

一种新的摄像机线性标定方法

张艳珍 欧宗瑛

(大连理工大学机械工程学院 CAD&CG 研究所, 大连 116024)

摘要 计算机视觉中,在对景物进行定量分析或对物体进行精确定位时,都需要进行摄像机标定,即准确确定摄像机的内部参数和外部参数,因此寻找新的快速有效的摄像机标定计算方法是计算机视觉应用中的一个重要问题.为了快速有效地进行摄像机的标定,并针对常用的带有一阶径向畸变的摄像机模型,提出了一种线性求解摄像机参数的标定方法.它可分步标定各参数,且全部采用线性方法求解,从而避免了非线性优化中的不稳定性,使得算法更为实用,简单快捷.实验结果表明,该方法具有较高的标定精度,是一种实用的标定方法.

关键词 摄像机标定 径向畸变 计算机视觉

中图分类号: TP242 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2001)08-0727-05

A New Linear Approach for Camera Calibration

ZHANG Yan-zhen, OU Zong-ying

(CAD&CG Lab., School of Mech. Eng., Dalian Univ. of Technol., Dalian 116024)

Abstract Camera calibration, which is to calculate the intrinsic and extrinsic parameters of a camera in viewing, is one of the basic tasks for analyzing the geometry of a scene and determining the shapes and locations of objects in vision. Since the optical system of a real camera is not correspondence to an ideal pinhole optical system in generating a perspective view, there exist many types of distortions. These distortions must be taken into account in three dimension geometry reconstruction when high precision is needed, and this will cause the relation of perspective transformation nonlinear. Many efforts have been being made to solve the nonlinear calibration problem. This paper deals with camera calibration while radial distortion exists, which is the most common distortion and has a noticeable effect. A new multi-step decomposition linear approach of calibration is introduced in this paper, which eliminates the nonlinear iterative calculation processes. The running experiment results show that the new approach is very efficient and the accuracy is good enough.

Keywords Camera calibration, Radial lens deformation, Computer vision

0 引言

计算机视觉的基本任务之一就是从小摄像机捕获的二维图象信息出发来计算三维空间中物体的几何信息,并由此重建和识别物体.空间物体表面某点的三维几何位置与其在图象中对应点之间的相互关系是由摄像机成象的几何模型决定的.这些几何模型参数就是摄像机参数,一般应通过摄像机标定计算得到.摄像机标定包括确定摄像机内部几何和光学特性(内部参数)以及确定摄像机在一个世界坐标系

中的三维位置和方向(外部参数).不同的应用背景对标定技术提出了不同的要求.如果系统的任务是物体定位,那么相对于某一参考坐标系的绝对定位精度就特别重要,如在自主车辆导航系统中,自主式移动机器人必须准确地知道其自身的位置、工作空间中障碍物的位置以及障碍物的运动情况,才能有效安全地进行导航^[1].

目前的摄像机标定技术大致可归结为传统的摄像机标定方法和摄像机自标定方法^[2]两类.后者不依赖于标定参照物,只利用摄像机在运动过程中,其周围环境的图象与图象之间的对应关系来对摄像机

进行标定,一般应用于机器人手眼系统或主动视觉系统;而前者是在一定的摄像机模型下,基于特定的实验条件,如形状、尺寸已知的标定参照物,经过对其图象进行处理,并利用数学变换和计算方法,计算摄像机模型的内部参数和外部参数.标定计算的复杂度与摄像机成像(景物-图象)几何模型的复杂性有关.小孔摄像机成像模型满足严格的透视变换关系,其基本变换计算式是线性关系,可以直接采用解线性方程组的方法来求解^[3].但是由于实际的摄像机成像原理并不是理想化的小孔成像,此外,摄像机还存在有制造和装配误差,因此,实际成像与理想的小孔成像之间存在差异,这些差异称为畸变,为了精确地建立含畸变的图象坐标与实物三维坐标之间的关系,需要在变换关系中引入畸变修正项.这样引入畸变修正项之后,图象坐标与景物坐标之间的变换关系就含有非线性项,从而引起求解困难^[4~8].文献[5]通过归纳,对传统的摄像机标定方法进行归类,其中对于考虑了畸变的成像模型,通常采用非线性方程优化的方法求解,即从某个初始值出发,通过搜索引导,逐次迭代逼近最优值,如文献[4]中的方法就是这类技术的一个代表,但优化计算不但费时,而且受初始值的选择影响很大,如果初始值选择不当,其结果是很可能得不到真正解.由此可见,寻找新的快速有效的标定计算方法是计算机视觉应用中的一个重要问题.

摄像机的镜头畸变主要有径向畸变和切向畸变两种,但在工业视觉中,一般只需要考虑径向畸变[5].文献[5]给出了一种在假定只存在径向畸变条件下的标定算法,该算法分为两步进行,第1步基于图象点坐标只有径向畸变误差,而无周向畸变偏移的特性,通过建立和求解超定线性方程组,先计算出外部参数;第2步考虑畸变因素,利用一个三变量的优化搜索算法求解非线性方程组,来确定其他参数.针对常用的带有一阶径向畸变的小孔摄像机成像模型所存在的问题,提出了一种新的标定算法,该算法通过适当变换,可以采用线性方法求解全部参数,其不仅简单快捷,而且没有非线性搜索中可能存在的解的不稳定性.

1 带有一阶径向畸变的小孔摄像机模型

如图1所示,设 (X_w, Y_w, Z_w) 是三维世界坐标系中物体点 P 的三维坐标, (x, y, z) 是同一点 P 在摄

像机坐标系中的三维坐标.将摄像机坐标系定义为中心在 o 点(摄像机的光心),且 z 轴与光轴重合的坐标系; OXY 是图象坐标系,其中心在 O 点(光轴与图象平面的交点), X, Y 轴分别平行于摄像机坐标系的 x, y 轴. (X_u, Y_u) 是在理想小孔摄像机模型下的 P 点的图象坐标, (X_d, Y_d) 是由透镜径向畸变引起的偏离 (X_u, Y_u) 的实际图象坐标; (X_f, Y_f) 是计算机图象坐标系中 P 点的图象坐标,单位是像素(pixel).有效焦距 f 是光学中心到图象平面的距离.

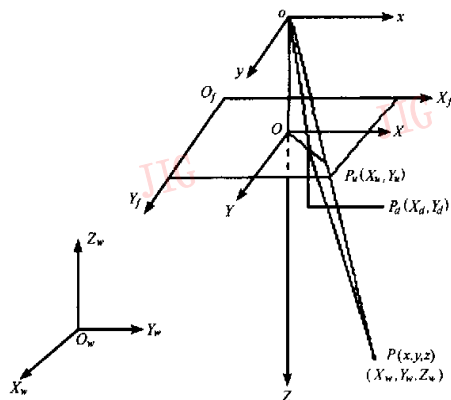


图1 带有一阶径向畸变的小孔模型

从三维世界坐标系到计算机图象坐标系的完整变换可分为如下4步:

(1)三维空间坐标系到摄像机坐标系的变换,即从 (x_w, y_w, z_w) 到 (x, y, z) 的变换:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix} + T \quad (1)$$

其中, R 和 T 分别为从世界坐标系到摄像机坐标系的旋转和平移变换, R 是一个 3×3 的正交矩阵, T 是 3×1 的平移向量.

(2)小孔摄像机模型下的理想透视投影变换为

$$\begin{aligned} X_u &= f \frac{x}{z} \\ Y_u &= f \frac{y}{z} \end{aligned} \quad (2)$$

(3)畸变模型:用于描述图象坐标系中实际图象坐标 (X_d, Y_d) 与理想图象坐标 (X_u, Y_u) 间的关系,即

$$\begin{aligned} X_d &= (1 + kR_d^2)X_u \\ Y_d &= (1 + kR_d^2)Y_u \end{aligned} \quad (3)$$

其中, R_d^2 为径向半径的平方, $R_d^2 = X_u^2 + Y_u^2$, k 为径向畸变系数.

多数实验表明,由于图象中心点处的畸变很小,而在图象边缘处的畸变较大,因此,选择畸变因子 kR_d^2 。

(4)实际图象坐标到计算机图象坐标间的变换:

$$\begin{aligned} X_f &= C_x + S_x X_d \\ Y_f &= C_y + S_y Y_d \end{aligned} \quad (4)$$

其中, (C_x, C_y) 为计算机帧存图象中心的坐标, (S_x, S_y) 为图象平面单位距离上的象素数 (pixels/mm), 它们可以通过预标定得到。

2 逐步分解的摄像机标定方法

2.1 基本原理

由以上摄像机模型可以看到,需标定的外部参数有6个,即旋转矩阵中反映的绕3个坐标轴的转角以及平移矩阵中沿3个坐标轴方向的位移;需标定的内部参数也有6个,即 C_x, C_y, S_x, S_y, f 和 k ,其中, (C_x, C_y) 和 (S_x, S_y) 这4个内部参数可以通过预标定确定。本文提出的方法,则将各参数逐步分解,通过求解线性方程组,先计算旋转矩阵 R ,再计算平移矩阵 T ,最后求内部参数焦距 f 和径向畸变系数 k ,具体推导如下:

$$\text{设旋转矩阵 } R = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix}, \text{ 平移矩阵 } T = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix}$$

(1)求旋转矩阵

参见文献[5],由式(1)~(3)得:

$$\frac{X_d}{Y_d} = \frac{r_1 x_w + r_2 y_w + r_3 z_w + T_x}{r_4 x_w + r_5 y_w + r_6 z_w + T_y} \quad (5)$$

将上式中等号右边的分子分母同除以 T_z/f ,令 $X_0 = f \frac{T_x}{T_z}, Y_0 = f \frac{T_y}{T_z}$,其中, X_0 和 Y_0 是不考虑镜头畸变时,三维世界坐标系的原点在图象坐标系中的投影,通过整理即可得到以下矩阵形式的方程:

$$\begin{bmatrix} x_w Y_d \\ y_w Y_d \\ z_w Y_d \\ -x_w X_d \\ -y_w X_d \\ -z_w X_d \end{bmatrix}^T \times \begin{bmatrix} \frac{r_1}{T_z/f} \\ \frac{r_2}{T_z/f} \\ \frac{r_3}{T_z/f} \\ \frac{r_4}{T_z/f} \\ \frac{r_5}{T_z/f} \\ \frac{r_6}{T_z/f} \end{bmatrix} = X_0 Y_0 - Y_d X_0 \quad (6)$$

对每一个标定,当已知其三维坐标及相应的图象坐标时,就可以列出一个如上的方程。式(6)中,列向量的各个元素为未知数。取6个标定,通过求解线性方程组,可以计算得到方程中的6个未知数,但考虑到标定过程中三维坐标和图象坐标取值存在随机误差,标定点应多于6个。按照最小二乘法原理求得对各标定点总误差为最小的最优解,然后,根据旋转矩阵 R 的正交性质,进一步计算即可以求出旋转矩阵 R 中的各元素及 T_z/f 。

(2)求平移矩阵的 T_x 和 T_y ,

式(5)通过整理可得如下矩阵形式的方程:

$$\begin{aligned} [Y_d - X_d] \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix} &= X_d(r_4 x_w + r_5 y_w + r_6 z_w) \\ &\quad - Y_d(r_1 x_w + r_2 y_w + r_3 z_w) \end{aligned} \quad (7)$$

由此可见,通过解以上线性方程组就可以得到 T_x 和 T_y 。

(3)求 f, k 和 T_z 。

令 $m = T_z/f$,由式(1)~(3)可得:

$$\begin{aligned} X_0 &= \frac{X_d}{1 + kR_d^2} = f \frac{r_1 x_w + r_2 y_w + r_3 z_w + T_x}{r_7 x_w + r_8 y_w + r_9 z_w + T_z} \\ &= \frac{r_1 x_w + r_2 y_w + r_3 z_w + T_x}{(1/f)(r_7 x_w + r_8 y_w + r_9 z_w) + m} \\ Y_0 &= \frac{Y_d}{1 + kR_d^2} = f \frac{r_4 x_w + r_5 y_w + r_6 z_w + T_y}{r_7 x_w + r_8 y_w + r_9 z_w + T_z} \\ &= \frac{r_4 x_w + r_5 y_w + r_6 z_w + T_y}{(1/f)(r_7 x_w + r_8 y_w + r_9 z_w) + m} \end{aligned}$$

整理以上两式可得如下未知数为 $1/f$ 和 k 的方程组:

$$\begin{aligned} [X_d G (-1) R_d^2 H] \begin{bmatrix} 1/f \\ k \end{bmatrix} &= H - X_d m \\ [Y_d G (-1) R_d^2 I] \begin{bmatrix} 1/f \\ k \end{bmatrix} &= H - Y_d m \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $H = r_1 x_w + r_2 y_w + r_3 z_w + T_x, I = r_4 x_w + r_5 y_w + r_6 z_w + T_y, G = r_7 x_w + r_8 y_w + r_9 z_w$

解以上线性方程组就可以求解得到 f 和 k 。

2.2 逐步分解参数的计算过程

(1)求旋转矩阵和 T_z/f

针对一幅含有若干特征点的标定物体的图象,确定这些标定点的图象坐标。设计计算机帧存图象坐标为 $(X_{fi}, Y_{fi}), i=1, \dots, N$,其相应的世界坐标为 (x_{wi}, y_{wi}) ,根据式(4)计算得到相应的图象坐标为 (X_{di}, Y_{di}) ,再利用式(6),列出每个标定点的方程,得到一个线性方程组,然后通过最小二乘法解得 $r_1 \sim r_6$ 以及 T_z/f ,再利用旋转矩阵 R 的正交性,得到 $r_7 \sim r_9$ [5]。

(2)求 T_x 和 T_y .

在得到 $r_1 \sim r_5$ 后,利用式(7)建立每个标定点的方程,组成线性方程组,然后通过最小二乘法解这个线性方程组,就可以得到平移变量 T_x 和 T_y [5].

(3)求 f, T_z 和 k

在计算得到 T_x 和 T_y 后,再利用式(8)来得到每个标定点的方程,组成一个线性方程组,然后利用最小二乘法解这个线性方程组,就可以得到未知数 $1/f$ 和 k ,由于 T_z/f 已在第1步得到,因此可以通过计算得到 T_z .

至此,通过逐步分解摄像机的标定参数,并解线性方程组,一步步地计算得到了摄像机全部的内部参数和外部参数.当采用同一平面上的空间点做标定时,如果所选取的世界坐标系能使 $z_w = 0$,那么以上各方程组还可以得到简化.

3 实验结果及分析

实验和分析分别采用数值模拟图象和真实图象两份实验数据进行.

3.1 数值模拟图象

选取理论摄像机,其焦距为 100mm,计算机图象中心坐标为 $C_x = 320\text{pixel}$, $C_y = 240\text{pixel}$,图象平面单位距离上的像素数为 2.5pixel/mm ,摄像机坐标相对于世界坐标系的旋转角度分别为 $60^\circ, 60^\circ, 0^\circ$;沿 x, y 和 z 的平移距离分别为 100mm, 100mm 和 200mm.,其旋转矩阵为

$$R = \begin{bmatrix} 2.5 & 0.866\ 03 & 0.433\ 01 \\ -0.433\ 01 & 0.5 & -0.75 \\ -0.866\ 03 & 0 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$\text{平移矩阵为 } T = \begin{bmatrix} 100 \\ 100 \\ 200 \end{bmatrix}$$

标定参照物取空间一个正方体,其各顶点为标定点,如表1所示.

表1 特征点的世界坐标

标定点序号	三维坐标(cm)		
	x_w	y_w	z_w
1	0	0	0
2	5	0	0
3	5	5	0
4	0	5	0
5	0	0	5
6	5	0	5
7	5	5	5
8	0	5	5

利用本文算法得到的标定结果为:

$$\text{旋转矩阵 } R = \begin{bmatrix} 2.5 & 0.866\ 03 & 0.433\ 01 \\ -0.433\ 01 & 0.5 & -0.75 \\ -0.866\ 03 & 0 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$\text{平移矩阵 } T = \begin{bmatrix} 100 \\ 100 \\ 200 \end{bmatrix}$$

有效焦距 $f = 100\text{mm}$, 径向畸变系数 $k = -1.4 \times 10^{-19}$. 由此可见,标定参数 R, T 和 f 与设置值一致,且畸变系数 k 与设置值 $k = 0$ 相差很小.

3.2 真实图象

真实图象采用文献[9]中的 zhangdata 作为标定图象,其各正方形的顶点即为特征点,共 256 个顶点,取其中 128 个为标定点,另外的 128 个作为测试点.采用测试点的真实三维坐标与重建后的三维坐标之差的模平均值来度量标定精度,即

$$M = \frac{\sum_{i=1}^N |(X_i - X_d)|}{N}$$

其中, X_i 为测试点真实的三维坐标, X_d 为重建后测试点的三维坐标, N 为测试点的个数.

采用不考虑畸变的摄像机模型进行标定,得到标定精度 $M = 1.6\text{mm}$.

采用本文算法得到的标定结果为:旋转矩阵

$$R = \begin{bmatrix} 0.998\ 11 & -0.024\ 86 & 0.056\ 26 \\ 0.019\ 58 & 0.995\ 52 & 0.092\ 49 \\ -0.058\ 30 & -0.091\ 22 & 0.994\ 12 \end{bmatrix}$$

$$\text{平移矩阵 } T = \begin{bmatrix} -4.103\ 6 \\ 3.119\ 1 \\ 11.681 \end{bmatrix}, \text{有效焦距 } f =$$

11.34mm, 径向畸变系数 $k = -0.001\ 564$, 标定精度 $M = 0.06\text{mm}$. 其与不考虑畸变的摄像机模型相比,标定精度大大提高.在 P II 300 的微机平台上,采用 128 个标定点所需的标定时间为 0.1s. 在文献[2]中采用激光作为光源,其三维坐标平均误差可达到 0.01mm 左右,虽然精度很高,但是其照明条件特殊,在一般的工业视觉中并不完全适用;本文方法对实验要求较低,尚具有较高的标定精度,且速度较快,能够满足一般的工业视觉要求.

4 结论

本文基于带有一阶径向畸变的小孔摄像机模型,提出了一种新的摄像机线性标定方法,分步求解

摄像机的标定参数. 全部过程采用线性算法, 只利用线性方程组和矩阵计算, 从而避免了非线性优化的不稳定性, 因而不仅方法简单, 而且对实验条件要求较低, 速度较快, 比较实用.

参考文献

- 1 邱茂林, 马颂德. 计算机视觉中摄像机定标综述. 自动化学报, 2000, 26(1): 43~55.
- 2 Emanuele Trucco, Alessandro Verri. Introductory Techniques for 3-D Computer Vision. Prentice Hall, 1998.
- 3 Abdel-Aziz Y I, Karara H M. Direct linear transformation into object space coordinates in close-range photogrammetry. In Proc. Symp. Close-Range Photogrammetry, Univ. of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, 1971: 1~18.
- 4 Faig W. Calibration of close-range photogrammetry systems; Mathematical formulation. Photogrammetric Eng. Remote Sensing, 1975, 41(12): 1479~1486.
- 5 Tsai R Y. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV camera and lenses. IEEE Journal of Automation, 1987, 3(4): 323~334.
- 6 郑南宁. 计算机视觉与模式识别. 北京: 国防工业出版社, 1998: 22~31.
- 7 Fadi Dornaika, Christophe Garcia. Pose estimation using point and line correspondences. Real-Time Imaging, 1999, 5: 215~230.
- 8 Weng Juyang, Paul Cohen. Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation. IEEE Transactions on PAMI, 1992, 14(10): 965~980.



张艳珍 1973年生, 大连理工大学机械工程学院 CAD/CG 研究所博士生. 研究方向为计算机视觉、图象处理与模式识别.



欧宗瑛 1936年生, 大连理工大学机械工程学院教授, 博士生导师. 主要从事智能 CAD、图象理解、计算机视觉、分形和小波等研究.