在 5° 的指向误差,采样数为 200、 $\text{INR}=10$ 时,三种算法的 SINR 随 SNR 的变化曲线。从图2中可以看出,波束域的 LCMV 的输出 SINR 随着输入信噪比 SNR 一直下降,在输入信噪比 SNR 从 0 增加到 21 左右时,波束域传统空间特征法和本文改进的算法输出 SINR 一直变大,但波束域传统特征空间法输出 SINR 总是小于改进算法输出的 SINR。并且当输入的 SNR 大于 21 时,波束域传统特征空间法输出的 SINR 几乎不变,而本文改进算法的输出 SINR 仍然增大,这是由于改进的算法比传统空间法对指向误差更具有抑制能力。同样条件下,能够形成更稳健的波束图。

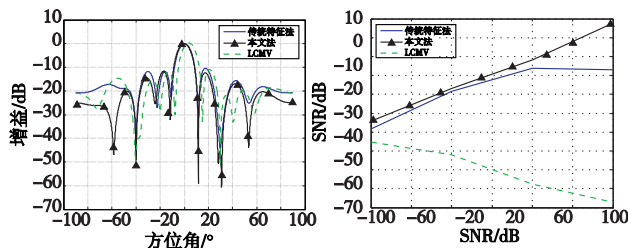


图1 指向误差为 3° 的波束图

图2 存在 5° 时输出 SINR 随 SNR 的变化曲线

实验3 输出 SINR 随指向误差的变化曲线

图3给出了 $\text{SNR}=0\text{ dB}$ 、 $\text{INR}=20\text{ dB}$ 和采样数为 300 时,输出 SINR 随角度指向误差的变化曲线。从图3中可以看出,传统特征空间法和波束域 LCMV 输出的 SINR 都随指向误差的变化而变化,并且波束域特征空间法随指向误差的变化变得比较大,而本文提出的波束域改进特征空间法的输出 SINR 随指向误差的变化不大,基本上保持不变,这是因为本文提出的改进算法能够很好地抑制指向误差带来的波束畸变。

实验4 SINR 随采样数的变化曲线仿真

图4给出了 $\text{SNR}=0\text{ dB}$ 、 $\text{INR}=20\text{ dB}$ 和指向误差为 5° 时,输出 SINR 随采样数的变化曲线。从图4中可以看出,波束域传统特征空间输出的 SINR 随采样数的变大而增大,当采样数大于 450 才趋于稳定,而本文改进的算法输出的 SINR 随采样数变化不大,基本上保持稳定,即本文提出的算法在比较小的采样时就能形成稳健的波束。

4 结束语

波束域稳健自适应波束实现研究的热点也是波束域自适应算法研究的主要内容。针对波束域的期望信号存在导向误差的情况,本文采用改进的旋转矢量法作为波束域自适应滤波器的线性约束条件。同时,由于相控阵的雷达阵元数巨大,采

用波束域特征空间法能够减少;由于要对全阵列的协方差矩阵进行特征分解,需要很大的计算量,本文提出了改进的波束域简化特征空间算法,利用波束域空间协方差矩阵逆的高阶次幂来逼近信号,无须对协方差矩阵进行特征值分解,减少了计算量,并把得到的权值投影到改进的波束域特征子空间,这样能够抑制导向向量存在指向误差对波束性能的影响,能够形成稳健的波束。实验仿真验证了本文算法的可行性。

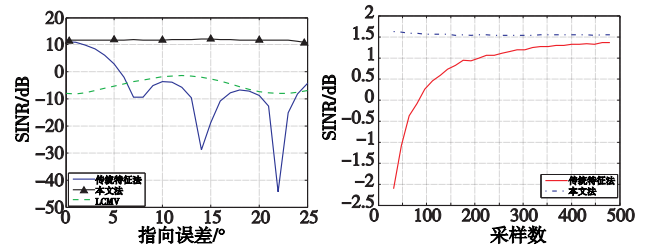


图3 输出 SINR 随指向误差的变化曲线

图4 存在 5° 指向误差时输出 SINR 随采样数的变化曲线

参考文献:

- [1] BIENVENU G, KOPP L. Decreasing high resolution method sensitivity by conventional beamformer processing [C]//Proc of IEEE ICASSP. [S. l.]: IEEE Press, 1984: 714-717.
- [2] 韩勇, 乔晓林, 金铭, 等. 基于 Toeplitz 矩阵的波束空间新算法[J]. 电波科学学报, 2009, 24(4): 667-671.
- [3] 曾浩, 刘玲, 杨士中. 基于对角负载的波束空间波束合成器[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(7): 1041-1044.
- [4] HU Hang, DENG Xin-hong. An improved LCMV method at subarray level [C]//Proc of IET International Conference on Wireless, Mobile and Multimedia Networks. 2006: 1-4.
- [5] 曾浩, 周国, 郑芳. 雷达阵列中前后向平滑协方差矩阵估计应用[J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(18): 227-230.
- [6] 游鸿, 黄建国, 徐贵民. 基于 MVDR 的阵列信号波束域预处理算法[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30(1): 64-67.
- [7] 曾浩, 刘玲, 杨士中. 基于对角负载的波束空间波束合成器[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(7): 1041-1044.
- [8] 郭金瑞, 朱德智, 代月花, 等. 波束域特征空间自适应波束形成算法[J]. 系统仿真学报, 2011, 23(1): 142-145.
- [9] 赵永波, 刘茂仓, 张守宏. 一种改进的基于特征空间自适应波束形成算法[J]. 电子学报, 2000, 28(6): 16-18.
- [10] HAIMOVICH A. The eigencanceler: adaptive radar by eigenanalysis methods [J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 1996, 32(2): 532-542.
- [11] HAIMOVICH A M, BAN-NESS Y. An eigenanalysis interference canceler [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1991, 39(1): 76-84.
- [12] ADAMS R N, HOROWITZ L L, SENNE K D. Adaptive main-beam nulling for narrow-beam antenna arrays [J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 1980, 16(4): 509-516.
- [13] SU Hong-tao, LIU Hong-wei, SHUI Peng-lang. Adaptive beamforming for nonstationary HF interference cancellation in skywave over-the-horizon radar [J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(1): 312-324.
- [14] ASTUDILLO R F, KOLOSSA D, ABAD A, et al. Integration of beamform and uncertainty-of-observation techniques for robust ASR in multi-source environments [J]. Computer Speech And Language, 2012, 27(3): 837-850.
- [15] CHOI Yang-ho. Robust adaptive beamforming method using principal eigenpairs with modification of PASTd [J]. Digital Signal Processing, 2013, 27(2): 595-600.
- [16] CHO S W, LEE J H. Efficient implementation of the capon beamforming using the Levenberg-Marquardt scheme for two dimensional AOA estimation [J]. Progress in Electromagnetics Research, 2013, 137(2): 29-34.