

# 基于学习字典的图像类推方法\*

李 民<sup>1a,2</sup>, 程 建<sup>1a,1b</sup>, 汤万琼<sup>2</sup>

(1. 电子科技大学 a. 地表空间信息技术研究所; b. 电子工程学院, 成都 611731; 2. 桂林空军学院 科研部, 广西 桂林 541003)

**摘 要:** 提出一种基于学习字典的图像类推方法, 较好地增强了图像类推的算法效率。先将样本图像对分块, 统一进行稀疏编码, 训练学习字典, 以建立它们之间的稀疏关联, 再将这种关联作为先验知识来指导图像类推。该方法主要有训练学习字典和类推重建两个过程。字典训练过程可离线实现, 提高了计算速度, 并且可实现大量样本的训练; 在类推重建过程中, 该方法将通用图像类推方法中的搜索、匹配过程转换为稀疏先验的线性优化问题, 显著提高了算法的计算效率。通过纹理数值化、风格化滤波等图像类推实验, 证明了方法是快速有效的。

**关键词:** 图像类推; 稀疏表示; 学习字典;  $l_1$  范数

中图分类号: TP391.4 文献标志码: A 文章编号: 1001-3695(2011)08-3171-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2011.08.103

## Image analogies method based on learned dictionary

LI Min<sup>1a,2</sup>, CHENG Jian<sup>1a,1b</sup>, TANG Wan-qiong<sup>2</sup>

(1. a. Institute of Geo-Spatial Information Science & Technology, b. School of Electronic Engineering, University of Electronic Science & Technology of China, Chengdu 611731, China; 2. Dept. of Scientific Research, Guilin Airforce Academy, Guilin Guangxi 541003, China)

**Abstract:** To improve the computational efficiency of image analogies, this paper presented a novel image analogies method based on learned dictionary. The method first segmented sample image pairs to patches, which were unified for sparse coding and training learned dictionary. Then built the sparse association between the patch pairs, and defined as a priori knowledge for image analogies. The method mainly included two processes: training learned dictionary and image analogies. The dictionary training process could be off-line achieved to improve the computation speed, accordingly realized numerous samples training. During image analogies process, this method used the linear optimization problem of sparse prior instead of searching and matching in general methods, and improved the computational efficiency remarkably. Experiments with texture-by-numbers, stylized filter, etc. show the high efficiency of our method.

**Key words:** image analogies; sparse representation; learned dictionary;  $l_1$ -norm

## 0 引言

类推是人类最常用的基本推理过程。人们通常都会在有意或无意间使用类推来解决问题, 解释各种现象, 甚至作出预测。French<sup>[1]</sup>详细分析了类推的三种数学模型, 即符号模型(symbolic model)、联结模型(connectionist model)和混合模型。其思想可以理解为: 如果知道  $B$  和  $B'$  之间的对应关系与  $A$  和  $A'$  间的关系类似, 就可以根据  $A$  和  $A'$  的关系, 从  $B$  推理出  $B'$ 。可表示为  $A:A'::B:B'$ 。

图像类推的思想最早是由 Hertzmann 等人<sup>[2]</sup>提出, 很好地解决了在数字艺术渲染中学习风格化滤波的问题。它们模拟了人的推理过程, 使用近似 MRF 模型, 定义相似性度量, 来度量样本图像对的两幅图像间和目标图像对的两幅图像间的相似程度。其算法思想来自于多分辨率纹理合成技术, 生成的图像细节较为精致, 在图像转换、风格化滤波等方面的应用具有较大优势。之后, 在图像彩色化<sup>[3]</sup>、图像分割<sup>[4]</sup>、图像压缩<sup>[5]</sup>、超分辨率<sup>[6]</sup>等方面也具有较好的发展。为提高图像类推的计

算速度, Bao 等人<sup>[7]</sup>提出的基于图像块纹理合成的类推算法应用了图割技术, 提高了计算速度。之后, 多数学者从提高纹理合成的计算速度的角度来增强图像类推的计算效率。然而此类算法在训练集的学习过程中, 搜索匹配算法的时间开销很大, 一般要求训练集不能选取过大, 计算效率较低。

鉴于稀疏表示理论在信号和图像处理中的优势, 为突破上述局限, 本文别辟新径, 突破以前方法的思路, 提出基于稀疏表示的图像类推方法。其基本思路是建立样本图像对之间的稀疏关联, 并将这种关联作为先验知识来指导图像类推。本文方法主要包括两个过程:

a) 字典训练阶段。该方法将样本图像  $A$  和  $A'$  的图像块对作为样本, 来训练学习字典, 相当于将它们之间的对应关系进行稀疏压缩, 能较好地表达样本的先验知识, 并且能实现大量样本的训练。本阶段可以离线实现, 提高了本文算法的计算效率。

b) 类推重建阶段。本文方法将通用图像类推算法中的匹配搜索方法转换为稀疏先验的线性估计问题, 进一步提高了图

收稿日期: 2011-01-11; 修回日期: 2011-02-19 基金项目: 中国博士后基金资助项目(20080441198); 电子科技大学青年科技基金重点资助项目(JX0804)

作者简介: 李民, 男, 山西运城人, 副教授, 博士, 主要研究方向为模式识别、图像处理(gllm126@163.com); 程建(1978-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为图像处理、模式识别、计算机视觉、多源遥感信息智能挖掘; 汤万琼(1964-), 男, 教授, 主要研究方向为检测技术与自动化装置。

像类推的计算速度。通过纹理数值化、风格化滤波等实验,本文方法均取得了较好的效果。

### 1 稀疏表示

近几年,基于过完备字典的稀疏表示理论得到快速发展,在信号和图像处理领域已取得相当多的研究成果<sup>[8,9]</sup>。其基本思想是假设自然信号  $x$  能被压缩表示,或者可由预定义的原子线性组合表示: $x = Da, D \in R^{M \times N}$ ,线性系数  $a$  是稀疏的(其大多数元素为零)。  $x$  的稀疏表示问题可以表示为<sup>[10]</sup>

$$\min \| a \|_p, \text{ s. t. } \| x - Da \|_2 \leq \varepsilon \quad (1)$$

其中: $\alpha$  为  $x$  的稀疏表示系数; $D = [d_1, d_2, \dots, d_N] \in R^{M \times N}$  ( $M < N$ ) 为过完备字典,由  $N$  个原子  $d_i$  组成; $\varepsilon$  为稀疏表示的误差阈值; $\| \cdot \|_p$  表示  $l_p$  向量范数, $p$  一般取  $\{0, 1\}$ 。

学者 Donoho<sup>[11]</sup> 已证明当足够稀疏的情况下,  $l_0$  和  $l_1$  范数可相互转换。上述模型也可采用正则化方法表示,通过参数  $\lambda$  平衡稀疏性和稀疏表示误差:

$$\min \| x - Da \|_2 + \lambda \| a \|_p \quad (2)$$

上述两种模型中最根本的问题是字典  $D$  的选择,通常有两种方法:a) 基于分析的方法。其中,字典是公式化的,它通过数学模型计算所得,结构性较好,并有快速数值计算方法。这类字典常用的有小波、曲线波 (curvelets)、轮廓波 (contourlets) 等,但这种字典结构一般是固定的,对不同类型的数据自适应能力较差。b) 基于学习的方法。它是近几年的研究热点,其字典是从一些样本中通过机器学习推理而来,一般称为学习字典 (learned dictionary)。这类字典自适应能力更强,能得到更精细的字典表示,具有更好的性能应用。本文正是采用这种字典。有关字典的细节内容请参考文献[12]。

### 2 图像类推算法

本文方法借鉴了基于稀疏编码的超分辨率算法<sup>[13]</sup> 的思路,将样本图像对统一进行稀疏编码,训练学习字典,建立它们之间的稀疏关联。主要步骤包括:将样本图像对 ( $A, A'$ ) 分块,统一训练学习字典 ( $D^A, D^{A'}$ ),保证每对图像块相对字典  $D^A$  和  $D^{A'}$ ,具有相同的稀疏表示系数;根据学习字典  $D^A$ ,计算输入图像块 ( $x_i$ ) 的稀疏表示 ( $a$ );再根据  $D^{A'}$  和  $a$ ,计算类推图像块  $x'_i = D^{A'} \cdot a$ 。

#### 2.1 字典学习

训练样本  $Y$  包含两部分: $A$  和  $A'$  的图像块对,即

$$Y = \begin{bmatrix} Y^{A'} \\ Y^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y'_{11}, \dots, y'_{1i}, \dots \\ y_1, \dots, y_i, \dots \end{bmatrix}$$

其中: $y'_i$  和  $y_i$  分别对应  $A'$  和  $A$  的图像块的向量表示,并且它们的空间位置相同。 $Y$  的稀疏表示问题就是训练过完备字典  $D$ ,并通过  $D$  来稀疏表示  $Y$ 。目标函数可表示为

$$\begin{cases} \min_{D^{A'}, Z^{A'}} \| Y^{A'} - D^{A'} Z^{A'} \|_2 + \lambda_1 \| Z^{A'} \|_1 \\ \min_{D^A, Z^A} \| Y^A - D^A Z^A \|_2 + \lambda_2 \| Z^A \|_1 \end{cases} \quad (3)$$

其中: $D^{A'}$  表示  $A'$  图像块集  $Y^{A'}$  训练的字典, $D^A$  表示  $A$  图像块集  $Y^A$  训练的字典。

然而,式(3)将  $Y^{A'}, Y^A$  分别进行稀疏表示,所训练的字典并不能表达  $A$  和  $A'$  的图像块对之间的关系。为保证它们具有

相同的稀疏表示系数,将  $Y^{A'}, Y^A$  统一进行稀疏编码,对式(3)进行改进,根据式(2),目标函数可表示为

$$\begin{aligned} & \min_{D^{A'}, D^A, Z} \frac{1}{N} \| Y^{A'} - D^{A'} Z \|_2 + \\ & \frac{1}{M} \| Y^A - D^A Z \|_2 + \lambda \| Z \|_1 \end{aligned} \quad (4)$$

其中: $N$  和  $M$  分别是  $A'$  和  $A$  的图像块对的向量表示方式的维数,它们作为式(4)中的系数是为了平衡  $A$  和  $A'$  的图像块尺度问题对整个编码框架的影响。式(4)可简化表示为

$$\begin{aligned} & \min_{D, Z} \| Y - DZ \|_2 + \lambda \| Z \|_1 \\ & Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{N}} Y^{A'} \\ \frac{1}{\sqrt{M}} Y^A \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{N}} D^{A'} \\ \frac{1}{\sqrt{M}} D^A \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

在信号和图像处理领域,式(5)的优化问题是近十年来的热点问题,其目的是通过样本  $Y$  来训练学习字典  $D$ 。常用算法有广义 PCA<sup>[14]</sup>、MOD (method of optimal directions)<sup>[15]</sup>、K-SVD<sup>[16]</sup> 等。

#### 2.2 类推重建

将输入图像  $B$  分块。给定学习字典  $D^{A'}$  和  $D^A$ ,  $B$  的图像块  $x_i$  的稀疏编码问题可定义为:

$$\begin{aligned} & \min_{\alpha_i} \| \alpha_i \|_0 \\ & \text{ s. t. } \| x_i - D^A \alpha_i \|_2 \leq \varepsilon \end{aligned} \quad (6)$$

式(6)将  $B$  的图像块逐个进行稀疏编码,并未考虑当前图像块与其位置对应的  $B'$  中已类推区域之间的关联性,在图像块间会出现明显的跳跃边界。采用与文献[17]类似的方法,将图像  $B$  分块,块间保留一定像素的重叠,从左到右,从上至下,逐块进行处理。对式(6)进行改进,将  $B$  的当前图像块  $x_i$  及  $B'$  中的重叠区域数据(待类推图像块  $x'_i$  与其周围的重叠区域数据)统一进行稀疏编码,并保证它们具有相同的稀疏表示系数  $\alpha_i$ 。

$$\begin{aligned} & \min_{\alpha_i} \| \alpha_i \|_0 \\ & \text{ s. t. } \| x_i - D^A \alpha_i \|_2 \leq \varepsilon_1 \\ & \| P x'_i - P D^{A'} \alpha_i \|_2 \leq \varepsilon_2 \end{aligned} \quad (7)$$

其中: $P$  用于提取待类推图像块  $x'_i$  与其周围的重叠区域。式(7)可简化为

$$\begin{aligned} & \min_{\alpha} \| \alpha \|_0 \\ & \text{ s. t. } \| x - D \alpha \|_2 \leq \varepsilon \\ & x = \begin{bmatrix} x_i \\ P x'_i \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} D^A \\ P D^{A'} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

根据式(2)(8)的  $l_0$  范数可以转换为  $l_1$  范数的凸优化问题:

$$\min_{\alpha} \| x - D \alpha \|_2 + \lambda \| \alpha \|_1 \quad (9)$$

根据上式计算所得稀疏表示  $\alpha$  及字典  $D^{A'}$ ,来估计  $x_i$  对应的类推图像块  $x'_i$ :

$$x'_i = D^{A'} \cdot \alpha \quad (10)$$

式(9)(10)隐含了一个重要的假设:图像块对  $x'_i$  和  $x_i$  具有相同的稀疏表示系数,这个要求与 Yang 等人<sup>[13]</sup> 的稀疏编码的超分辨率方法类似。由式(5)分析,在字典训练过程中,将  $A$  和  $A'$  的图像块对放在同一个框架下进行稀疏编码,来训练学习字典  $D^A$  和  $D^{A'}$ ,并且它们具有相同的稀疏表示系数。同理,

在这种同一个稀疏表示框架下,待处理图像块  $x'_i$  和其对应的类推图像块  $x_i$  也具有相同的稀疏表示系数。

### 2.3 图像特征

在图像块的处理过程中,本文选择图像块的特征而非原始图像数据块。从视觉角度分析,人类对图像中的高频信息非常敏感,通常选择高频信息作为图像特征。本文选择一阶和二阶梯度作为  $A$  和  $B$  的特征信息,四个用于提取图像梯度信号的滤波器定义为<sup>[13]</sup>

$$\begin{aligned} f_{11} &= [-1, 0, 1], f_{12} = f_{11}^T \\ f_{21} &= [1, 0, -1], f_{22} = f_{21}^T \end{aligned} \quad (11)$$

参考文献[17]的方法,本文将  $A'$  与  $A$  的差值,  $B'$  与  $B$  的差值分别作为  $A'$  和  $B'$  的特征。字典训练过程中,为保证  $A$  和  $A'$  图像特征块对具有相同的稀疏表示系数,本文将它们展开成一个向量信号作为一个训练样本,如图 1 所示。

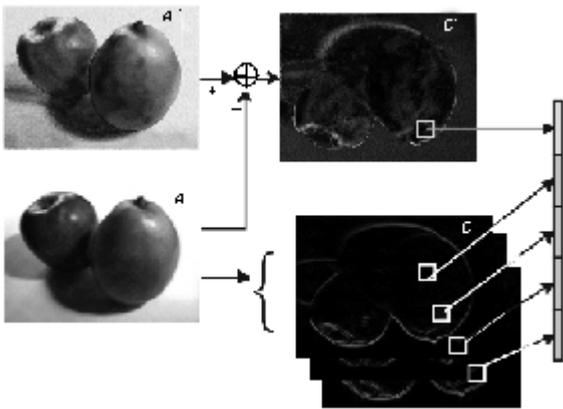


图 1 训练样本的组成( $C, C'$ 分别是  $A$  和  $A'$  的特征图)

### 3 实验

本章通过多项实验,来验证本文算法的计算效率。选择图像块大小为  $5 \times 5$ ,并保留一个像素的重叠。为提高字典学习和稀疏编码数值算法的稳定性,在处理之前,每个图像块进行平均化、归一化处理,之后再还原。对彩色图像,将其图像块的三个通道展开并合并为一个向量信号,字典大小(彩色图像块组成的 1 个训练样本向量的长度: $5 \times 5 \times 4 \times 3 + 5 \times 5 \times 3 = 375$ ,通常字典大小取其 4 倍左右。)取 1 500。式(5)的字典训练优化方法选择在线字典学习算法<sup>[18]</sup>(<http://www.di.ens.fr/willow/SPAMS/>)。式(9)的稀疏编码选用 Lee 等人的快速算法<sup>[19]</sup>(<http://www.stanford.edu/~hllee/software/nips06-sparsecoding.htm>)。式(5)和(9)中参数  $\lambda = 0.01$ 。图 2 显示风格化滤波的类推效果。

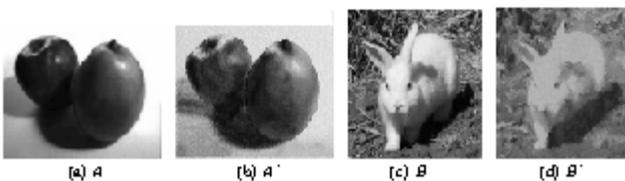


图 2 风格化类推

图 2 风格化类推

整个图像类推过程只运行了 18 s,而经典的图像类推算法<sup>[2]</sup>(<http://www.mrl.nyu.edu/projects/image-analogies/lf/>)需要 10 min,可见,本文算法的计算效率极高。理论上分析,本文方法相当于将  $A$  和  $A'$  之间的对应关系进行稀疏压缩表示,并

且可离散实现;将通用的图像类推算法中匹配搜索过程转换为线性稀疏编码优化问题,从而增强了计算效率;本算法是基于图像块的迭代过程,相对于逐个像素进行迭代的通用图像类推算法,进一步提高了计算效率。

图 3 显示纹理数值化的类推实验效果。由于  $A$  和  $B$  一般具有大面积的单纯色彩,如果采用 2.3 节的方法,提取其大部分图像块的特征值为零值。本实验直接采用图像的原始图像块数据用于字典学习和稀疏编码。字典大小取 450。为训练更有效的学习字典,本文将每个样本图像块进行  $\pm 90^\circ$  和  $180^\circ$  旋转后也参与字典训练



图 3 纹理数值化

图 3 纹理数值化

图 4 显示 2 倍超分辨率的类推实验效果。本实验采用两对样本图像参与字典训练。首先将  $A$  和  $B$  图像放大,分别与  $A'$  和  $B'$  尺度相同,有利于图像块对的位置匹配。



图 4 2 倍超分辨率类推

图 4 2 倍超分辨率类推

### 4 结束语

本文通过基于学习的稀疏优化问题,建立图像类推的方法模型,提出基于学习字典的图像类推方法,较好地改善了图像类推算法的计算效率。本文从训练字典和类推重建两个过程对算法进行了详细表述。基本思路是将样本图像  $A$  和  $A'$  的图像块对进行稀疏编码,建立它们之间的稀疏关联,并将这种关联作为一种先验知识来指导图像类推。训练字典目的是将  $A$  和  $A'$  之间的关系压缩表示,训练学习字典,建立它们之间的稀疏关联。这个过程可离线实现,从而减少计算时间。类推重建过程是将训练的学习字典作为先验知识的表达方式,将通用类推算法中的匹配搜索过程转换为线性稀疏编码优化问题,提高了计算效率。通过风格化类推、纹理数值化和超分辨率类推实验,证明了本文算法是快速有效的。尽管如此,本文也有可改进之处:如何减小图像块大小、字典大小、正则化参数等经验参数对算法的影响。鉴于本文算法快速有效,将其扩展应用到视频等多帧图像的类推将是下一步的研究重点。

#### 参考文献:

[1] FRENCH R M. The computational modeling of analogy-making[J]. Trends in Cognitive Sciences, 2002, 6(5): 200-205.  
[2] HERTZMANN A, JACOBS C E, OLIVER N, et al. Image analogies [C]//Proc of the 28th Annual Conference on Computer Graphics. New York: ACM Press, 2001: 327-340.  
[3] WELSH T, ASHIKHMIN M, MUELLER K. Transferring color to grey-scale images[J]. ACM Trans on Graphics. 2002, 21(3): 277-280.

似的标注词,在此基础上构建叙词对集,在寻找后续标注词的过程中,分为两个方面的综合:a)基于内容的图像检索,求解出在低层视觉特征上示例图像与图像库中的图像的相似度;b)通过叙词查询,找到在语义层次上示例图像和图像库中图像的语义相似度,最后通过视觉和语义层次两方面的综合考虑来得到最为相似的标注词组。通过本文所提出的方法,减化了图像参考标注的生成过程,将标注词的关系嵌入到图像自动标注的第一个阶段,将两个阶段的图像自动标注框架转换为一个标注过程的标注框架,从而提出了一种适合于图像自动标注的全新框架,并在这个全新的框架下,首次将叙词查询的技术运用到图像自动标注过程中。

表4 图像标注结果

image			
ground truth	cars prototype tracks turn	canyon valley sand	castle mountain Scotland water tree
MBRM	cars tracks turn prototype formula	sand valley canyon rocks hills	mountain water Scotland village river
proposed	cars prototype turn tracks grass	sand canyon valley rocks hills	mountain Scotland water river tree

## 参考文献:

- [1] 王斌. 图像检索中自动标注与快速相似搜索技术研究[D]. 合肥: 中国科技大学, 2007.
- [2] SUN J J, CHENG Y, DING Q, *et al.* Information retrieval[M]. Beijing: Science Press, 2004.
- [3] 盛秋艳, 刘群. 一种基于本体的叙词语义描述方法[J]. 情报科学, 2007, 25(9): 1415-1418.
- [4] 戴剑波. 叙词在网络环境中的应用[J]. 情报科学, 2004, 22(4): 502-505.
- [5] JIN Y H, KHAN L, WANG Lei, *et al.* Image annotations by combining multiple evidence & wordnet[C]//Proc of the 13th Annual ACM International Conference on Multimedia. New York: ACM Press, 2005: 706-715.
- [6] WANG Chang-hu, JING Feng, ZHANG Lei, *et al.* Image annotation refinement using random walk with restarts[C]//Proc of ACM International Conference on Multimedia. New York: ACM Press, 2006: 647-650.
- [7] WANG Yang, MEI Tao, GONG Shao-gang. Combining global, regional and contextual features for automatic image annotation[J]. Pattern Recognition, 2009, 42(2): 259-266.
- [8] 王斌, 俞能海. 一种针对大规模网络图像的自动标注改善算法[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(2): 270-274.
- [9] 章毓晋. 基于内容的视觉信息检索[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [10] BINCENT L, SOILLE P. Watersheds in digital spaces: an efficient algorithm based on immersion simulations[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1991, 13(6): 583-598.
- [11] KANUNGO T, MOUNT D M, NETANYAHU N S, *et al.* A local search approximation algorithm for K-means clustering[C]//Proc of the 18th Annual ACM Symposium on Computational Geometry. New York: ACM Press, 2003: 1-25.
- [12] TUAN D P. Image segmentation using probabilistic fuzzy C-means clustering[C]//Proc of International Conference on Image Processing, 2001: 722-725.
- [13] SHI Jian-bo, MALIK J. Normalized cuts and image segmentation[C]//Proc of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington DC: IEEE Computer Society, 1997: 731-737.
- [14] SHI Jian-bo, MALIK J. Normalized cuts and image segmentation[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(8): 888-905.
- [15] LACKEY J B, COLAGROSSO M D. Supervised segmentation of visible human data with image analogies[C]//Proc of International Conference on Artificial Intelligence. 2004: 843-847.
- [16] DREMEAU A, HERZET C, GUILLEMOT C, *et al.* Anisotropic multi-scale sparse learned bases for image compression[C]//Proc of SPIE Electronic Imaging Conference on Visual Information Processing and Communication. San Jose, California: SPIE, 2010: 754304. 1-754304. 8.
- [17] 古元亭, 吴恩华. 基于图像类推的超分辨率技术[J]. 软件学报, 2008, 19(4): 851-860.
- [18] BAO P, MA Xiao-hu. Texturing and line art rendering using patch-based image analogies[C]//Proc of IEEE Workshop on Multimedia Signal Processing. Virgin Islands: IEEE Press, 2002: 142-148.
- [19] WRIGHT J, YI M, MAIRAL J, *et al.* Sparse representation for computer vision and pattern recognition[J]. Proceedings of the IEEE, 2010, 98(6): 1031-1044.
- [20] 陈新武, 朱玉香. 数字图像的固定基稀疏表示方法[J]. 计算机应用研究, 2009, 26(1): 364-365.
- [21] TROPP J A, WRIGHT S J. Computational methods for sparse solution of linear inverse problems[J]. Proceedings of the IEEE: Special Issue on Applications of Sparse Representation and Compressive Sensing, 2010, 98(6): 948-958.
- [22] DONOHO D L. For most large underdetermined systems of equations, the minimal  $l^1$ -norm near-solution approximates the sparsest near-solution[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 2006, 59(7): 907-934.
- [23] RUBINSTEIN R, BRUCKSTEIN A M, ELAD M. Dictionaries for sparse representation modeling[J]. Proceedings of the IEEE: Special Issue on Applications of Sparse Representation and Compressive Sensing, 2010, 98(6): 1045-1057.
- [24] YANG J, WRIGHT J, HUANG T, *et al.* Image super-resolution via sparse representation[J]. IEEE Trans on Image Processing, 2010, 19(11): 2861-2873.
- [25] VIDAL R, MA Y, SASTRY S. Generalized principal component analysis(GPCA)[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2005, 27(12): 1945-1959.
- [26] ENGAN K, AASE S O, HUSEY J H. Method of optimal directions for frame design[C]//Proc of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Phoenix, Arizona: IEEE Press, 1999: 2443-2446.
- [27] AHARON M, ELAD M, BRUCKSTEIN A. K-SVD: an algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation[J]. IEEE Trans on Image Processing, 2006, 15(11): 4311-4322.
- [28] FREEMAN W T, JONES T R, PASZTOR E C. Example-based super-resolution[J]. IEEE Computer Graphics and Applications, 2002, 22(2): 56-65.
- [29] MAIRAL J, BACH F, PONCE J, *et al.* Online dictionary learning for sparse coding[C]//Proc of International Conference on Machine Learning. Montreal, Quebec: ACM Press, 2009: 689-696.
- [30] LEE H, BATTLE A, RAINA R, *et al.* Efficient sparse coding algorithms[C]//Advances in Neural Information Processing Systems. [S. l.]: Citeseer, 2006: 801-808.

(上接第3173页)