

引用格式: 姚永红, 张旭. 一种基于 PFA 的多子阵聚束合成孔径声呐成像方法[J]. 声学技术, 2022, 41(6): 923-928. [YAO Yonghong, ZHANG Xu. A PFA based imaging method for multiple receiver spotlight synthetic aperture sonar[J]. Technical Acoustics, 2022, 41(6): 923-928.] DOI: 10.16300/j.cnki.1000-3630.2022.06.019

# 一种基于 PFA 的多子阵聚束合成孔径声呐成像方法

姚永红<sup>1</sup>, 张旭<sup>2</sup>

(1. 无锡职业技术学院, 江苏无锡 214121;

2. 中国科学院声学研究所东海研究站, 上海 201815)

**摘要:** 文章提出了一种基于极坐标格式算法(Polar Format Algorithm, PFA)进行聚束多子阵合成孔径声呐成像的改进方法, 建立了非“停-走-停”条件下的斜视成像模型, 推导了信号由时域到波数域的解析表达式, 给出了信号处理流程。该方法首先使用场景中心点的精确距离史对平台运动误差进行补偿, 并通过极坐标算法处理得到粗聚焦的图像。其次, 为了解决非场景中心点的残余空变相位误差的补偿问题, 对粗聚焦图像进行分块自聚焦处理, 使场景边缘点的聚焦效果得到改善。最后, 经过子图拼接及几何校正后得到完整的精聚焦图像。仿真及分析结果表明, 该方法提高了方位向性能指标, 同时也能准确补偿平台运动误差, 可以很好地应用于多子阵声呐成像。该方法在大运动误差、大斜视情况下仍具有较好的鲁棒性。

**关键词:** 极坐标格式算法(PFA); 多子阵; 聚束; 合成孔径声呐; 成像方法

中图分类号: TB566

文献标志码: A

文章编号: 1000-3630(2022)-06-0923-06

## A PFA based imaging method for multiple receiver spotlight synthetic aperture sonar

YAO Yonghong<sup>1</sup>, ZHANG Xu<sup>2</sup>

(1. Wuxi Institute of Technology, Wuxi, Jiangsu 214122, Jiangsu, China;

2. Shanghai Acoustics Laboratory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201815, China)

**Abstract:** In this paper, an improved imaging method for multiple receiver spotlight synthetic aperture sonar (SAS) based on the polar format algorithm (PFA) is proposed, a squint imaging model under the condition of non-stop-start-stop is established, the analytical expression of the signal converted from the time domain to the wavenumber domain is derived, and the flow chart of signal processing is given. Firstly, the accurate round-trip range history of the scene center is used to compensate the platform motion error, and the coarse-focused image is obtained by PFA processing. Secondly, in order to compensate the residual phase error, the block-wise autofocus is performed in the image domain, which improves the imaging accuracy of edge points. Finally, a full fine focusing image can be obtained after sub-image mosaic and geometric correction. The simulation results show that the proposed method can improve the azimuth imaging performance effectively and compensate platform motion error accurately. The proposed method can work well for multiple receiver SAS data, even though the data has large motion error and big squint angle.

**Key words:** polar format algorithm (PFA); multiple receiver; synthetic aperture sonar(SAS); spotlight; imaging method

## 0 引言

聚束式合成孔径声呐(Synthetic Aperture Sonar, SAS)系统在孔径合成期间, 通过机械转动或者电子相控方式控制波束始终指向成像区域, 可以获得比

条带式SAS更长的合成孔径时间, 从而能够得到更高的方位分辨率<sup>[1]</sup>。聚束模式在水下小目标探测、识别上具有较大的优势<sup>[2-3]</sup>。不同于合成孔径雷达, SAS通过多子阵<sup>[4-5]</sup>方法来解决探测距离和方位向同时获得高分辨率之间的矛盾, 进而提高测绘效率。另外, 由于水声信号的传播较电磁信号需要更长的时间, 使得“停-走-停”的近似在声呐成像中不再有效。多子阵结构及非“停-走-停”传播几何增加了成像算法的复杂性, 需对传统的单基算法加以适应性改进, 才能将其应用于SAS成像。目前SAS成

收稿日期: 2021-06-30; 修回日期: 2021-08-25

作者简介: 姚永红(1984—), 男, 湖南邵阳人, 高级工程师, 研究方向为合成孔径声呐、雷达的成像及信号处理。

通信作者: 姚永红, E-mail: yyh51130@163.com

像的研究主要集中在正、侧视条带模式，斜视和聚束SAS成像也逐渐引起研究者的关注<sup>[6]</sup>。文献[7]提出了一种基于级数反演方法的中等斜视多子阵SAS距离多普勒成像算法；文献[8]提出了一种适用于高分辨率聚束SAS模型的调频尺度变标算法，但文中未涉及多子阵、非“停-走-停”及运动补偿的研究。因此，研究适用于大斜视、易与运动补偿相结合的多子阵聚束SAS成像方法对聚束SAS的发展及应用具有重要意义。

极坐标格式算法(Polar Format Algorithm, PFA)是一种经典的聚束成像算法<sup>[9-10]</sup>，因其具有流程简单、高效和易于补偿平台的非共面运动等优点，一直被应用于聚束式合成孔径雷达领域。本文根据非“停-走-停”条件下多子阵合成孔径声呐的成像特点<sup>[11]</sup>，对PFA算法做适应性改进，提出了一种多子阵聚束式合成孔径声呐成像新方法。该方法在完成对场景中心点的精确距离史补偿的同时，完成了对平台非理想运动的补偿，并针对场景中非中心点残余的空变相位误差，采用图像分块自聚焦技术对其进行补偿。通过精确距离史运动补偿与图像域分块自聚焦的结合，使PFA算法能够有效地补偿等效相位中心假设带来的系统误差，从而能够很好地适用于多子阵聚束SAS成像。

## 1 回波信号模型

多子阵SAS聚束模式数据采集几何模型如图1所示，场景中心点 $o$ 定义为坐标原点，沿航迹方向定义为 $x$ 方向。不失一般性，设声呐工作在斜视模式，斜视角为 $\theta_s$ ，正侧视情况下 $\theta_s=90^\circ$ 。假设载体沿着理想航迹以速度 $v$ 匀速直线航行， $u$ 表示某个脉冲发射时刻发射换能器在方位向的坐标位置， $d_i$ 表示发射基元与第 $i$ 个接收基元的间距。多子阵SAS等效相位中心的瞬时坐标为 $(x_a, y_a, z_a)$ ， $H$ 为航迹与场景的高度差， $R_{ref}$ 为作用距离，即孔径中心与场景中心的距离。 $\theta$ 和 $\varphi$ 分别为相位中心的瞬时方位角与俯仰角，在孔径中心时刻分别为 $\theta_0$ 与 $\varphi_0$ 。

场景中有一点目标 $P$ ，其位置矢量为 $\mathbf{r}_t=(x_t, y_t, 0)$ 。 $\mathbf{R}_a$ 和 $\mathbf{R}_t$ 分别为相位中心到场景中心及目标的瞬时距离矢量，瞬时距离值为 $R_a$ 和 $R_t$ ，用坐标表示为

$$\begin{cases} R_a = \sqrt{x_a^2 + y_a^2 + z_a^2} \\ R_t = \sqrt{(x_a - x_t)^2 + (y_a - y_t)^2 + z_a^2} \end{cases} \quad (1)$$

其中：等效相位中心的瞬时坐标在平台理想运动的

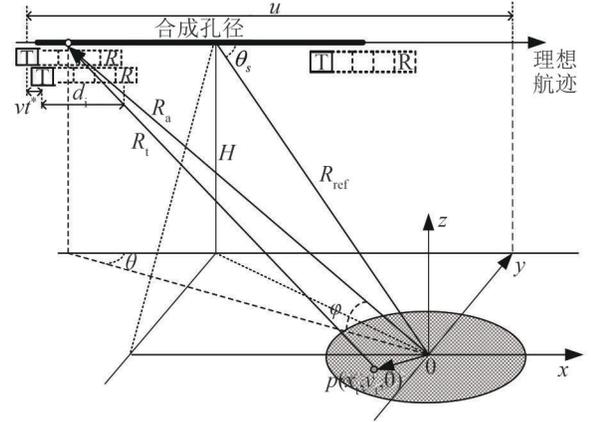


图1 多子阵聚束SAS成像几何模型  
Fig.1 Imaging geometry of the multiple receiver spot SAS

情况下可表示为

$$\begin{cases} x_a = (u + u + d_i)/2 \\ y_a = \sqrt{[R_{ref} \cdot \sin(\theta_s)]^2 - H^2} \\ z_a = H \end{cases} \quad (2)$$

声呐发射线性调频信号

$$s(\tau) = \text{rect}\left(\frac{\tau}{T}\right) \exp(j\pi K\tau^2) \exp(j2\pi f_c \tau) \quad (3)$$

其中： $\tau$ 是距离向时间， $K$ 是调频斜率， $T$ 是信号的脉宽，信号带宽 $B=K \cdot T$ ， $\text{rect}()$ 为信号包络，定义为

$$\text{rect}\left(\frac{\tau}{T}\right) = \begin{cases} 1, & \left|\frac{\tau}{T}\right| \leq \frac{1}{2} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

对于单位反射系数点目标 $P$ ，其通过接收解调后的回波可表示为

$$\begin{aligned} s(t, \tau) = & \text{rect}\left(\frac{t}{T_a}\right) \times \\ & \text{rect}\left[\tau - \frac{(2R_t + \Delta R_{err,P})}{cT}\right] \times \\ & \exp\left\{j\pi K \left[\tau - \frac{1}{c}(2R_t + \Delta R_{err,P})\right]^2\right\} \times \\ & \exp\left[-j2\pi f_c \times \frac{1}{c}(2R_t + \Delta R_{err,P})\right] \end{aligned} \quad (5)$$

其中： $c$ 为声在水中的传播速度， $t$ 为方位向时间， $T_a$ 为方位合成孔径时间。 $\Delta R_{err,P}$ 为“非停-走-停”模型下脉冲发射到目标 $P$ 、并经反射后回到接收阵元的传播时间 $t^*$ 内载体的相对运动带来的距离误差，表达式为

$$\Delta R_{err,P} = ct^* - 2R_t = ct^* - 2\sqrt{(x_a - x_t)^2 + (y_a - y_t)^2 + z_a^2} \quad (6)$$

式中： $ct^*$ 为声信号在发射接收期间的双程传播路程，该路程等于目标与发射阵、接收阵的实际距离之和：

$$ct^* = \sqrt{H^2 + (y_a - y_t)^2 + (u - x_t)^2} + \sqrt{H^2 + (y_a - y_t)^2 + (u + vt^* + d_i - x_t)^2} \quad (7)$$

$$t^* = \frac{1}{c^2 - v^2} \left[ c \sqrt{H^2 + (y_a - y_t)^2 + (u - x_t)^2} + v(u + d_i - x_t) \right] + \frac{1}{c^2 - v^2} \sqrt{\left[ c \sqrt{H^2 + (y_a - y_t)^2 + (u - x_t)^2} + v(u + d_i - x_t) \right]^2 + (c^2 - v^2)[2(u - x_t)d_i + d_i^2]} \quad (8)$$

将式(8)代入式(6)可得 $\Delta R_{\text{err}_P}$ 的表达式,可以看出 $\Delta R_{\text{err}_P}$ 与目标位置有关,是一个空变的运动误差。

## 2 基于PFA的聚束SAS成像处理

### 2.1 算法原理

利用驻定相位原理,对式(5)进行距离向的傅里叶变换可得到:

$$s(t, f_\tau) = \text{rect}\left(\frac{t}{T_a}\right) \text{rect}\left(\frac{f_\tau}{KT}\right) \exp(-j\pi \frac{f_\tau^2}{K}) \times \exp\left[-j4\pi \times \frac{1}{c}(f_c + f_\tau)(R_t + \frac{1}{2}\Delta R_{\text{err}_P})\right] \quad (9)$$

对距离频域回波数据进行匹配滤波,并通过运动补偿使场景中心点回波相位为零,即对式(9)乘以式(10)的参考函数:

$$s_{\text{ref}}(t, f_\tau) = \exp(j\pi \frac{f_\tau^2}{K}) \times \exp\left[j2\pi(f_c + f_\tau) \frac{1}{c}(2R_a + \Delta R_{\text{err}_O})\right] \quad (10)$$

$\Delta R_{\text{err}_O}$ 为“非停-走-停”模型下脉冲的双程传播距离相对“停-走-停”模型下目标与等效相位中心间双程距离的差值,  $2R_a + \Delta R_{\text{err}_O}$ 为场景中心点的精确距离史,通过式(8)可得到场景中心点的精确时延史,与声速相乘即可得到精确距离史。

式(10)中第二个指数项即PFA算法中的运动补偿项,当平台运动偏离理想轨迹时,通过惯性测量系统能实时记录平台的位置和姿态,根据测量数据可计算出发射阵及各接收阵的实际位置,从而可计算出场景中心点精确距离史,用于运动补偿。

完成距离向匹配滤波和场景中心点运动补偿后,得到方位时域距离频域信号为

$$s_B(t, f_\tau) = s_B(t, f_\tau) \cdot s_{\text{ref}}(t, f_\tau) = \text{rect}\left(\frac{t}{T_a}\right) \text{rect}\left(\frac{f_\tau}{KT}\right) \times \exp\left\{j4\pi \frac{1}{c}(f_c + f_\tau) \left[ R_a - R_t + \frac{1}{2}(\Delta R_{\text{err}_O} - \Delta R_{\text{err}_P}) \right] \right\} \quad (11)$$

式(11)中差分距离 $R_a - R_t$ 可表示为

式(7)是关于未知数 $t^*$ 的一元二次方程,解方程可得到 $t^*$ 表达式为

$$R_a - R_t \approx \frac{\mathbf{r}_t \cdot \mathbf{R}_a}{R_a} = x_t \cos \varphi \cos \theta + y_t \cos \varphi \sin \theta \quad (12)$$

将式(12)代入式(11),令 $\Delta r = \frac{1}{2}(\Delta R_{\text{err}_O} - \Delta R_{\text{err}_P})$ ,得到:

$$s_B(t, f_\tau) = \exp\left\{j \left[ 4\pi \times \frac{1}{c}(f_c + f_\tau)x_t \cos \varphi \cos \theta + y_t 4\pi \times \frac{1}{c}(f_c + f_\tau) \cos \varphi \sin \theta \right] - j4\pi \times \frac{1}{c}(f_c + f_\tau)\Delta r \right\} \quad (13)$$

用空间波数域表示:

$$s_B(K_x, K_y) = \exp[j(x_t K_x + y_t K_y)] \times \exp[-j\Phi_{\text{err}}(K_x, x_t, y_t)] \quad (14)$$

式(14)中 $\Phi_{\text{err}}(K_x, x_t, y_t)$ 表示 $\Delta r$ 带来的相位误差,  $K_x, K_y$ 为分别为方位、距离维波数,表达式为

$$\begin{cases} K_x = 4 \times \frac{1}{c}(f_c + f_\tau) \cos \varphi \cos \theta \\ K_y = 4\pi \times \frac{1}{c}(f_c + f_\tau) \cos \varphi \sin \theta \end{cases} \quad (15)$$

式(14)第一个指数项为目标方位及距离的线性相位项,通过二维傅里叶变换即可实现对目标的聚焦成像。但实际回波数据只是式(13)在 $(t, f_\tau)$ 域的二维离散采样,采样间隔是均匀分布的,但映射到空间频域 $(K_x, K_y)$ 上则为极坐标格式排列。为了利用FFT快速实现离散傅里叶变换,要求式(14)在 $(K_x, K_y)$ 正交均匀采样。PFA通过数据重采样将极坐标格式数据转换成矩形格式数据,然后对重采样后的二维数据作二维FFT实现对目标的成像。

### 2.2 残余运动误差的分析

式(14)中第二个指数项为“非停-走-停”模型下目标点与场景中心点在精确距离史上的差值带来的相位误差。当 $\Delta r$ 大于距离分辨率的一半时,会影响成像过程中的距离徙动校正,从而影响聚焦效果。为了避免这个问题,可限制成像场景大小,使距离成像场景中心最远的目标点对应的 $\Delta r$ 小于距离分辨率的一半。这种情况下,可忽略 $\Delta r$ 对距离徙动校正

的影响, 只会在方位向带来相位误差, 对方位向聚焦产生影响。该相位误差随目标位置变化, 具有空变性, 且表达式相当复杂, 难以推导出其在波数域的具体表达式, 故不能对其进行精确补偿。然而相邻点目标的相位误差空变性可以忽略不计, 因此可对图像数据分子块补偿, 子块内部近似认为相位误差是空间不变的, 通过相位梯度自聚焦(Phase Gradient Autofocus, PGA)技术来对其进行估计补偿, 所有子块图像进行自聚焦处理后拼接可得精聚焦图像。

另外, 由于式(12)的推导过程中对差分距离进行了一阶近似, 也即采用了平面波前假设, 这会导致目标空变散焦和目标位置的几何失真。针对这两项的影响, 参照合成孔径雷达成像处理, 需在信号处理过程中增加空变滤波处理和几何校正处理, 其原理很多文献都有介绍<sup>[12]</sup>, 此处不再赘述。值得注意的是, 自聚焦与空变滤波可在同一子图中进行, 不需另外划分子块。

本文提出的基于PFA的多子阵SAS聚束成像处理算法流程如图2所示, 处理流程共分为两大部分, 首先是基于多子阵SAS模型的PFA成像处理; 然后再对粗聚焦图像进行分块, 补偿平面波前假设导致的空变误差, 同时针对“非停-走-停”模式下等效相位中心假设带来的系统残余相位误差, 进行相位梯度自聚焦处理, 最后将子图拼接成大图并经过几何校正得到精聚焦无几何形变的SAS图像。其中, 在对粗聚焦图像分块时应控制子块的大小, 如 $64 \times 64$ 像素, 使子块内部的空变误差可以忽略不计, 且

方位向相邻的子块需有重叠区, 方便后续拼接。

### 3 计算机仿真与性能分析

为了验证本文方法的有效性, 进行了点目标仿真实验。

#### 3.1 仿真参数

仿真参数如表1所示, 点目标的时延根据精确时延公式(8)给出; 仿真场景为理想平地, 区域内共设置了5个点目标, 一个位于场景的坐标原点, 另外四个分布在以原点为中心、边长为20 m的正方形四个角上, 仿真场景的几何关系如图3所示。

表1 系统仿真参数  
Table 1 Parameters for system simulation

| 参数                        | 数值   |
|---------------------------|------|
| 中心频率/kHz                  | 100  |
| 信号带宽/kHz                  | 20   |
| 脉冲重复周期/s                  | 0.2  |
| 发射阵宽度/m                   | 0.06 |
| 接收阵宽度/m                   | 0.04 |
| 接收子阵个数                    | 32   |
| 斜视角/(°)                   | 60   |
| 作用距离/m                    | 100  |
| 场景与平台的相对高/m               | 20   |
| 平台速度/(m·s <sup>-1</sup> ) | 3.2  |

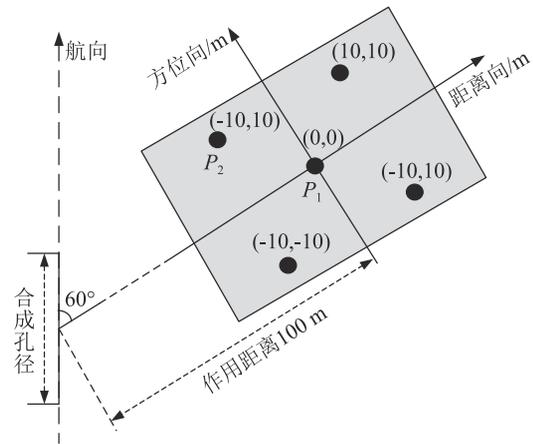


图3 仿真场景几何关系图  
Fig.3 Geometry diagram of simulation scene

#### 3.2 仿真结果

图4为本文方法处理的成像结果, 其中横向为距离向, 纵向为方位向, 可见五个点目标成像后的坐标位置与设定的一致。图5给出了中心点 $P_1$ 及边缘点 $P_2$ 附近的幅度等高线。图5是两个点目标的成像结果经过32倍内插处理的幅度等高线图, 横、纵坐标分别为距离向、方位向。成像结果两个方向上的

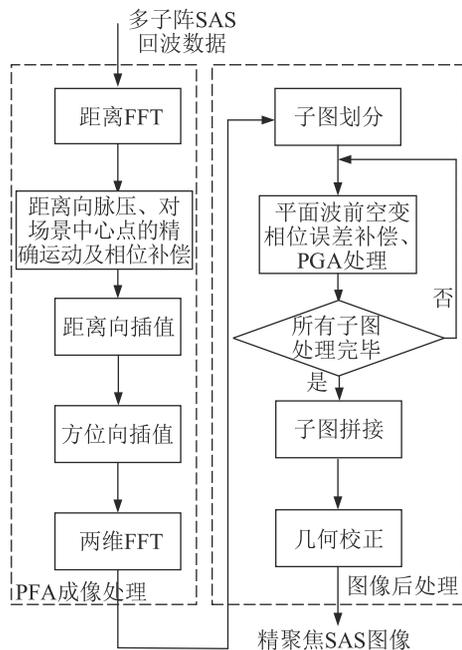


图2 基于PFA的多子阵聚束SAS信号处理流程图

Fig.2 Signal processing flowchart of PFA based multiple-receiver spotlight SAS

像素大小均为0.038 27 m，因此经过32倍内插处理后的像素大小为 $0.038\ 27/32=0.001\ 196\ \text{m}$ ，即横、纵坐标中的采样间隔为0.001 196 m，如横坐标中200~300之间的距离为 $(300-200)\times 0.001\ 196\ \text{m}=0.119\ 6\ \text{m}$ 。从图5中可知目标点附近主瓣和副瓣明显分开，且呈标准的十字架形状，说明通过本文方法的处理，场景中心点与边缘点都得到了良好地聚焦。

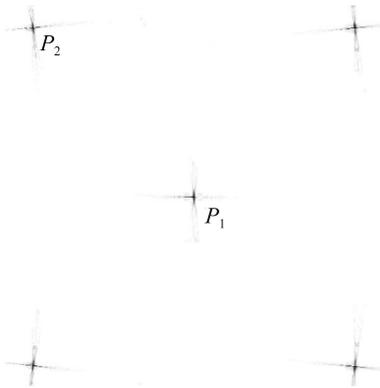


图4 点目标成像结果  
Fig.4 Simulated imaging results of point targets

为了衡量分块自聚焦对空变残余相位误差的补偿效果，选取边缘目标 $P_2$ 的两维剖面进行量化分析。为了显示效果，对数据进行32倍内插，点目标的距离、方位剖面如图6所示。从图6可以看出，经典算法中的残余相位误差导致目标方位向主瓣展宽、旁瓣抬高，而对距离向几乎没有影响；通过本文方法处理后，方位向聚焦效果改善明显。

为了能更清楚地比较两种方法的成像效果，从图6所示剖面中对分辨率、峰值旁瓣比(Peak Sidelobe Ratio, PSRLR)、积分旁瓣比(Integrated Sidelobe Ratio, ISLR)进行测量，结果如表2所示。对比表2中的方位向指标可以看出，经分块自聚焦处理后，方位向的分辨率、峰值旁瓣比、积分旁瓣比都有明显的改善，证明了本文方法能够很好地消除残余相位误差带来的影响，提高成像质量。另外，表2中列出的距离、方位指标进一步证明了边缘点目标在本文方法下也能获得很好的聚焦效果。

为验证新方法对平台运动误差的补偿效果，在一个合成孔径时间内分别加入一个周期的侧摆扰动和两个周期的升沉扰动，扰动形式都为正弦震荡，幅度分别为0.2 m、0.1 m，运动误差位移曲线如图7所示。采用本文所提方法得到目标点 $P_2$ 的成像结果如图8所示。图8(a)是未进行运动误差补偿的成像结果，目标未能聚焦到其实际位置，且其能量被分布在周围多个像素上；图8(b)是采用精确距离史对场景中心点进行了运动补偿后的成像结果，目标聚焦

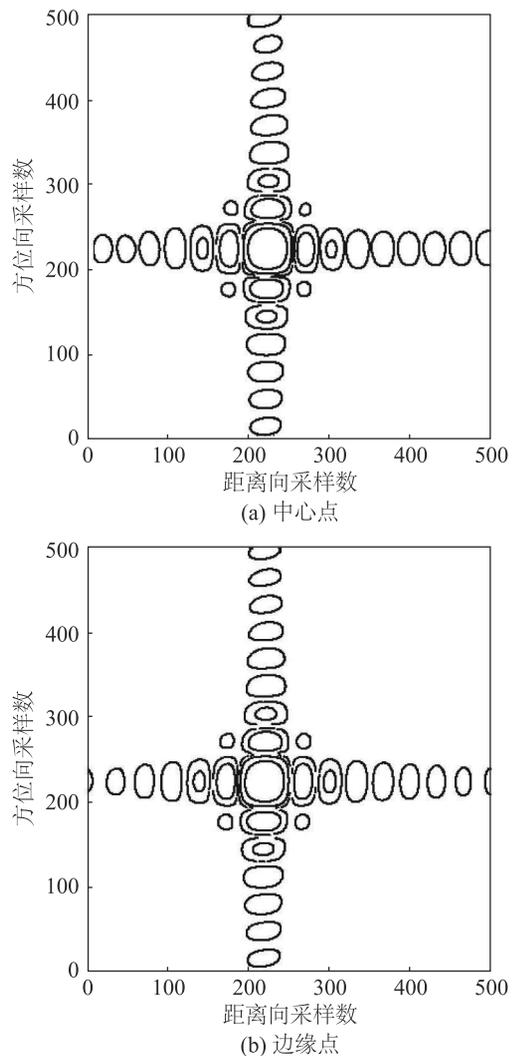


图5 中心点目标和边缘点目标附近等高线  
Fig.5 Contours of the central point target and the edge point target

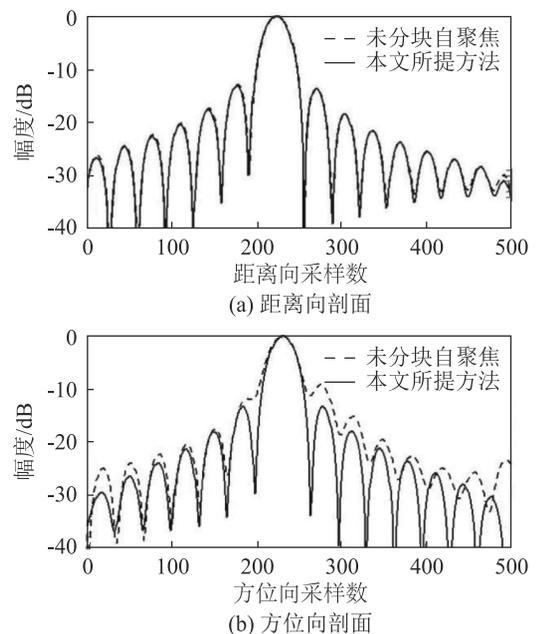


图6 边缘点目标距离和方位的两维剖面  
Fig.6 Range and azimuth profiles of edge-point target

表2 两种方法的图像指标对比  
Table 2 Image quality parameters of the two methods

| 方法   | 方位向PSLR/<br>dB | 方位向ISLR/<br>dB | 方位向分辨率/<br>cm |
|------|----------------|----------------|---------------|
| 经典算法 | -11.13         | -8.52          | 3.65          |
| 新算法  | -13.32         | -11.55         | 3.32          |

| 方法   | 距离向PSLR/<br>dB | 距离向ISLR/<br>dB | 距离向分辨率/<br>cm |
|------|----------------|----------------|---------------|
| 经典算法 | -13.13         | -11.09         | 3.80          |
| 新算法  | -13.13         | -11.11         | 3.80          |

良好。对比图8(a)、8(b)可以发现,经过运动补偿后,成像结果得到显著改善,证明了本文所提方法能够简单、有效地对平台运动误差进行补偿。

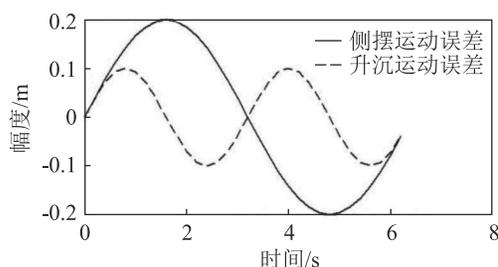


图7 平台运动误差曲线  
Fig.7 Platform motion error curves

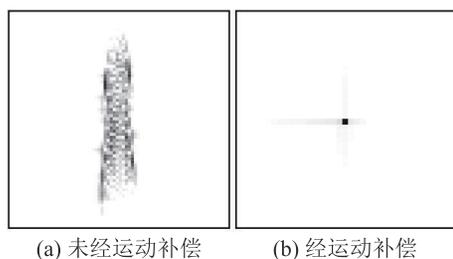


图8 平台运动误差补偿有无的点目标成像结果对比  
Fig.8 Comparison of point target imaging results with and without platform motion error compensation

## 4 结论

本文将因流程简单、适应性好而广泛应用于合成孔径雷达成像中的PFA算法引入到聚束SAS成像中,利用场景中心点的精确距离史来完成算法中的运动补偿步骤,并针对残留的系统空变相位误差,在图像域进行分块自聚焦处理,两者结合有效地补偿了因等效相位中心假设带来的系统误差。仿真结果表明,本文所提方法中的分块自聚焦处理能很好地补偿非中心点残余相位误差,改善目标响应特性。该方法易与运动补偿相结合,能有效地补偿平台运动误差,可用于大运动误差下的成像处理。本文所提方法对斜视成像也有着较好的鲁棒性,在大斜视情况下也能获得良好的聚焦效果。

本文所提方法提高了PFA算法的多子阵SAS数据处理精度,且易与运动补偿相结合,能够很好地适用于多子阵聚束SAS,对聚束式合成孔径声呐技术的更好应用有一定的参考价值。

## 参 考 文 献

- [1] CARRARA W, GOODMAN R, MAJEWSKI R. Spotlight synthetic aperture radar: signal processing algorithms[M]. Boston: Artech House, 1995.
- [2] 陈晓鹏,周利生. 掩埋小目标声探测技术研究[J]. 声学技术, 2012, 31(1): 30-35.  
CHEN Xiaopeng, ZHOU Lisheng. Review of current status of buried-object detection techniques[J]. Technical Acoustics, 2012, 31(1): 30-35.
- [3] 刘昊,刘维,刘纪元. 合成孔径成像中掩埋目标的深度误差分析[J]. 声学技术, 2015, 34(3): 214-218.  
LIU Hao, LIU Wei, LIU Jiyuan. The depth error analysis in synthetic aperture sonar imaging of buried target[J]. Technical Acoustics, 2015, 34(3): 214-218.
- [4] 徐江,唐劲松,张春华,等. 多子阵合成孔径声呐逐点成像算法[J]. 信号处理, 2003, 19(2): 157-160.  
XU Jiang, TANG Jinsong, ZHANG Chunhua, et al. Multi-aperture synthetic aperture sonar imaging algorithm[J]. Signal Processing, 2003, 19(2): 157-160.
- [5] ZHANG X B, DAI X T, YANG B. Fast imaging algorithm for the multiple receiver synthetic aperture sonars[J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2018, 12(11): 1276-1284.
- [6] 刘纪元. 合成孔径声呐技术研究进展[J]. 中国科学院院刊, 2019, 34(3): 283-288.  
LIU Jiyuan. Advancement of synthetic aperture sonar technique[J]. Bulletin of Chinese Academy of Sciences, 2019, 34(3): 283-288.
- [7] 吕金华,唐劲松,吴浩然. 一种基于MSR的中等斜视多子阵合成孔径声呐距离多普勒算法[J]. 声学技术, 2020, 39(3): 354-359.  
LYU Jinhua, TANG Jinsong, WU Haoran. A MSR based range Doppler algorithm for the moderate squint multi-aperture synthetic aperture sonar[J]. Technical Acoustics, 2020, 39(3): 354-359.
- [8] 张友文,孙大军,田坦. 基于Chirp Scaling成像算法的高分辨率聚束式合成孔径声呐[J]. 声学技术, 2006, 25(4): 271-275.  
ZHANG Youwen, SUN Dajun, TIAN Tan. A chirp scaling algorithm for high-resolution spotlight synthetic aperture sonar imaging[J]. Technical Acoustics, 2006, 25(4): 271-275.
- [9] 毛新华,朱岱寅,叶少华,等. 一种基于图像后处理的极坐标格式算法波前弯曲补偿方法[J]. 电子学报, 2010, 38(1): 244-250.  
MAO Xinhua, ZHU Daiyin, YE Shaohua, et al. Image domain space-variant post-processing for wavefront curvature correction in polar format spotlight SAR image[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(1): 244-250.
- [10] 丁岚,毛新华,朱岱寅. 基于二维空变滤波的PFA波前弯曲误差补偿[J]. 航空学报, 2015, 36(2): 605-613.  
DING Lan, MAO Xinhua, ZHU Daiyin. Polar format algorithm wavefront curvature error compensation using 2Dspace-variant post-filtering[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(2): 605-613.
- [11] DOERRY A. Wavefront curvature limitations and compensation to polar format processing for synthetic aperture radar images.[R]. Office of Scientific and Technical Information (OSTI), 2006.
- [12] DOERRY A W. Wavefront curvature limitations and compensation to polar format processing for synthetic aperture radar images[R]. New Mexico:Sandia National Laboratories, 2007.