基于零树、金字塔格型矢量量化的小波图象编码

刘九芬
(浙江大学数学系,杭州　310027)

黄达人
(中山大学数学系,广州　510275)

摘　要　近年来,金字塔格型矢量量化(PLVQ)方法由于其本身的特点和性质引起了人们的广泛兴趣,而文献[1]介绍的基于零树(ZR)的编码也获得了极大的成功.根据信号的二进小波分解特点和小波图象系数的分布特点,利用 D_4 格将 PLVQ 和零树结合起来,提出了一种基于零树和金字塔格型矢量量化的小波图象编码方法,该方法首先采用金字塔格型矢量方法来量化小波图象系数,以得到非零格点和零格点;然后采用复合熵编码来处理非零格点;最后为了有效确定非零格点的位置,也就是为了有效地处理零格点,又引进了重要图的概念.在此基础上,从下往上、从上往下二次扫描重要图,再采用改进的零树编码方法来处理零格点.实验结果证明,本文算法优于传统的基于游长的熵编码.

关键词　小波图象　金字塔格型矢量量化　零树

中图法分类号:TN919.81　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1006-8961(2001)04-0329-04

Zerotrees and Pyramidal Lattice Vector Quantization for Wavelet Image Coding

LIU Jiu-fen
(*Dept. of Mathematics, Zhejiang University, Hangzhou* 310027)

HUANG Da-ren
(*Dept. of Mathematics, Zhongshan University, Guangzhou* 510275)

Abstract　Pyramidal lattice vector quantization (PLVQ) has drawn extensive attention by its promising property recently. The coding method based on zerotree (ZR) coding[1] has made a great coup during the last few years. Based on the traits of dyadic wavelet decomposition of signal and that of the distribution of wavelet image coefficients, PLVQ and ZR are conjoined by making use of D_4 lattice. Firstly, Pyramidal lattice vector quantization is adopted to quantize wavelet image coefficients. Nonzero lattice vectors and zero lattice vectors are formed. Secondly, nonzero lattice vectors are dealt with by adopting complex entropy coding. Finally, in order to fix on the position of nonzero lattice vector effectively, that is, to deal with zero lattice vectors effectively, the concept of significant map is introduced into. The significant map is scanned two times from down to up and from up to down. Based on this and the probability distribution of zerotree roots, zero lattice vectors are disposed by adopting improved zerotree coding. Experimental results demonstrate that the proposed algorithm performs better than traditional entropy coding based on runlength.

Keywords　Wavelet image, PLVQ, Zerotree

0　引　言

近年来,小波变换以其良好的空间-频率局部特性和与人眼视觉特性相符的变换机制,在图象编码领域获得了广泛的应用.虽然一幅原始的图象经小波变换后即能够得到一系列不同尺度、不同方向的细节信号和最终的低频信号,但这时如何量化编码这些信号就成了关键问题,因此本文避免采用著名的 LBG 算法[2].由于采用 LBG 算法设计的矢量量化(VQ)编码器有以下缺点:①码本的生成要依赖训练序列;②算法非常复杂;③码本的好坏与训练序列是否具有代表性有密切关系,因此在这种情况下,格型矢量量化(LVQ)则是一个很好的选择.由于 LVQ 的码本就是一个一般格点的有限子集,它可以通过一定的代数规则经简单计算得到,因此无需训练和存储;同时,LVQ 在将任意输入矢量量化成对应的码本

基金项目:国家自然科学基金重点项目(69735020)
收稿日期:1999-06-24;改回日期:2000-06-26

时,还有快速算法,而且格的对称性使得编码和解码过程相对于 LBG 技术来说非常简单. 这里,需要指出的是,近年来人们越来越注意到变换系数的一个分布特征,即较高频率各频带上的能量都集中在对应图象的纹理和边缘的变换系数上. Shapiro 基于零树的方法[1]即利用这一特性进行编码,并获得了很大成功.

本文采用同 LVQ 本质相同的金字塔 LVQ (PLVQ)来进行矢量量化,由于两者格的截短方法不同,前者采用超金字塔曲面截短格,后者则用 n 维球面,因此这两种方法分别适用于不同概率分布的信源,即 LVQ 一般用于均匀分布或高斯分布的信源,而 PLVQ 则适合于 Laplace 分布的信源. 由于小波图象高频带系数更符合 Laplace 分布[3],因此本文选用 PLVQ.

1 金字塔格型矢量量化(PLVQ)

1.1 矢量量化

从根本上讲,VQ 是一种聚类分析方法,即根据有限的矢量集 $\boldsymbol{V}=\{\boldsymbol{V}_i \mid \boldsymbol{V}_i \in \boldsymbol{R}^k, i=1,\cdots,N\}$,来将欧氏空间 $\boldsymbol{R}^k$ 按某种失真度量,划分为不相交的子空间 $\{\boldsymbol{R}_i, i=1,\cdots,N\}$,这种划分应该是 $\boldsymbol{V}$ 的最近邻域划分,即 Voronoi 划分. 任何一个输入矢量 $\boldsymbol{X}$ 均可以按这种划分归入某一个子空间 $\boldsymbol{R}_i$,并且用 $\boldsymbol{V}_i$ 表示. 一个 k 维的矢量量化器可以定义为 k 维欧氏空间 $\boldsymbol{R}^k$ 到其有限子集 $\boldsymbol{V}$ 的映射 Q,即:$Q: \boldsymbol{R}^k \to \boldsymbol{V}$,其中,$\boldsymbol{V}$ 在 VQ 中称为再生矢量集或再生码本.

1.2 格

设 $\boldsymbol{a}_1,\cdots,\boldsymbol{a}_m$ 是 m 维实欧氏空间 $\boldsymbol{R}^m$ 中的 n 个线性无关矢量,$m \ge n$,则一个 n 维格 $\boldsymbol{\Lambda}_n$ 定义为

$$\boldsymbol{\Lambda}_n = \{\boldsymbol{Y} \in \boldsymbol{R}^m \mid \boldsymbol{Y} = u_1\boldsymbol{a}_1 + \cdots + u_n\boldsymbol{a}_n\} \quad (1)$$

其中,$u_1,\cdots,u_n \in \mathbf{Z}$,$\mathbf{Z}$ 为由所有整数构成的集合.

显然一个格完全由线性无关族 $\{\boldsymbol{a}_1,\cdots,\boldsymbol{a}_n\}$ 决定. 格 $\boldsymbol{\Lambda}_n$ 的对偶格 $\boldsymbol{\Lambda}_n^*$ 定义为

$$\boldsymbol{\Lambda}_n^* = \{\boldsymbol{Y} \in \boldsymbol{R}^n \mid \boldsymbol{X} \cdot \boldsymbol{Y} \in \mathbf{Z}, \forall \boldsymbol{X} \in \boldsymbol{\Lambda}_n\} \quad (2)$$

其中,$\boldsymbol{X} \cdot \boldsymbol{Y}$ 为点积.

本文采用 $\boldsymbol{D}_n$ 格. $\boldsymbol{D}_n$ 格的定义为

$$\boldsymbol{D}_n = \{\boldsymbol{U} \in \mathbf{Z}^n, \sum_{j=1}^{n} u_j \text{ 为偶数}\} \quad (3)$$

$\boldsymbol{D}_n$ 格的对偶格则定义为

$$\boldsymbol{D}_n^* = \bigcup_{i=0}^{3} (\boldsymbol{r}_i + \boldsymbol{D}_n) \quad (4)$$

其中

$$\boldsymbol{r}_0 = (\underbrace{0,0,\cdots,0}_{n}), \boldsymbol{r}_1 = (\underbrace{\frac{1}{2},\frac{1}{2},\cdots \frac{1}{2}}_{n}),$$

$$\boldsymbol{r}_2 = (\underbrace{0,0,\cdots,0,1}_{n}), \boldsymbol{r}_3 = (\underbrace{\frac{1}{2},\frac{1}{2},\cdots \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}_{n})$$

特别值得一提的是,由于 $\boldsymbol{D}_4 = \boldsymbol{D}_4^*$,即 $\boldsymbol{D}_4$ 为自对偶的,因而,$\boldsymbol{D}_4$ 是用得最广泛的格之一.

1.3 格量化器

文献[4]对一些格,包括本文中所用的 $\boldsymbol{D}_n$ 格,提出了一种快速量化方法.

$\boldsymbol{D}_n$ 格的快速量化方法描述如下:

设 x 为任意实数,令 $f(x)$ 为离 x 最近的整数,那么对任意矢量 $\boldsymbol{X}=(x_1,x_2,\cdots,x_n) \in \boldsymbol{R}^n$,$f(\boldsymbol{x})$ 则定义为

$$f(\boldsymbol{X}) = (f(x_1), f(x_2), \cdots, f(x_n))$$

同样,定义 $\omega(x)$ 为离 x 较远的相邻整数,这其实相当于对 x 的错误量化,然后选量化误差绝对值最大的分量中最小的下标,并将其设为 k,由此定义

$$g(\boldsymbol{X}) = (f(x_1), f(x_2), \cdots, \omega(x_k), \cdots, f(x_n))$$

则量化输出为

$$Q_{D_n}(\boldsymbol{X}) = \begin{cases} f(\boldsymbol{X}), \text{如果 } f(\boldsymbol{X}) \in D_n \\ g(\boldsymbol{X}), \text{如果 } g(\boldsymbol{X}) \in D_n \end{cases}$$

2 小波图象系数的分布特点、零树的概念

采用可分离的滤波器,可对原始图象进行小波分解,即通过小波变换可把图象分解成具有水平、对角、垂直方向的3类小波树(见图1),其小波树树根在低频带,对应于同一空间位置的相同方向、不同尺度的小波系数成为它的孩子,详细介绍见文献[1]. 除低频带外,若父母的位置为(i,j),则它4个孩子的位置分别为$(2i,2j)$、$(2i,2j+1)$、$(2i+1,2j)$、$(2i+1,2j+1)$. 一个小波系数 x,对于一个给定的门限 T,如果$|x|<T$,则称小波系数 x 是不重要的,反之则称为重要的,而且如果一个小波系数关于给定的门限 T 是不重要的,且它的所有孩子关于门限 T 也是不重要的,那么,即称小波系数形成了一个零树 如果一个小波系数关于门限 T 是不重要的,但

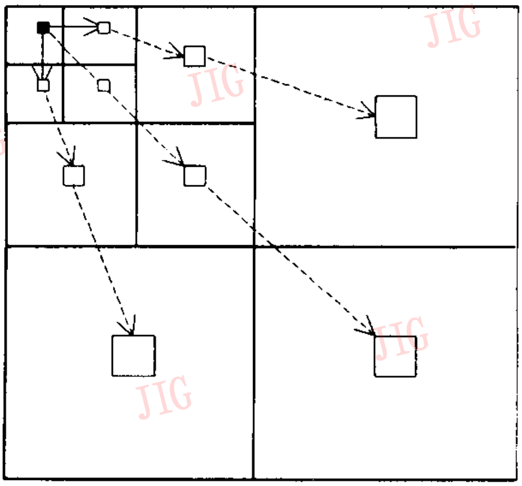

图 1　小波树

它的孩子中关于门限 T 是重要的，则称这个系数是孤立的零. 由上面的定义与分析可以看到，所有的小波系数只是下述 3 种情形之一：①零树根，②孤立零，③重要系数.

小波分解后产生两部分数据，一是最低频率的子带，另一是剩余的高频率子带，其中最低频率子带的系数分布特点与原图象相似，而高频率子带则对应图象的细节部分，它的小波系数分布有如下特点：

(1) 高频率子带的大部分能量集中在与原始图象的景物边界和纹理区域对应的小波系数上.

(2) 可量化为零的小波系数往往以小波方向子树的结构存在于整个小波变换系数中.

3　小波图象的编码

3.1　低频子带编码

低频子带表示由小波变换分解级数决定的最大尺度、最小分辨率下对原始图象的最佳逼近. 它的统计特征和原图象相似，且图象的大部分能量集中在此. 这部分数据非常重要，为了保证精度，本文选用质量因子较小的 JPEG 来进行编码；同时，由于低频系数的幅值一般远大于高频系数，故选用 JPEG，即可使得在 PLVQ 半径大的塔面(设塔面半径为 m，则塔面方程为：$\sum_{i=1}^{n}|y_i| = m$，记为 $P(n, m)$，y_i 为整数，n 为格的维数)上格点出现的次数减少，从而有助于提高压缩比.

3.2　高频子带编码

选用 D_4 格对每个高频子带中的 2×2 系数块进行量化. 之所以选用 D_4 格，一方面是由于小波变换把图象分解成 3 类四叉小波树，另一方面由于 D_4 为自对偶格. 这里，为了方便叙述，首先将高频子带中的每一个 2×2 系数块中的系数按照从左到右，从上到下的顺序排列成一个 1×4 的向量 $X=[x_1, x_2, x_3, x_4]$，而且除最后一次分解的 3 个高频子带外，输入矢量为一个母体的 4 个孩子，然后用缩放因子对 X 的每一个分量进行缩放，并采用上述量化方法进行量化，便得到了格点 $Y=[y_1, y_2, y_3, y_4]$. 对量化后得到的格点 Y，若其各分量都为零，则称之为零格点；反之称为非零格点. 对这两类不同的格点将采用下面相应的方法对其进行编码.

(1) 非零格点编码

由于高频子带中未量化的系数分布近似 laplacian 分布，由此容易推得下面性质[5].

性质 1　凡是满足 $\sum_{i=1}^{n}|y_i| = m$ 的格点将具有近似相同的发生概率，其中半径 m 是个非负偶数.

性质 2　半径 m 的分布向零偏移.

这里，金字塔塔面 $P(n, m)$，由所有满足 $\sum_{i=1}^{n}|y_i| = m$ 的格点组成. 由于 y_i 为整数，因此 $P(n, m)$ 所含的格点数必为有限，记该值为 $N(n, m)$，这样便可为 $P(n, m)$ 上的每一个格点分配一个唯一的层内地址(其取值为 $0N(n, m)-1$). 当需要存储或传输时，只需给出格点 Y 的完整地址即可(由塔面半径 m 和层内地址构成). 具体地讲，对于非零格点 Y，欲将其内容传给解码器，需编码以下两个参数：①半径 m. 考虑到性质 2，可对 m 进行 Huffman 编码，以提高编码效率；②层内地址. 考虑到性质 1，只需用 $\log_2(N(n, m))$ bit 定长码来表示即可，而不会损失编码效率. 这样，最终用来表示一个非零格点 Y 地址的复合码字由两部分构成，一部分决定格点所在的塔面，另一部分则决定格点在塔面的位置，详见文献[6].

(2) 零格点编码

为了编码零格点，我们引进重要图的概念. 假如位置在 (i, j)、$(i, j+1)$、$(i+1, j)$、$(i+1, j+1)$ 上的小波系数组成一个矢量，可设它们是一个母体的孩子，它们母体的位置在 $(i/2, j/2)$ 上，那么，在重新定

义的大小是原图象 1/4 的矩阵上,它们母体的相应位置($i/2$,$j/2$)被标记为 0 或 1. 若矢量被量化成零格点,则标记为 0,反之,则标记为 1. 这样即称重新定义的矩阵为重要图,但需要注意的是,由于重要图是二值矩阵,因此只需编码重要图,就可确定非零格点的位置,也就是编码了零格点. 从前面小波系数的分布特点可知,小波系数块经量化后将出现很多零格点,且这些零格点常常以零树结构存在于重要图中. 为了编码重要图,本文引入了一个矩阵(它的大小与重要图相等,由于它在如下算法中具有符号的作用,因此称之为符号位矩阵). 然后只需两次扫描重要图,就可完成对重要图的编码.

第 1 次是从下往上以 2×2 为单位扫描重要图,以便确定零树根和孤立零的位置.

其算法如下:

(1) 符号位矩阵初始化为 1.

(2) 相应于 3 个最高频率子带的重要图扫描:

假若输入的 2×2 块系数全为零,且它的父母位置上的值也为零,则将符号位矩阵相应于父母位置上的值置零.

(3) 相应于剩下的高频子带的重要图扫描 :

如果输入的 2×2 块系数全为零,且它的父母位置上的值也为零,并且相应系数块的符号位置上的值也全为零,则符号位矩阵相应于父母的位置上的值置零.

第 2 次是从上往下扫描重要图,完成对重要图的编码.

注意到 $P_{ZTR}=0.780$,$P_{POS}=P_{NEG}=0.092$,$P_{IZ}=0.036$[7].

其中,POS 表示正重要系数 ;NEG 表示负重要系数 ;ZTR 表示零树根 ;IZ 表示孤立零. 虽然重要图的系数不满足此分布,但总有 $P_{ZTR}>P_{IZ}$,$P_{ZTR}>P_{POS}$,这里 POS 为 1. 因此,令重要图系数为 1 的编码为 11 ;零树根编码为 0 ;孤立零编码为 10. 如此,既提高了编码效率,又降低了编码复杂度.

其算法如下:

(1) 若输入的重要图系数为 1,则输出 11 ;

(2) 若输入的重要图系数为 2,则什么也不做 ;

(3) 若输入的重要图系数为 0,且与重要图系数位置相应的符号位矩阵系数也为 0,则输出 0,即将重要图此系数子孙位置上的值置 2 ;否则输出 10.

4 结 论

本文利用 Lena(512×512×8bits)图象进行了实验,用长度为 4 的 Daubechies 紧支撑正交小波基把图象分解为 4 级. 为了降低运算复杂度,小波分解与合成时,边界是采用对称周期延拓. 若采用循环延拓,则还可提高峰值信噪比($PSNR$). 虽然文献[6]采用的也是金字塔格型矢量量化方法,但它是采用基于游长的熵编码来压缩重要图. 表 1 是文献[6]和本文算法编码结果.

表 1 两种编码方法获得的压缩比(CR)

$PSNR$	29.0	28.9	28.7	28.5	28.1
文献[6]算法	40.0	43.4	46.5	49.8	56.0
本文算法	42.6	46.5	50.3	54.4	62.4

由表 1 可见,基于零树编码压缩重要图优于传统的基于游长的熵编码.

参 考 文 献

1 Shapiro J M. Embedded image coding using zerotrees of wavelet coefficients. IEEE Trans. Signal Processing, 1993,41(6) :34453462.

2 Linde Y, Buzo A, Cray R M. An algorithm for vector quantizer design. IEEE Trans Commun, 1980,28(1) :8495.

3 Mallat S G. Multifrequency channel decomposition of images and wavelet models. IEEE Trans on ICASSP, 1989,37(12) :20912110.

4 Conway J H, Sloane N J. Fast quantization and decoding algorithms for lattice quantizers and codes. IEEE Trans IT, 1982,28(2) : 227231.

5 郑文星,全子一. 基于格点量化的小波图象编码技术. 电子学报,1998,26(4) :8083.

6 刘九芬,黄达人,山林. 基于金字塔格型矢量量化(PLVQ)的多尺度图象编码. 浙江大学学报(理学版),2000,27(2) :152158.

7 王祥林,林行刚,吴国威. 改进的图象多分辩率零树小波编码算法. 通信学报,1997,18(4) :5053.

刘九芬 浙江大学应用数学系博士生,解放军信息工程大学信息安全学院信息研究系讲师. 主要研究方向为函数逼近论、小波理论及其应用、图象压缩编码、图象水印技术.

黄达人 中山大学和浙江大学数学教授、博士生导师. 主要研究方向为线性算子逼近、非线性算子逼近、最优算法、小波理论及其应用、图象处理、图象压缩编码、图象水印技术.