

基于聚类的多子群粒子群优化算法*

高 鹰^{1,2}, 谢胜利², 许若宁¹, 李朝晖¹

(1. 广州大学 计算机科学与技术系, 广东 广州 510405; 2. 华南理工大学 电子与信息学院, 广东 广州 510641)

摘 要: 在粒子群优化算法基础上, 提出了基于聚类的多子群粒子群优化算法。该算法在每次迭代过程中首先通过聚类方法把粒子群体分成若干个子群体, 然后粒子群中的粒子根据其个体极值和“子群”中的最优粒子更新自己的速度和位置值。这种处理增加了粒子之间的信息交换, 利用了更多粒子在迭代过程中的信息, 使算法的收敛性能更好。仿真结果表明, 该算法的性能优于粒子群优化算法。

关键词: 粒子群优化算法; 聚类; 子群

中图法分类号: TP301.6 文献标识码: A 文章编号: 1001-3695(2006)04-0040-02

A Multi Sub-population Particle Swarm Optimizer Based on Clustering

GAO Ying^{1,2}, XIE Sheng-li², XU Ruo-ning¹, LI Zhao-hui¹

(1. Dept. of Computer Science & Technology, Guangzhou University, Guangzhou Guangdong 510405, China; 2. College of Electronic & Information Engineering, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510641, China)

Abstract: On the basis of the particle swarm optimizer, A cluster-based particle swarm optimizer is proposed. In the proposed algorithm, the current particles is first divided into multi sub-population by clustering. Then, the current particles is updated by the personal best particle and gobal best particles in the sub-populations. The proposed algorithm exchanged and uses more particles' information, thus improves convergence performance. The experiment results demonstrate that the proposed algorithm is superior to original particle swarm optimization algorithm.

Key words: Particle Swarm Optimization; Clustering; Sub-population

受到人工生命的研究结果启发, Kennedy 和 Eberhart^[1, 2] 于 1995 年提出了粒子群优化算法。由于粒子群优化算法简单、容易实现, 因此粒子群优化算法一提出, 立刻引起了演化计算等领域的学者们的广泛关注, 在短短几年时间里出现大量的研究成果^[2~7], 并已广泛应用于函数优化、神经网络训练、模式分类、模糊系统控制以及其他的应用领域。本文在基本粒子群优化算法基础上, 提出了基于聚类的粒子群优化算法。

1 基本粒子群优化算法

粒子群优化算法最先由 Eberhart 博士和 Kennedy 博士在文献[1, 2] 中提出, 它是一种基于群体的具有全局寻优能力的优化工具。它通过迭代搜寻最优值, 系统初始化为一组随机解, 而粒子(潜在的解) 在解空间追随最优的粒子进行搜索。假设在一个 D 维的目标搜索空间中, 有 N 个粒子组成一个群体, 其中第 i 个粒子表示为一个 D 维的向量 $x_i, i = 1, 2, \dots, N$, 即第 i 个粒子在 D 维的搜索空间中的位置是 x_i 。每个粒子的位置就是一个潜在的解。将 x_i 带入一个目标函数就可以计算出其适应值, 根据适应值的大小衡量 x_i 的优劣。第 i 个粒子的“飞行”速度也是一个 D 维的向量, 记为 $v_i, i = 1, 2, \dots, N$ 。粒

子群优化算法采用下列公式对粒子操作:

$$v_i^{(t+1)} = v_i^{(t)} + c_1 r_1 (p_i^{(t)} - x_i^{(t)}) + c_2 r_2 (p_g^{(t)} - x_i^{(t)}) \tag{1}$$

$$x_i^{(t+1)} = x_i^{(t)} + v_i^{(t+1)} \tag{2}$$

其中, $p_i^{(t)} (i = 1, 2, \dots, N)$, 为第 i 个粒子迄今为止搜索到的最优位置, 用式(3) 更新:

$$p_i^{(t+1)} = \begin{cases} p_i^{(t)}, & f(x_i^{(t+1)}) \geq f(p_i^{(t)}) \\ x_i^{(t+1)}, & f(x_i^{(t+1)}) < f(p_i^{(t)}) \end{cases} \tag{3}$$

$p_g^{(t)}$ 为整个粒子群迄今为止搜索到的最优位置, 即 $p_g^{(t)} = \{ p_1^{(t)}, p_2^{(t)}, \dots, p_N^{(t)} | f(p_g^{(t)}) = \min \{ f(p_1^{(t)}), f(p_2^{(t)}), \dots, f(p_N^{(t)}) \} \}$ (4)

其中, 学习因子 c_1 和 c_2 是非负常数; r_1 和 r_2 是介于[0, 1] 之间的随机数。迭代中止条件根据具体问题一般选为最大迭代次数或(和) 粒子群迄今为止搜索到的最优位置满足预定最小适应阈值。

2 基于聚类的多子群粒子群优化算法

设 $G = \{ x_1, x_2, \dots, x_N \}$ 表示 N 个粒子 $x_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 组成的数据集, 被分为 K 个聚类区 $C_i (i = 1, 2, \dots, K)$, 记 $q_i (i = 1, 2, \dots, K)$ 为每个聚类区 $C_i (i = 1, 2, \dots, K)$ 中的粒子迄今为止搜索到的最优位置。我们采用下式对粒子群中的粒子进行更新:

$$v_i^{(t+1)} = v_i^{(t)} + c_0 r_0 (p_i^{(t)} - x_i^{(t)}) + \sum_{j=1}^K c_j r_j (q_j^{(t)} - x_i^{(t)}) \tag{5}$$

$$x_i^{(t+1)} = x_i^{(t)} + v_i^{(t+1)} \tag{6}$$

其中, 学习因子 $c_j (j = 0, 1, \dots, K)$ 是非负常数; $r_j (j = 0, 1, \dots, K)$ 是介于[0, 1] 之间的随机数。由此得基于聚类的粒子群优化算法步骤如下:

收稿日期: 2005-04-13; 修返日期: 2005-07-26
基金项目: 中国博士后科学基金资助项目(2003034062); 广东省自然科学基金博士科研启动基金(04300015); 广州市科技计划项目(2004J1-C0323); 广州市属高校科技计划资助项目(2055)

- (1) 随机产生 N 个粒子及其初始飞行速度的粒子群 $G = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, 确定学习因子 $c_j (j = 0, 1, \dots, K)$;
- (2) 根据聚类算法确定聚类区 $C_i (i = 1, 2, \dots, K)$;
- (3) 求出每个粒子迄今为止搜索到的最优位置 $p_i^{(t)} (i = 1, 2, \dots, N)$ 和每个聚类区 $C_i (i = 1, 2, \dots, K)$ 中的粒子迄今为止搜索到的最优位置 $q_i (i = 1, 2, \dots, K)$;
- (4) 采用式(5)、式(6)对粒子群中的粒子进行操作;
- (5) 若当前最优粒子不满足收敛条件, 则对当前粒子群重新进行聚类确定聚类区 $C_i (i = 1, 2, \dots, K)$, 转步骤(3); 否则迭代过程结束, 返回全局最优解。

与基本粒子群优化算法比较可知: 基于聚类的粒子群优化算法首先根据聚类算法把粒子群分为若干“子群”, 求出每一“子群”的最优位置 $q_i (i = 1, 2, \dots, K)$; 然后粒子群中的粒子根据其个体极值和每个“子群”中的最优位置 $q_i (i = 1, 2, \dots, K)$ 更新自己的速度和位置值。该算法通过对粒子群的聚类, 使粒子之间的信息得以交换, 并利用了更多粒子在迭代寻优过程中包含的信息, 算法的全局收敛性更强。基本粒子群优化算法仅为基于聚类的粒子群优化算法中聚类区个数 K 为 1 时的一个特例。将式(5)和式(6)整理可得:

$$v_i^{(t+1)} = v_i^{(t)} - (\sum_{j=0}^K c_j r_j) x_i^{(t)} + c_0 r_0 p_i^{(t)} + \sum_{j=1}^K c_j r_j q_j^{(t)} \tag{7}$$

$$x_i^{(t+1)} = v_i^{(t)} + (1 - \sum_{j=0}^K c_j r_j) x_i^{(t)} + c_0 r_0 p_i^{(t)} + \sum_{j=1}^K c_j r_j q_j^{(t)} \tag{8}$$

$$\text{即} \begin{bmatrix} v_i^{(t+1)} \\ x_i^{(t+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\varphi \\ 1 & 1-\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i^{(t)} \\ x_i^{(t)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_0 r_0 & c_1 r_1 & \dots & c_K r_K \\ c_0 r_0 & c_1 r_1 & \dots & c_K r_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_i^{(t)} \\ q_1^{(t)} \\ M \\ q_K^{(t)} \end{bmatrix} \tag{9}$$

$$\text{其中, } \varphi = \sum_{j=0}^K c_j r_j, \text{ 记 } A = \begin{bmatrix} 1 & -\varphi \\ 1 & 1-\varphi \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} c_0 r_0 & c_1 r_1 & \dots & c_K r_K \\ c_0 r_0 & c_1 r_1 & \dots & c_K r_K \end{bmatrix}$$

$$\text{则式(9) 变为} \begin{bmatrix} v_i^{(t+1)} \\ x_i^{(t+1)} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} v_i^{(t)} \\ x_i^{(t)} \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} p_i^{(t)} \\ q_1^{(t)} \\ M \\ q_K^{(t)} \end{bmatrix} \tag{10}$$

式(10) 即是一离散时间线性系统方程, 该系统方程稳定的充要条件是矩阵 A 的特征值的模均小于 1。矩阵 A 的特征值为

$$\lambda_{1,2} = \frac{2 - \varphi \pm \sqrt{(\varphi - 2)^2 - 4}}{2} \tag{11}$$

当 $|\varphi - 2| \geq 2$ 时, 其特征值为实值, 小于 1 意味着:

$$-2 < 2 - \varphi + \sqrt{(\varphi - 2)^2 - 4} < 2 \tag{12}$$

$$-2 < 2 - \varphi - \sqrt{(\varphi - 2)^2 - 4} < 2 \tag{13}$$

两式相加得 $-2 < 2 - \varphi < 2$, 这与 $|\varphi - 2| \geq 2$ 矛盾, 此时该系统方程不稳定。

当 $|\varphi - 2| < 2$ 时, 其特征值为两个复值, 其模小于 1 即

$$\sqrt{(2 - \varphi)^2 + (\varphi - 2)^2 - 4} / 2 = \sqrt{2(2 - \varphi)^2 - 4} / 2 < 2 \text{ 局势} \tag{14}$$

化简即 $0 < \varphi < 4$, 此时该系统方程稳定。

故, 当 $0 < \varphi < 4$ 时, 式(10) 描述的系统是渐进稳定的, 亦即基于聚类的粒子群优化算法收敛。

3 计算机模拟仿真比较

我们以求两个函数的最小值为例, 通过计算机仿真来说明基于聚类的粒子群优化算法的性能, 两个函数表达式如下:

- (1) $f_1(x_1, x_2) = 100(x_1^2 - x_2)^2 + (1 - x_1)^2$, $-2.048 \leq x_1, x_2 \leq 2.048$, 在 $[-2.048, 2.048]$ 区间内有一个全局最小值点 $(1, 1)$, 全局最小值为 0。
- (2) $f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = 1/4000(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2) - \cos(x_1)$

$\cos(x_2/\sqrt{2}) \cos(x_3/\sqrt{3}) \cos(x_4/\sqrt{4}) + 1$, $-600 \leq x_1, x_2, x_3, x_4 \leq 600$, 在 $[-600, 600]$ 区间内有一个全局最小值点 $(0, 0, 0, 0)$, 全局最小值为 0。

算法的初始化参数为粒子群规模 30, 聚类数目即 K 为 3, 学习因子 $c_0 = 0.5, c_1 = 0.5, c_2 = 0.5, c_3 = 0.5$ 。为评价算法的收敛性能, 进化次数设为 500, 连续运行 10 次所得函数全局最小值点的平均值和全局最小值的平均值作为算法的衡量指标。

图 1 和图 2 分别是函数 f_1 和 f_2 适应度值的对数(即每次进化所得全局最小值的对数)随进化次数变化的曲线图(10 次独立运行的平均), 每幅图中, 上面一条曲线对应于基本粒子群优化算法, 而下面一条曲线对应于基于聚类的粒子群优化算法。从图 1、图 2 中可以看出, 基于聚类的粒子群优化算法的收敛性能明显优于基本粒子群优化算法的收敛性能。

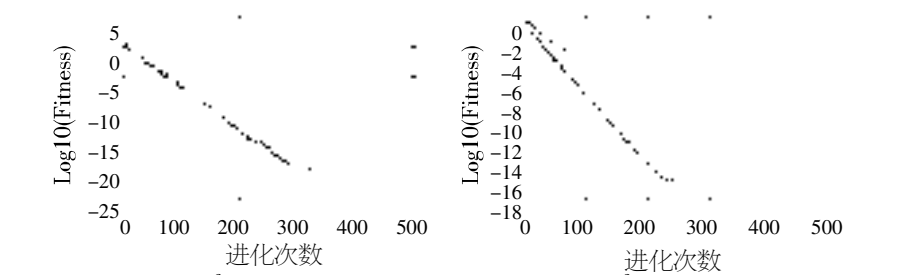


图 1 求函数 f_1 最小值的进化曲线 图 2 求函数 f_2 最小值的进化曲线

4 结论

本文在基本的粒子群优化算法基础上, 提出了基于聚类的粒子群优化算法。该算法是基本的粒子群优化算法的扩展, 它通过对粒子群的聚类, 使粒子之间的信息得以交换, 并利用了更多粒子在迭代寻优过程中包含的信息, 算法的全局收敛性更强。仿真结果表明该算法有良好的收敛性能。

参考文献:

[1] ennedy J, Eberhart R. Particle Swarm Optimization[C] . IEEE Int'l Conf. on Neural Networks, Perth, Australia, IEEE Service Center Piscataway NJ, 1995. 1942-1948.

[2] Eberhart R, Kennedy J. A New Optimizer Using Particle Swarm Theory [C] . Proc. of the 6th International Symposium on Micro Machine and Human Science, Nagoya, Japan: IEEE Service Center Piscataway NJ, 1995. 39-43.

[3] Shi Y, Eberhart R. A Modified Particle Swarm Optimizer[C] . IEEE World Congress on Computational Intelligence, Anchorage, USA: IEEE Press, 1998. 69-73.

[4] Shi Y, Eberhart R C. Fuzzy Adaptive Particle Swarm Optimization [C] . Proc. of the Congress on Evolutionary Computation, Seoul Korea: IEEE Press, 2001. 101-106.

[5] Lovbjerg M, Rasmussen T K, Krink T. Hybrid Particle Swarm Optimization with Breeding and Subpopulations[C] . Proc. of the 3rd Genetic and Evolutionary Computation Conference, San Francisco, USA: Morga Kaufmann Publishers, 2001. 469-476.

[6] Natsuki Higasshi, Hitoshi Iba. Particle Swarm Optimization with Gaussian Mutation[C] . Proc. of the Congress on Evolutionary Computation, Canbella, Australia: IEEE Press, 2003. 72-79.

[7] Van den Bergh F, Engelbrecht A P. Effects of Swarm Size Cooperative Particle Swarm Optimizers[C] . Proc. of the 3rd Genetic and Evolutionary Computation Conference, San Francisco, USA: Morga Kaufmann Publishers, 2001. 460-465.

作者简介:

高鹰(1963-), 男, 江苏吴江人, 教授, 博士, 主要研究方向为进化计算、自适应信号处理、盲信号处理等; 谢胜利(1958-), 男, 湖北荆州人, 教授, 博士, 主要研究方向为盲信号处理、非线性系统学习控制等; 许若宁(1956-), 男, 广东人, 教授, 硕士, 研究方向为模糊信息处理等; 李朝晖(1966-), 女, 湖南人, 副教授, 博士, 研究方向为图形图像处理等。