

复小波域维纳滤波与偏微分扩散相结合的图像去噪方法

张 瞳 朱 虹 张 然 沈 憧 杨向波

(西安理工大学自动化与信息工程学院, 西安 710048)

摘 要 针对图像噪声的去除, 提出了一种基于复数小波域上的多方向窗维纳滤波与偏微分方程保持边缘细节相结合的方法。针对小波域维纳滤波的方向性差, 去噪后图像容易产生哑铃效应, 该方法首先进行双树复数小波变换, 集中 6 个方向上的图像信号能量, 之后, 再在该 6 个方向上进行方向维纳滤波, 对图像进行初步去噪, 再以此引导偏微分方程中的扩散函数, 实现各项异性进行扩散, 最大限度地保持在保持图像细节的同时, 去除噪声。实验结果表明, 该方法的峰值信噪比, 以及视觉质量都较复小波去噪或各项异性非线性扩散去噪方法有明显的改善。

关键词 双树复数小波 方向窗维纳滤波 偏微分方程 扩散函数 图像去噪

中图法分类号: TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2009)05-848-05

Based on the Dual-tree Complex Wavelet with 6 Directional Wiener Filter Combine Partial Differential Equation in Image Denoising

ZHANG Tong, ZHU Hong, ZHANG Ran, SHEN Chong, YANG Xiang-bo

(Automated Institute Xi'an University of Technology, Xi'an 710048)

Abstract A new image denoising method based on Dual-tree complex wavelet combining partial differential equation in image denoising is presented. Image denoising with Wiener filter can not keep the edges of the image well enough due to the lack of directional ability in common tensor wavelet transform. Authors use the complex wavelet which has stronger directional ability and locally 6 directional Wiener filter to get a "clearer image", then use "clearer image" guidance the diffusion function of partial differential equation to reduce noise in the image. Results of experiment show: the recovered images have higher PSNR and better visual quality than DTCW and PDE.

Keywords dual-tree complex wavelet, directional wiener filtering, partial differential equation, diffusion function, image denoising

1 引 言

图像去噪是图像恢复领域较早研究的内容之一, 近几年在图像去噪方面出现了两大发展主流: 一是基于小波理论的图像去噪, 二是基于偏微分方程图像处理的去噪。其目的是控制在去噪过程中, 对噪声点扩散的同时尽可能地保持图像中非噪声

细节。

在偏微分方程的应用中, 1990 年 Perona 和 Malik 将热传导方程推广到非线性领域, 提出了 PM 模型^[1]。1992 年 Alvarez, Loons, Morel 对 PM 模型进行了改进, 提出了 ALM 模型^[2]。这些模型通过一个边缘检测函数来控制扩散。但由于图像中景物纹理细节的复杂性, 该模型无法理想地描述出来, 因此, 对一些图像会出现图像细节被磨光, 或者噪声滤除

收稿日期: 2007-06-20; 改回日期: 2007-12-27

第一作者简介: 张 瞳 (1981 ~), 男。西安理工大学模式识别与智能系统专业硕士研究生。主要研究方向为图像恢复。

E-mail: beijiazhuang15@sohu.com

效果不是很好的现象。

基于小波的去噪方法主要有阈值法^[3]和基于空间自适应统计模型的方法^[4],其构造去噪滤波器的核心方法,是将图像的能量进行集中,在集中的能量带中对噪声进行判断,并对其进行滤除。

由于一般的小波分解,只能将能量集中在水平,垂直,对角 3 个方向上,双树复数小波变换^[5](DCWT),能够获得 6 个方向上的能量集中,相对来说,对细节的方向描述可更加详细。但由于能量集中的方向有限性,使得图像细节与噪声所在能量带的区分,无法达到理想的程度,由此,在去噪过程中也会使图像的细节得到一定程度的破坏,因而影响到图像的去噪效果。

针对以上问题,通过将复数小波域方向窗的维纳滤波方法与改进的 ALM 模型相结合,提出了一种新的去噪方法,用以改善图像的去噪效果。

2 复数小波域上的维纳滤波

2.1 双树复数小波分解变换

图 1 是双树复数小波的分解示意图,树 a 的叠加滤波器组表示复数小波变换的实部,树 b 的叠加滤波器组表示复数小波变换的虚部。与共轭正交滤波器对 $h_0(n), h_1(n)$ 对应的实数值尺度函数为 $\varphi_h(t)$,小波函数为 $\psi_h(t)$,与共轭积分滤波器对 $g_0(n), g_1(n)$ 相对应的实数值尺度函数为 $\varphi_g(t)$,小波函数为 $\psi_g(t)$ 。 $\downarrow 2$ 为采样间隔。

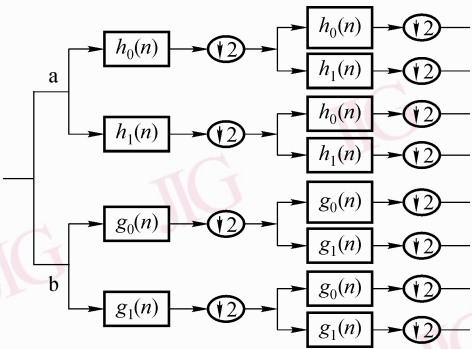


图 1 DCWT 变换示意图
Fig. 1 The DCWT analysis figure

对于 2 维双树复数小波变换 $\psi(x, y) = \psi(y)\psi(x)$,若 $\psi(t)$ 是复数,则

$$\psi(x, y) = \psi_h(x)\psi_h(y) - \psi_g(x)\psi_g(y) + i[\psi_g(x)\psi_h(y) + \psi_h(x)\psi_g(y)] \quad (1)$$

选定文献[6]中的 Q-shift10/10 小波滤波器。由 2 维双树复数小波变换的分解步骤可以看出,每一级分解出两个低频部分的同时可得到 6 个高频的细节部分。且无论分解有多深,其总体冗余都为 4:1,每一级中 6 个高频细节部分对应了图 2 中 6 个不同方向的信息。由于比 2 维实数小波变换多了 3 个方向,复数小波的强方向性可以更有效地保留图像的边缘信息。

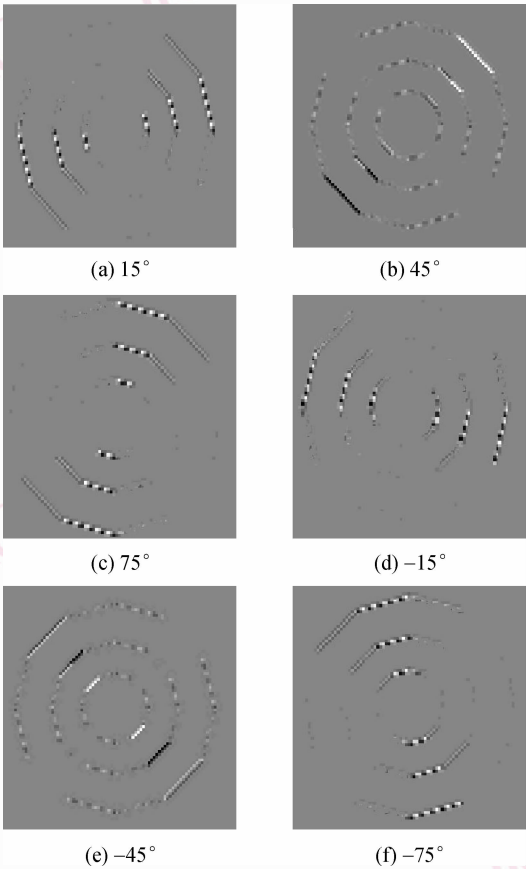


图 2 DCWT 提取的 6 方向图
Fig. 2 The 6 high frequency oriented subband

2.2 复数小波域上的维纳滤波

将原始的带噪图像进行双树复数小波变换之后,再在基于复数小波域上进行维纳滤波,利用最大似然估计和最大后验估计在方窗内估计真实信号的局部能量,然后对高频系数再做维纳滤波得到信号的线性最小均方差估计。

在去噪时,在小波域中都有一个假设条件,即复数小波域上的 6 个子带方向的能量分布都是各向同性的。其实这个假设是不成立的,即能量在 6 个子带上的分布也是沿着 6 个方向分布的。因此,如果再用一般的矩形窗来对方差进行估计是不准确的,

对于边缘和纹理得不到很好的保护。因此采用如图 3 所示的 6 个方向窗,对 6 个方向上的小波分量,分别进行维纳滤波。

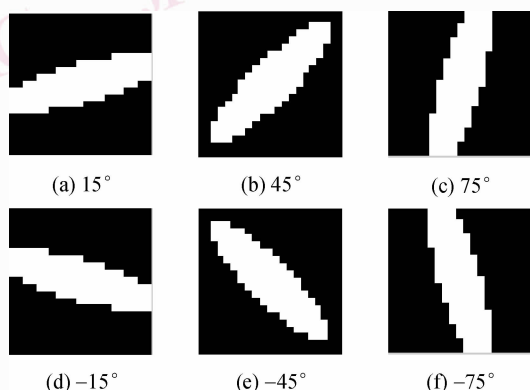


图 3 对 6 个方向进行滤波的方向窗

Fig. 3 The 6 directional windows

3 ALM 模型与小波域滤波的结合

ALM 模型可描述如下:

$$\begin{cases} \frac{\partial u(x, y, t)}{\partial t} = g(|G_0 * \nabla u|) |\nabla u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) \\ u(x, y, 0) = u_0(x, y) \\ t \in [0, T] \end{cases} \quad (2)$$

在 ALM 模型中,仅靠梯度信息来决定扩散速度显然是不够的,因为角点与线条边缘点的梯度模值差别不大。这使得角点也按照边缘点的方式平滑,所以使得图像细节被磨光等。

通过对以上两类方法的分析,结合复数小波去噪方法,对由式(2)给出的模型改进如下:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = g(|\nabla(\nabla u^*)|) \left(h(|\nabla u|) |\nabla u| \operatorname{div} \frac{\nabla u}{|\nabla u|} + (1 - h(|\nabla u|)) \Delta u \right) \\ u(x, y, 0) = u_0(x, y) \end{cases} \quad (3)$$

式中, u 为初始的灰度图像; $u(x, y, t)$ 为在时间 t 时的图像; $g(s)$ 为非增实函数,当 $s \rightarrow \infty$ 时, $g(s) \rightarrow 0$ 。 $h(s_0)$ 为光滑非降函数,当 $s_0 > aE$ 时, $h(s_0) = 1$; 当 $s_0 < E$ 时, $h(s_0) = 0$ 。 a 为大于 1 的常数, E 为常数。

模型中的 $|\nabla u| \operatorname{div} \frac{\nabla u}{|\nabla u|}$ 使图像只在与梯度正交的方向扩散,在梯度方向不进行扩散。

模型中的 $g(|\nabla(\nabla u^*)|)$ 控制扩散的速度,在点 x 的邻域,如果它的梯度模有较大的平均值,则扩散速度较慢;反之,较快。当 (x, y) 邻域内的灰度变化较小时,虽然式(3)的扩散速度较大,但它仅是沿着与梯度正交的方向扩散,使得扩散效率较低。

在式(3)的改进模型中,

$$u^* = (1 - \lambda(t)) \hat{u} + \lambda(t) u, \hat{u} = T(u_0) \quad (4)$$

T 表示加方向窗^[7]的复数小波域阈值维纳滤波^[8]去噪。

根据图像去噪的一般原则,式(3)中的函数 $g(\cdot)$ 应该具备以下两个性质:

- (1) $g(\cdot)$ 是单调下降函数。
- (2) $g(0) = 1, g(x) = 0 (x \rightarrow +\infty)$ 。

通常情况下, $g_k(x) = \left(1 + \frac{x}{k}\right)^{-1}$ 。在图像内部,函数 $g(\cdot) \rightarrow 1$,因此模型第 2 项趋于 0,则在图像内部充分地光滑图像。在图像的边缘,函数 $g(\cdot) \rightarrow 0$,模型的第 1 项趋于 0,即在图像的边缘不进行光滑,同时第 2 项使得变化后图像尽可能地接近原图像,这样就很好地保持了边缘。

但因为 $g(\cdot)$ 与时间无关,故光滑的效果仍不是很理想。对 $g(\cdot)$ 函数进行以下改进:

$$g(x, t) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x}{k(t)}\right)^2}$$

式中, $k(t) = \frac{1}{\varepsilon + \alpha t}$, ε, α 分别为常数。

在上述方程中,梯度的阈值 $k(t)$ 随着时间的增加递减,所以原图中只有被光滑处理过的点才能被进一步光滑,而初始时刻没有被光滑过的点则不会被处理。用上述的 $g(x, t)$ 来代替原来的 $g(\cdot)$,可以提高扩散的效率,使得扩散速度大大提高。

在选择了 $g(x, t)$ 后,对 $u^* = (1 - \lambda(t)) \hat{u} + \lambda(t) u$ 中的 $\lambda(t)$ 做出如下的分析:在扩散初始阶段, u 中含有较多噪声,而 $\hat{u} = T(u_0)$ 是经过复数小波去噪后的图像,较接近原始图像,因此 $\hat{u}$ 应起主要作用, $\lambda(t)$ 约为 1;当扩散进行一段时间后,扩散得到的 u 也比较接近于真实图像,此时 u 与 $\hat{u}$ 的作用应比较均衡,大约相等。

4 实验结果与分析

为了验证本文方法的有效性,对国际标准测试图 Lena 图像 ($512 \times 512, 8 \text{ bits/pixel}$),加入不同方差下的噪声进行了去噪比较实验。如图 4 所示,是对其加入了标准差为 $\sigma = 35$ 的噪声时得到的实验结果,分别采用了 ALM 模型方法(图 4(c)),在复数



图 4 去噪效果比较实验示例

Fig. 4 The comparing experiment of denoising image

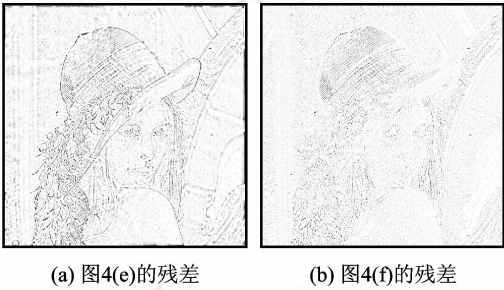


图 5 去噪后的残差信息

Fig. 5 Residual information of denoising image

小波变换域上采用 7×7 方窗滤波(图 4(d)),采用图 3 给出的复数小波变换域上 6 个方向的窗滤波(图 4(e)),以及本文方法滤波(图 4(f))的去噪比较实验。从视觉效果来看,本文方法对噪声的去除效果,以及对图像细节的保持效果都是最理想的。

图 5 给出了该组比较实验图中,效果比较好的图 4(e)、(f)与原图的残差图像(为显示方便起见,对图像进行了反色),可以看到,如果只采用复数小波域上的维纳滤波,被破坏的图像细节明显比较多。计算得到两个残差图像 f_{e_1} (图 5(a))和 f_{e_2} (图 5(b))的均值与标准差分别为 $\mu(f_{e_1}) = 9.1359, \sigma(f_{e_1}) = 4.9801, \mu(f_{e_2}) = 7.0666, \sigma(f_{e_2}) = 2.9124$,如果图像的噪声完全滤除干净,并且细节保持完整的理想情况,残差图像的均值应该为 0,标准差也应该为 0。所以残差的均值大,方差大,则表明损失的细节,以及去噪的效果不理想。

表 1 给出了对 Lena 图分别加入标准差为 15, 20, 25 的 Gauss 噪声时,所得到的 SNR(信噪比), PSNR(峰值信噪比), MSE(均方误差)3 个评价指标的比较结果。可以看到,本文方法在 3 个评价指标方面均优于其他 3 种对比方法。

表 1 3 种消噪方法的 SNR, PSNR, MSE 比较
Tab. 1 The comparing four methods of SNR, PSNR, MSE

方法	$\sigma = 15$			$\sigma = 20$			$\sigma = 25$		
	SNR	PSNR	MSE	SNR	PSNR	MSE	SNR	PSNR	MSE
ALM 模型方法	21.6	29.3	56.5	22.6	27.5	81.8	21.6	26.3	95.8
DCWT 维纳滤波	25.6	30.5	48.1	24.7	28.2	60.9	21.8	28.4	79.8
DCWT 6 方向维纳滤波	26.4	31.2	45.3	25.5	29.8	59.5	22.5	29.8	75.8
本文方法	27.2	33.2	36.3	26.9	31.5	46.9	24.0	30.9	63.5

注:实验用图为 Lena 图像。

5 结 论

针对图像噪声的滤除问题,为了在消除噪声的同时,最大程度地保持图像的细节信息,提出了一种利用双树复数小波域的六方向窗下的维纳滤波和偏微分方程模型相结合的去噪方法,充分利用了小波域上的能量集中特性滤除噪声。同时,利用了偏微分方程的边界检测特性,控制能量的扩散方向以及扩散速度,以保证最大程度地保持图像的细节信息不被破坏。实验结果表明,该方法的效果比较理想。

参考文献 (References)

1 Perona P, Malik J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(7): 629-639.

2 Alvarez L, Lions P L, Morel J M. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion [J]. SIAM, J-Numerical Analysis,

1992, 29(3): 845-866.

3 Donoho D L, Johnstone I M. Threshold selection for wavelet shrinkage of noisy data [A]. In: Proceedings of 16th Annual International Conference of the IEEE [C], Piscataway, N J, USA, 1994, (1): 24-25.

4 Li X, Orchard M T. Spatially adaptive image denoising under overcomplete expansion [A]. In: Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing [C], Vancouver BC, Canada 2000: 300-303.

5 Kingsbury N G. Image processing with complex wavelet [J]. Philosophical Transactions of the Royal Society, 1999, 357(9): 543-560.

6 Kingsbury N G. Complex wavelets for shift invariant analysis and filtering of signals [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2001, 10(3): 234-253.

7 Shui Peng-lang. Image denoising algorithm via doubly local wiener filtering with directional windows in wavelet domain [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2005, 12(10): 681-684.

8 Kazubek M. Wavelet domain image denoising by thresholding and wiener filtering [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2003, 10(11): 324-326.