引用格式：姚舟磊, 于晓林, 许伟杰. Pekeris波导环境中的水下运动声场仿真研究[J]. 声学技术, 2023, **42**(6): 718-725. [YAO Zhoulei, YU Xiaolin, XU Weijie. Sound field simulation study of an underwater moving source in the Pekeris waveguide[J]. Technical Acoustics, 2023, **42**(6): 718-725.] **DOI**: 10.16300/j.cnki.1000-3630.2023.06.003

Pekeris波导环境中的水下运动声场仿真研究

姚舟磊[1,2]，于晓林[1]，许伟杰[1]
(1. 中国科学院声学研究所东海研究站，上海 201815；2. 中国科学院大学，北京 100049)

摘要：对Pekeris波导环境中水下运动声源的声场进行了研究。将Pekeris波导中数值稳定的波数积分解和一维近似的波数积分方法运用于求解运动声源的声场。推导了运动声源声场的二维波数积分表达式，给出一维近似解，并在计算深度格林函数时引入数值稳定的计算方法。在仿真实验中，首先在自由空间条件下验证了一维近似的波数积分方法的准确性；再结合Pekeris波导中数值稳定的波数积分方法来分析运动声源的声场特性。通过改变波导和声源、接收器条件仿真研究Pekeris波导中运动声源声场的频率展宽和频移特性。

关键词：波数积分；运动声源；Pekeris波导；数值稳定解法

中图分类号：O427　　**文献标志码：**A　　**文章编号：**1000-3630(2023)-06-0718-08

Sound field simulation study of an underwater moving source in the Pekeris waveguide

YAO Zhoulei[1,2], YU Xiaolin[1], XU Weijie[1]
(1. *Shanghai Acoustics Laboratory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai* 201815, *China*;
2. *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100049, *China*)

Abstract: The sound field of an underwater moving source in the Pekeris waveguide environment is studied in this paper. A numerically stable wavenumber integration solution and the one-dimensional approximate wavenumber integration method are applied to solving the sound field of a moving source in the Pekeris waveguide. The two-dimensional wavenumber integral expression of the moving source is deduced, and the one-dimensional approximate solution is given. A numerically stable calculation method is introduced in the calculation of the depth Green's function. In the simulation experiment, the accurateness of the one-dimensional approximate wavenumber integration method is first verified under free space conditions. Combined with the numerically stable wavenumber integration method in the Pekeris waveguide, the sound field characteristics of a moving point source are simulated and analyzed. The frequency broadening and frequency shifting characteristics of the sound field of the moving source in the Pekeris waveguide are investigated by changing the waveguide and the source and receiver conditions.

Key words: wavenumber integration; moving sound source; Pekeris waveguide; numerically stable solution

0　引 言

Pekeris波导是Pekeris提出的由一个均匀海水层和一个液体半无限空间组成的波导环境[1]。Pekeris波导可以看作是浅海环境的一个合理的简化模型，研究该模型中的声传播问题具有重要的理论和实际意义[2-3]。

波数积分方法是声场建模的主要方法之一，适用于水平分层的波导环境。Pekeris[1]在1948年首次将波数积分方法引入到水声学中，利用波数积分方法来处理Pekeris波导中的声传播问题。骆文于等[4]通过合理的归一化，提出了一种数值稳定的波数积分方法。

国内学者对水下静止声源的声场已有较多的研究[5-7]，但对运动声源的声场研究较少。如今鱼雷等水下武器装备的运动速度能达到80 m·s^{-1}[8]，这对水下目标跟踪提出了更高的要求。对水下运动声源的声场研究能为声呐测速和测距提供理论基础，具有现实意义。国外对水下运动声源的声场特性研究已有不少成果，但多数是用简正波方法[9-10]和射线方法[11]进行分析。Schmidt等[12]给出了水平不变环境中声源和接收器联合运动时的波数积分和简正波表达式，并用修改的SAFARI模型进行仿真。

本文对Pekeris波导中的运动声源声场进行分析，给出运动声源二维波数积分的一维近似表示，

收稿日期: 2022-07-01; **修回日期:** 2022-09-06
作者简介: 姚舟磊(1997—), 男, 浙江舟山人, 硕士研究生, 研究方向为水声物理。
通信作者: 于晓林, E-mail: yuxiaolin@mail.ioa.ac.cn

并利用文献[4]提出的数值稳定波数积分方法对声场进行求解。首先在自由空间验证了近似的一维波数积分表示的准确性，再分析Pekeris波导中运动声源的声场特性。

1　理论推导

1.1　Pekeris波导中运动声源的波数积分解

Pekeris波导环境示意图如图1所示，海水的密度和声速为ρ_1, c_1,海水深度为D，海底的密度和声速为ρ_2, c_2。声源为单频点源，以速度v_s匀速运动。由于声源的运动会破坏柱面的对称性，因此引入笛卡尔坐标系。

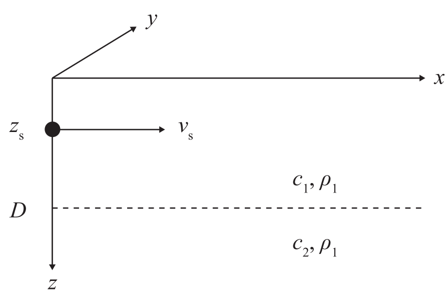


图1　Pekeris波导环境示意图

Fig.1　Schematic diagram of Pekeris waveguide environment

为了计算方便，令$x-y$平面为海平面且x轴正方向为声源运动方向，在$t=0$时刻声源正处于z轴，位置记为$(0,0,z_s)$。该声源满足如下的波动方程[9]：

$$\nabla^2\psi(x,y,z,t)-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi(x,y,z,t)}{\partial t^2}=-4\pi\delta(y)\delta(z-z_s)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Omega t} \tag{1}$$

式中：ψ表示t时刻的声压，Ω为声源的圆频率，δ函数为狄拉克函数。利用傅里叶变换对：

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\,\mathrm{d}t \tag{2}$$

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(\omega)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\,\mathrm{d}\omega \tag{3}$$

可以得到运动点源波动方程对应的亥姆霍兹(Helmholtz)方程：

$$(\nabla^2+k^2)\psi(x,y,z,\omega)=-4\pi\delta(y)\delta(z-z_s)\times\int_{-\infty}^{\infty}\delta(x-v_s t)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\omega-\Omega)t}\mathrm{d}t \tag{4}$$

式中：$k=\omega/c$，是频率ω对应的波数。

使用二维空间傅里叶变换可将Helmholtz方程在空间-波数域上进行转换，其中x域的傅里叶变换对为

$$F(k_x)=\int_{-\infty}^{\infty}f(x)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}k_x x}\mathrm{d}x \tag{5}$$

$$f(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(k_x)\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_x x}\mathrm{d}k_x \tag{6}$$

对式(4)进行空间傅里叶变换可将x域转换到k_r波数域：

$$\left(k^2-k_x^2+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\psi(k_x,y,z,\omega)=-4\pi\delta(y)\delta(z-z_s)\times\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(x-v_s t)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega-\Omega)t}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}k_x x}\mathrm{d}x\mathrm{d}t \tag{7}$$

利用δ函数的性质可对式(7)进行化简，可以得到：

$$\left(k^2-k_x^2+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\psi(k_x,y,z,\omega)=-8\pi^2\delta(y)\delta(z-z_s)\delta(\omega-\Omega-k_x v_s) \tag{8}$$

再将式(8)从y域变换到k_y域可得：

$$\left(k^2-k_x^2-k_y^2+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\psi(k_x,k_y,z,\omega)=-8\pi^2\delta(z-z_s)\delta(\omega-\Omega-k_x v_s) \tag{9}$$

式(9)是三维笛卡尔坐标系下运动点源深度分离的波动方程，其解的表达式为

$$\psi(k_x,k_y,z,\omega)=4\pi^2\delta(\omega-\Omega-k_x v_s)G(k_x,k_y,z,\omega) \tag{10}$$

其中：$G(k_x,k_y,z,\omega)$是频率为ω时的深度格林函数。对式(10)进行傅里叶逆变换就能得到声场的时域解：

$$\psi(x,y,z,t)=\left(\frac{1}{2\pi}\right)^3\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\psi(k_x,k_y,z,\omega)\times\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_x x}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}k_y y}\mathrm{d}\omega\mathrm{d}k_x\mathrm{d}k_y \tag{11}$$

将式(11)代入式(10)并化简，可得：

$$\psi(x,y,z,t)=\frac{1}{2\pi}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Omega t}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_x(x-v_s t)}\int_{-\infty}^{\infty}G(k_x,k_y,z,\Omega+k_x v_s)\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_y y}\mathrm{d}k_y\,\mathrm{d}k_x \tag{12}$$

式(12)为运动点源声场的二维波数积分解。式(12)中的双重积分一般只能通过数值方法求解，而在远场的情况下，为了提高解的精度需要增大水平波数k_x、k_y的采样数量，但会大大增加运算时间。

因此在远场条件下，假设声源与接收器都位于$x-z$平面，且声源与接收器的水平距离远大于垂直距离，可认为声源与接收器距离是匀速变化的。利用稳相法[16]可将式(12)的二维波数积分解近似为远场条件下的一维波数积分：

$$\psi(x,z,t)=\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Omega t}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\pi R(t)}}\times\int_0^{\infty}G(k_x,z,\Omega\pm k_x v_s)\sqrt{k_x}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_x R(t)}\mathrm{d}k_x \tag{13}$$

式中：$\Omega\pm k_x v_s$表示声源运动产生的多普勒频移对深度格林函数造成的影响，当声源靠近接收器时多

普勒频移大于0，符号为正；相反当声源远离接收器时取负号。式中$R(t)=R_0\mp v_s t$为t时刻时声源与接收器的水平距离，R_0为$t=0$时声源与接收器的初始水平距离，当声源接近接收器时取负号，声源远离接收器时取正号。

1.2　数值稳定格林函数的表示

式(10)中的深度格林函数为自由场非齐次Helmholtz方程的一个特解与对应满足Pekeris波导边界条件的齐次方程的通解之和。Pekeris波导中，在海水层存在上行波和下行波，上行波幅度记为A_1^+，下行波幅度记为A_1^-；海底由于是半无限空间，只存在下行波，幅度记为A_2^+。海水中的深度格林函数记为ψ_1，海底的深度格林函数为ψ_2。根据海面与海底边界处压力连续和质点法向振速连续可得到三个边界条件：

$$\psi_1(k_r,0)=0 \tag{14}$$

$$\left.\frac{\partial\psi_1}{\partial z}\right|_{z=D}=\left.\frac{\partial\psi_2}{\partial z}\right|_{z=D} \tag{15}$$

$$\rho_1\psi_1\big|_{z=D}=\rho_2\psi_2\big|_{z=D} \tag{16}$$

在之前的研究中，文献[13]和文献[14]给出了两种Pekeris波导中点源声场的深度分离格林函数表达式：

$$\begin{cases}\psi_1(k_r,z)=S_\omega\dfrac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_{z,1}|z-z_s|}}{4\pi\mathrm{i}k_{z,1}}+A_1^+(k_r)\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_{z,1}z}+\\ \qquad A_1^-(k_r)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}k_{z,1}z}\quad,0\leqslant z\leqslant D\\ \psi_2(k_r,z)=A_2^+(k_r)\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_{z,2}(z-D)},z>D\end{cases} \tag{17}$$

$$\begin{cases}\psi_1(k_r,z)=S_\omega\dfrac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_{z,1}|z-z_s|}}{4\pi\mathrm{i}k_{z,1}}+A_1^+(k_r)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}k_{z,1}(z-D)}+\\ \qquad A_1^-(k_r)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}k_{z,1}z}\quad,0\leqslant z\leqslant D\\ \psi_2(k_r,z)=A_2^+(k_r)\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_{z,2}(z-D)},z>D\end{cases} \tag{18}$$

式中：k_1、k_2为海水和海底的波数，$k_{z,1}$为海水中的垂直波数，满足$k_{z,1}^2=k_1^2-k_r^2$；$k_{z,2}$为海水中的垂直波数，满足$k_{z,2}^2=k_2^2-k_r^2$，k_r为水平波数，S_ω为声源强度。

文献[4]指出，式(17)和式(18)理论上是正确的，但是在求解待定系数矩阵方程时，由于上下行波选取的参考点不合理，导致在实际仿真中系数矩阵容易产生数值溢出的情况，会使求解得到的深度格林函数不稳定。文献[4]通过合理的归一化，将深度格林函数表示为

$$\begin{cases}\psi_1(k_r,z\dfrac{1}{2})=S_\omega\dfrac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_{z,1}|z-z_s|}}{4\pi\mathrm{i}k_{z,1}}+A_1^+(k_r)\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_{z,1}z}+\\ \qquad A_1^-(k_r)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}k_{z,1}(z-D)},0\leqslant z\leqslant D\\ \psi_2(k_r,z)=A_2^+(k_r)\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_{z,2}(z-D)}\quad,z>D\end{cases} \tag{19}$$

代入边界条件(14)~(16)，可得线性方程组：

$$\begin{bmatrix}1 & \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_{z,1}D} & 0\\ k_{z,1}\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_{z,1}D} & -k_{z,1} & -k_{z,2}\\ \rho_1\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_{z,1}D} & \rho_1 & -\rho_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}A_1^+\\ A_1^-\\ A_2^+\end{bmatrix}=\frac{\mathrm{i}S_\omega}{4\pi k_{z,1}}\begin{bmatrix}\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_{z,1}z_s}\\ k_{z,1}\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_{z,1}(D-z_s)}\\ \rho_1\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_{z,1}(D-z_s)}\end{bmatrix} \tag{20}$$

通过求解式(20)中的方程组，可得到Pekeris波导中数值稳定的深度格林函数，在计算过程中再将频率替换成由声源运动所产生的多普勒频移$\Omega\pm k_x v_s$并代入式(13)，便可得到运动声源数值稳定的一维时域波数积分近似解。

2　仿真算例

第1节给出了运动点源声场的二维波数积分解。但由于二维解的计算量较大，因此在远场情况下引入一定的假设，将解近似为一维波数积分解。本节先模拟自由空间下运动点源的声场，通过对比远场条件下的一维波数积分解与解析解，来验证式(13)的准确性；再根据式(13)和式(20)的方程组对Pekeris波导环境下的水下运动声源的声场进行研究。

2.1　运动声源声场一维波数积分数值解的验证

自由空间中单频运动点源所产生的声场存在解析解。假设点源频率为f_0，以速度v沿x轴匀速运动，$t=0$时刻位于原点，则声场解析解为[15]

$$\psi(x,y,z,t)=\frac{1}{R'}\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi f_0(t-\frac{R}{c})} \tag{21}$$

其中：

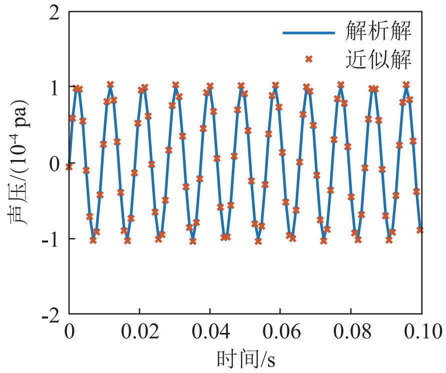
$$R'=\sqrt{(x-vt)^2+(1-M^2)(y^2+z^2)} \tag{22}$$

$$R=\frac{M(x-vt)+R'}{1-M^2} \tag{23}$$

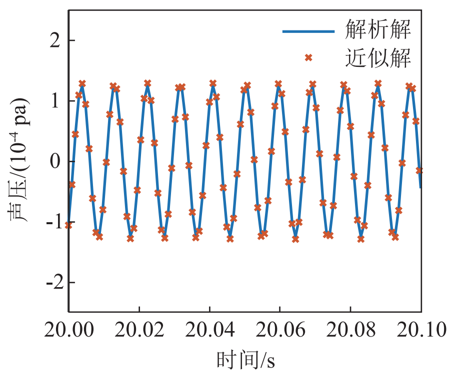
式中：M为声源运动速度v与介质声速c的比v/c。

模拟自由空间参数如下：空间的介质声速为1 500 m·s^{-1}，介质密度为1 000 kg·m^{-3},运动点源的频率为100 Hz，从原点(0, 0, 0)开始沿x轴正方向、以100 m·s^{-1}速度匀速运动，接收器坐标为(10 000, 0, 50)。

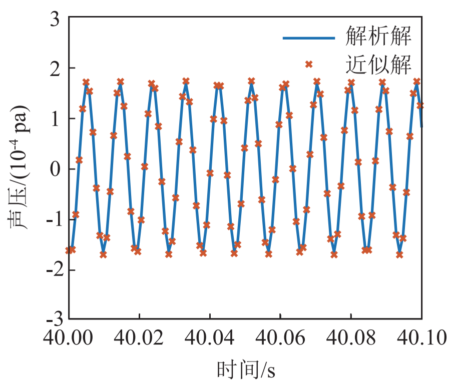
图2(a)、图2(b)、图2(c)分别是在0、20、40 s时计算解析解和数值解得到的声压幅值，对应的是声源与接收器距离10、8和6 km的时刻。图2(d)是0~80 s接收器接收声压级的变化曲线。图2(d)中解析解与数值解得到的声压级变化曲线吻合，误差为0.3 dB左右。图2中蓝色实线是解析解，黄点是式



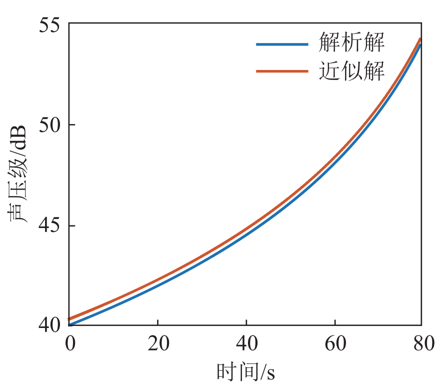
(a) 0时接收信号波形，对应距离10 km



(b) 20 s时接收信号波形，对应距离8 km



(c) 40 s时接收信号波形，对应距离6 km



(d) 0~80 s接收器声压级对比

图2　不同时刻的接收波形和接收声压级的解析解与数值解对比

Fig.2　Comparison between analytical and numerical solutions of the received waveforms and sound pressure levels at different times

(13)计算的数值解。可以看出在自由空间中，声源与接收器相距较远的远场条件下，一维波数积分数值解和解析解的计算结果符合的比较好。

因此，在远场条件下，一维波数积分的数值解的精度较高，能满足运动声源声场的计算。在自由空间下运动声源多普勒频移的理论值为

$$f(t)=\frac{f_0}{1-\dfrac{v_s\cos\theta(t)}{c}} \tag{24}$$

式中：f_0为声源的频率，$\theta(t)$为t时刻声源、接收器连线方向与声源运动方向的夹角。当水平距离远大于垂直距离时可忽略角度θ的影响，计算得到距离较远时的多普勒频移理论值为107.14 Hz。图3对比了0~99 s接收信号解析解、近似解的瞬时频率和上式计算得到的多普勒频移理论值，可以看到接收信号的瞬时频率与理论值吻合较好。

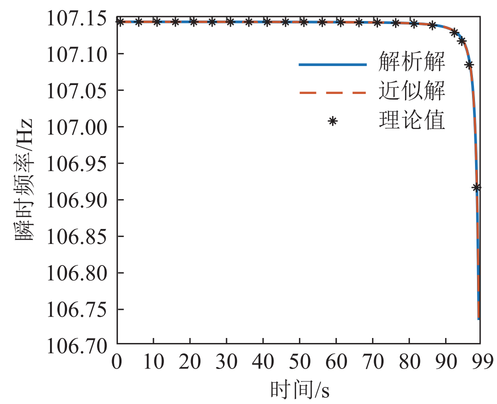


图3　信号瞬时频率解析解、近似解和理论值的对比

Fig.3　Comparison of the analytical and approximate solutions of signal instantaneous frequency and the theoretical values

2.2　Pekeris波导运动声源数值稳定解的仿真

将Pekeris波导中数值稳定深度格林函数代入式(13)，并进行数值仿真。Pekeris波导仿真环境如图4所示，其中海水声速为1 500 m·s^{-1}，密度为1 000 kg·m^{-3}，海深为100 m，海底声速为1 800 m·s^{-1}，密度为1 800 kg·m^{-3}，海底的吸收系数为0.2 dB·λ^{-1}。在初始时刻声源位于z轴，深度为36 m，坐标为(0, 0, 36)。声源频率为50 Hz，以100 m·s^{-1}速度沿x轴正方向运动。接收器深度为46 m，与声源水平距离10 000 m，坐标为(10 000, 0, 46)。

当声源静止时，直接求解式(20)中的方程组得到该波导环境下静止声源的深度格林函数的幅度，结果如图5所示。用KRAKENC声场仿真软件仿真该波导环境，计算得到该波导环境共会产生4阶简正波。表1是图5的4个峰值幅度对应的波数k_x与KRAKENC求解得到的各阶简正波水平波数值。表1显示该波导环境下静止声源的深度格林函数峰值

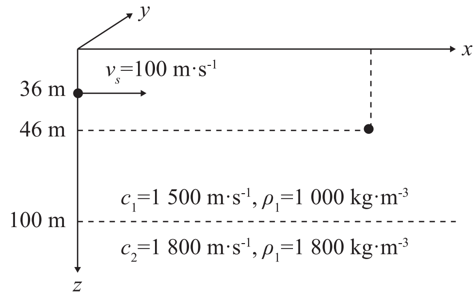


图4　Pekeris波导环境的仿真

Fig.4　Simulation of Pekeris waveguide environment

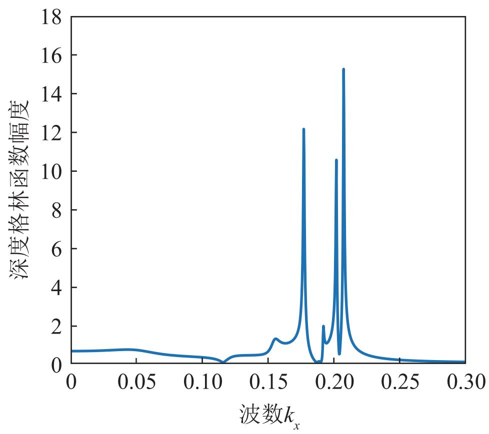


图5　静止声源的深度格林函数幅度

Fig.5　The amplitudes of the depth Green's function for the stationary sound source

表1　各阶简正波水平波数与深度格林函数峰值对应波数对比

Table 1　Comparison of the horizontal wavenumber of each order of normal waves and the corresponding peak wavenumber of depth Green's function

简正波号数	各阶简正波水平波数	深度格林函数峰值对应波数
1	0.177 295	0.177 261
2	0.192 098	0.192 148
3	0.202 059	0.202 124
4	0.207 653	0.207 649

对应的波数与各阶简正波的水平波数相符合。

当声源运动时，深度格林函数需要加上多普勒频移，即式(13)中的$\Omega \pm k_x v_s$，当声源靠近接收器时取负号，远离接收器时取正号。图6是该波导环境下声源不同运动状态时深度格林函数的幅值，其中实线是声源静止时的深度格林函数的幅值，虚线是声源以100 m·s^{-1}速度远离接收器时深度格林函数的幅值，点划线是以100 m·s^{-1}速度接近接收器时深度格林函数的幅值。由图6可以看出，当声源接近接收器时多普勒频移使深度格林函数峰值对应的波数增大；声源远离接收器时深度格林函数的峰值波数减小。

求解式(13)得到时间区间为0~80 s时接收声压信号的波形，结果如图7所示。其中蓝线是声源静止时的接收信号波形，红线是声源以100 m·s^{-1}速度

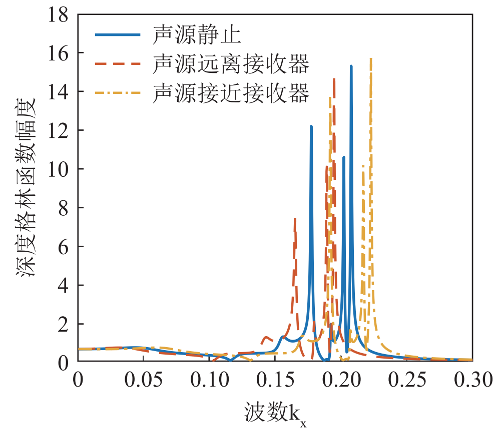


图6　声源不同运动状态时深度格林函数的幅度

Fig.6　Amplitudes of the depth Green's function under different motion states of a sound source

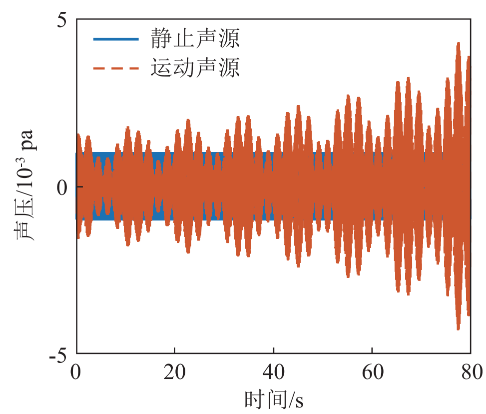


图7　在0~80 s时间内的接收波形

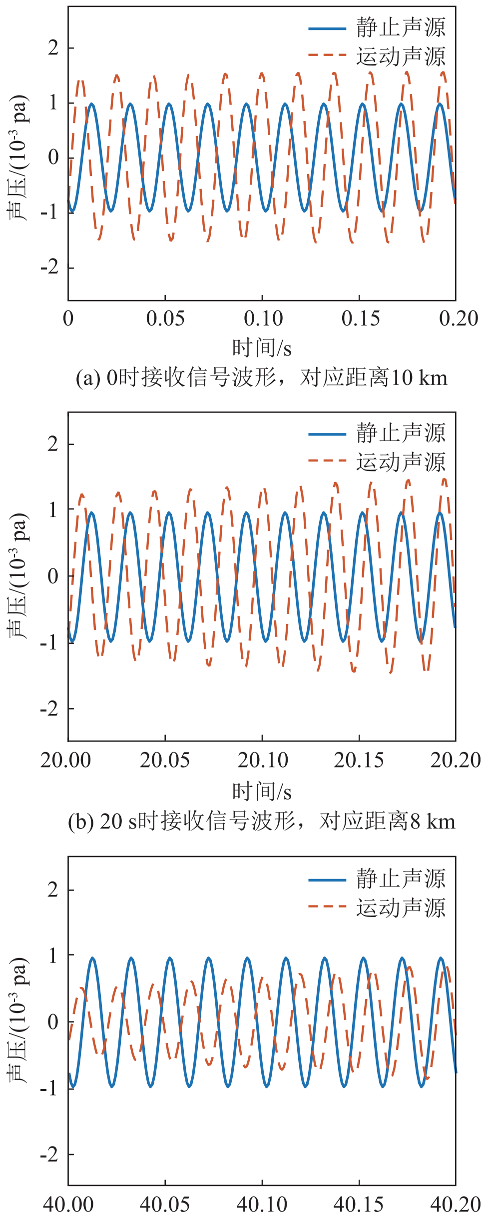
Fig.7　The received waveform from 0 to 80 s

匀速靠近接收器时接收的信号。

图8(a)~8(c)分别对应0、20、40 s时刻接收器的声压时域波形。由图8可以看出，由于声源与接收器水平距离随时间发生变化，接收声压的幅度会发生起伏，并随着声源的接近幅度增大。由于声源向接收器运动产生多普勒频移，接收信号的频率大于声源静止时接收信号的频率。

在浅海Pekeris波导中，声源产生的声波会沿不同的路径到达接收器，除了直达声波外，还存在经过海面和海底多次反射后的声波。由于声源的运动，不同传播路径的声波会产生不同的多普勒频移，2.1节的多普勒频移求解公式仅适用于对直达声波的求解。

图9为计算得到声源通过接收器正上方的50~150 s时间区间接收信号的瞬时频率与直达声波的多普勒频移理论值的比较，可以看到当声源靠近接收器时接收信号频率大于原始频率，远离时小于原始频率。由于直达声波具有最大的多普勒频移，沿其他路径传播的声波多普勒频移小于直达声波，因此当声源接近接收器时仿真得到接收信号的瞬时频



(a) 0时接收信号波形，对应距离10 km

(b) 20 s时接收信号波形，对应距离8 km

(c) 40 s时接收信号波形，对应距离6 km

图8　不同时刻浅海Pekeris波导接收信号的时域波形

Fig.8　Received signal waveforms in the shallow-sea Pekeris waveguide environment at different times

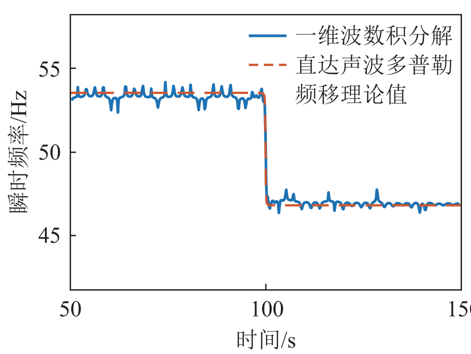
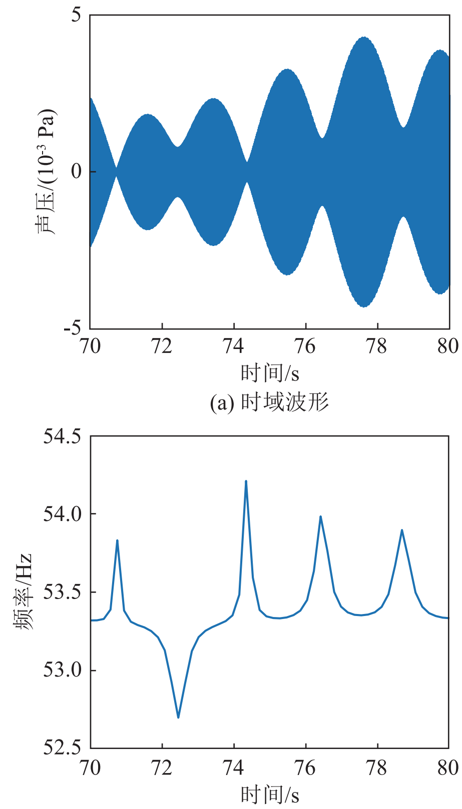


图9　一维波数积分解得到的信号瞬时频率与理论值对比

Fig.9　Comparison between the signal instantaneous frequency obtained by the one-dimensional wavenumber integration solution and the theoretical value

率略小于直达声波的多普勒频移。由于在Pekeris波导中运动声源与接收器的水平距离随时间发生变化，接收信号的幅度会随时间发生起伏。在幅度较小处的瞬时频率会发生较大的变化，因此在图8中可以看到计算得到的瞬时频率存在突变。

截取并放大70~80 s时刻的时域波形和瞬时频率，如图10所示。由图10中的仿真结果可以看到瞬时频率突变的时刻与波形幅度极小值相吻合。



(a) 时域波形

(b) 瞬时频率

图10　在70~80 s时间内接收信号的时域波形和瞬时频率

Fig.10　Time domain waveform and instantaneous frequency of the received signal from 70 to 80 s

对0~80 s的接收信号进行傅里叶变换得到接收信号的频谱，如图11所示。可以看到接收信号的

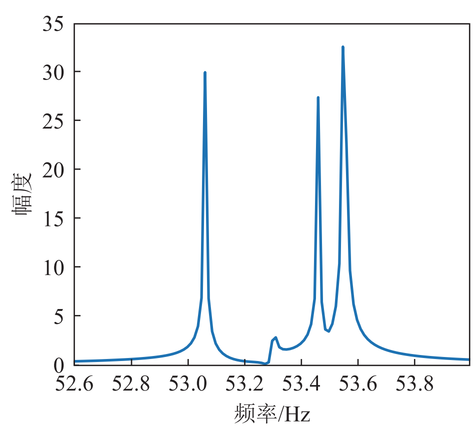


图11　在0~80 s时间内接收信号频谱

Fig.11　The spectrum of the received signal from 0 to 80 s

频谱有多个谱峰，这是由于Pekeris波导中存在多途效应，声波沿多条路径到达接收器。通过KRAKENC模拟得到该波导环境下50 Hz的声源会产生4阶简正波，不同的简正波有不同的相速度，因此也就有不同的多普勒频移[9]，当声源的运动轨迹通过接收器的正上方，各阶简正波的频移不会发生改变，因此接收的信号为多个单频信号，在图11中显示了多个谱峰，谱峰的位置是由波导条件决定的。

改变接收器的深度，并计算接收信号的频谱，得到的结果如图12所示，图中橙色虚线和紫色点划线分别为接收器在66 m、86 m深度时接收信号的频谱。可以看到谱峰的高低发生了变化，但是对应的频率并没有改变。将声源频率改为35 Hz，接收信号的频谱如图13所示。利用Krakenc计算该波导环境的简正波函数，可以得到3阶简正波，与图13中的3个谱峰相对应。

目前水下航行器和水下武器的运行速度还难以达到100 m·s^{-1}，因此在相同波导环境下对相对

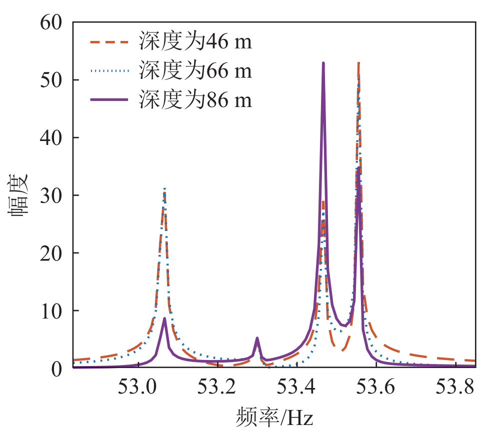


图12　不同深度接收信号的频谱

Fig.12　Spectrums of the received signals at different depths

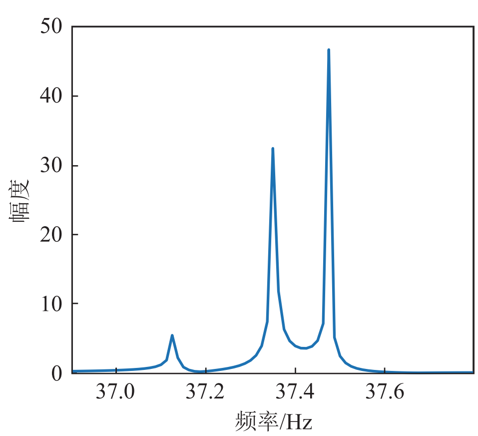
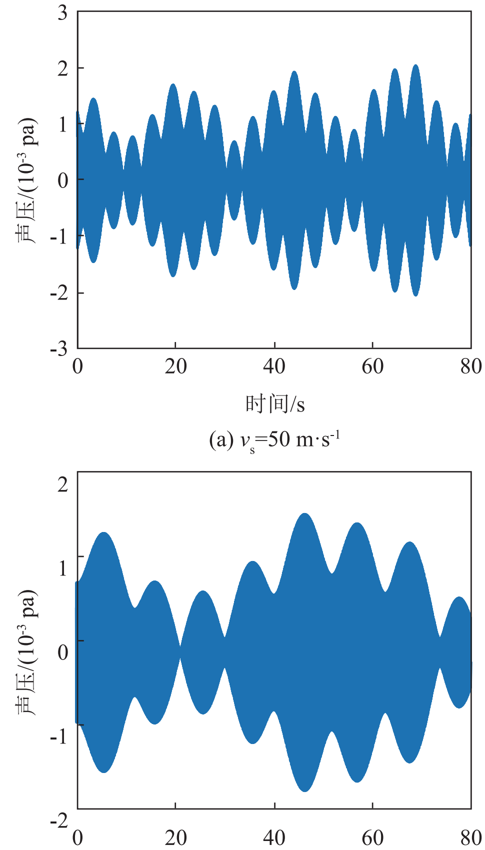


图13　声源频率为35 Hz时接收信号的频谱

Fig.13　The spectrum of the received signal at the sound source frequency of 35 Hz

低速运动的声源进行仿真。声源声速为50 m·s^{-1}和20 m·s^{-1}时仿真得到0~80 s接收器接收信号的时域波形如图14所示。与图7相比，声源运动速度减小，接收信号幅度的变化速度也变缓。

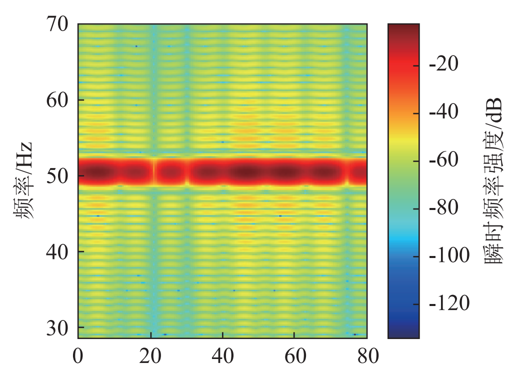


(b) v_s=20 m·s^{-1}

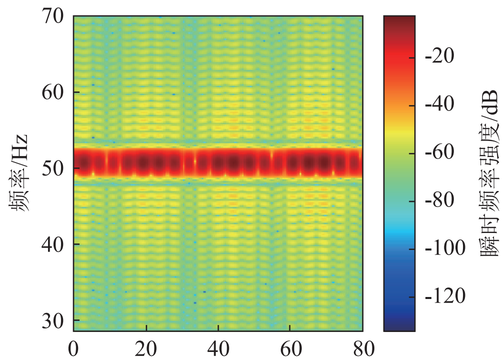
图14　声源不同速度运动时接收器的时域波形

Fig.14　The time domain waveforms of the received signals when the sound source moves at different speeds

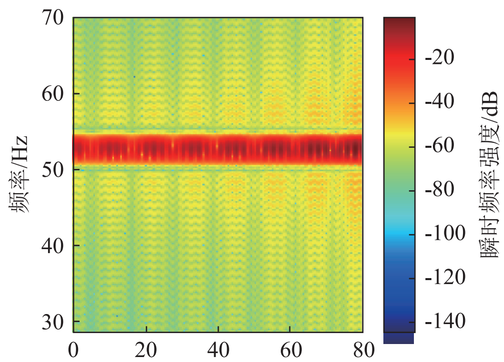
图15为不同运动速度时接收信号的时频图，可以看到当声源运动速度减小时，接收信号的多普勒频移也会减小。从图15中的颜色深浅变化也能看出速度越快接收信号变化得越快。



(a) v_s=20 m·s^{-1}



(b) v_s=50 m·s^{-1}



(c) v_s=100 m·s^{-1}

图15　声源不同速度运动时接收信号的时频图

Fig.15　Time-frequency diagrams of the received signals when the sound source moves at different speeds

3　结 论

本文为求解Pekeris波导中运动声源的声场提供一种新思路，将Pekeris波导中静止声源的数值稳定波数积分解应用到运动声源的声场分析中。在仿真实验中，验证了二维波数积分的一维近似数值解的正确性，并仿真分析了Pekeris波导下运动的单频点源产生的声场。波数积分方法是直接数值求积分的方法，本文只在远场条件下引入较小的误差。利用数值稳定的计算方法来求解运动声源的深度格林函数，不存在数值溢出的问题。因此本文的方法可以作为研究Pekeris波导中运动单频点源的远场特性的参考模型来应用。

参　考　文　献

[1] PEKERIS C L. Theory of propagation of explosive sound in shallow water[M]//Geological Society of America Memoirs: Geological Society of America, 1948: 1-116.

[2] ZHANG Z Y, TINDLE C T. Complex effective depth of the ocean bottom[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1993, **93**(1): 205-213.

[3] FAWCETT J A. A method of images for a penetrable acoustic waveguide[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2003, **113**(1): 194-204.

[4] 骆文于, 于晓林, 张仁和. 一种可稳定计算Pekeris波导中声场的波数积分方法[J]. 声学学报, 2016, **41**(3): 321-329.
LUO Wenyu, YU Xiaolin, ZHANG Renhe. A wave number integration method for stable calculation of sound field in Pekeris waveguide[J]. Acta Acustica, 2016, **41**(3): 321-329.

[5] 贾锋超. 浅海水下声源辐射声场[J]. 舰船科学技术, 2015, **37**(1): 79-83.
JIA Fengchao. Shallow Sea underwater sound radiation sound field research[J]. Ship Science and Technology, 2015, **37**(1): 79-83.

[6] 徐传秀. 基于抛物方程近似的三维声场建模与快速计算方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2017.
XU Chuanxiu. Research on 3D sound field modeling and fast calculation method based on parabolic equation approximation[D].Harbin: Harbin Engineering University, 2017.

[7] 朱军, 祝捍皓, 屈科, 等. 声速分布对浅海低频声场空间相关的影响研究[J]. 声学技术, 2019, **38**(4): 376-381.
ZHU Jun, ZHU Hanhao, QU Ke, et al. Influences of velocity profiles on the spatial correlation of low-frequency sound field in shallow water[J]. Technical Acoustics, 2019, **38**(4): 376-381.

[8] 杨娟. 水下动目标被动跟踪关键技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2007.
YANG Juan. Research on key technologies of passive tracking of underwater moving targets[D].Harbin: Harbin Engineering University, 2007.

[9] HAWKER K E. A normal mode theory of acoustic Doppler effects in the oceanic waveguide[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1979, **65**(3): 675-681.

[10] Lim P H, Ozard J M. On the underwater acoustic field of a moving point source. II. Range-dependent environment[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1994, **95**(1): 138-151.
LIM P H, OZARD J M. On the underwater acoustic field of a moving point source. II. Range-dependent environment[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1994, **95**(1): 138-151.

[11] BULDYREV V S. Sound field of a source moving in an inhomogeneous layer on a homogeneous halfspace[J]. Journal of Soviet Mathematics, 1990, **50**(4): 1702-1711.

[12] SCHMIDT H, KUPERMAN W A. Spectral and modal representations of the Doppler-shifted field in ocean waveguides[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1994, **96**(1): 386-395.

[13] Jensen F B, Kuperman W A, Porter M B, et al. Computational ocean acoustics. 1st Ed[M]. Springer Science & Business Media, 2000.

[14] JENSEN F B, KUPERMAN W A, PORTER M B, et al. Computational Ocean Acoustics[M]. New York, NY: Springer New York, 2011.

[15] (美)莫尔斯, (美)英格特, 著. 理论声学-下册[M]. 杨训仁, 等译. 北京: 科学出版社, 1986.

[16] 李家春, 周显初. 数学物理中的渐近方法[M]. 北京: 科学出版社, 1998.