

遗传算法在分数阶 Fourier 变换域极值优化中的应用

邵云生¹, 傅寅锋¹, 卫红凯²

(1. 驻上海地区水声导航系统军事代表室, 上海 201108; 2. 海军工程大学电子工程学院, 武汉 430033)

摘要: 分数阶 Fourier 变换采用线性调频基, 因此, 线性调频(Linear Frequency Modulation, LFM)信号在分数阶 Fourier 域平面能够聚焦, 并形成峰值。为了克服传统步进式搜索法在 LFM 信号峰值搜索中效率低下的缺点, 将遗传算法引入到分数阶 Fourier 变换极值搜索中。仿真结果表明, 该方法优于传统的步进式搜索法。

关键词: 遗传算法; 分数阶 Fourier 变换; 极值优化

中图分类号: TJ630

文献标示码: A

文章编号: 1000-3630(2010)-05-0548-03

DOI 编码: 10.3969/j.issn1000-3630.2010.05.020

Application of genetic algorithm in fractional Fourier domain for extremum searching

SHAO Yun-sheng¹, FU Yin-feng¹, WEI Hong-kai²

(1. Military Representative Office in the Shanghai Area of Underwater Acoustic Navigation System, Shanghai 201108, China;
2. Electronic Engineering College, Navy Engineering University, Wuhan 430033, China)

Abstract: The linear frequency modulation (LFM) signal can be concentrated in fractional Fourier domain due to the orthonormal chirp basis of fractional Fourier transform. And usually the extremum searching of LFM signal in fractional Fourier domain is completed by using step-based searching method, which has the shortcoming of inefficiency. To resolve this problem, Genetic algorithm is introduced to fractional Fourier transform for extremum searching. Simulation results show that the performance of Genetic algorithm is better than that of traditional step-based method.

Key words: Genetic algorithm; fractional Fourier transform; extremum searching

1 引言

传统傅立叶变换(FFT)采用正弦基, 适合于处理平稳信号。但在实际中, 许多信号的统计特性往往随时间变化, 表现出非平稳特性。为了描述非平稳信号的时变特征, 需要寻求新的时频分析工具, 分数阶 Fourier 变换(FRFT)^[1-3]正是基于此而出现的一种信号处理新方法。FRFT 采用线性调频基, 特别适合于处理 Chirp 类信号。线性调频(LFM)信号在特定的分数阶 Fourier 域上能够实现聚焦, 称为 LFM 信号在分数阶 Fourier 域具有聚焦性。此聚焦特性常用在通信、雷达、声纳等领域中的 LFM 信号检测。

目前, 常用的 LFM 信号检测方法是步进法^[4-5]。即设定参数步长, 在分数阶 Fourier 域平面对 LFM

信号进行二维步进搜索。但步进式搜索算法效率低下, 尤其是当精度要求高时, 更是如此。通常离散采样信号经 FRFT 后, 除了对应 LFM 信号的最大峰值外, 在分数阶 Fourier 域平面还会出现多个局部峰值。因此, 分数阶 Fourier 域的极值搜索本质上是全局寻优问题。遗传算法(GA)^[6-9]是一种全局优化的智能算法, 该法具有所需函数信息少、易于并行计算等优点。因此, 本文将 GA 引入到 FRFT 中, 提出了一种基于 GA 的分数阶 Fourier 域极值优化算法, 从而实现 LFM 信号的检测。通过仿真实例, 验证了本文所提方法的效率优于传统的步进式搜索法。

2 分数阶 Fourier 域优化问题描述

分数阶 Fourier 变换由 Namias 于 1980 年提出^[1], 可理解为信号在时频平面的旋转算子。其定义如下:

$$X_p(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} K_p(u, t)x(t)dt \quad (1)$$

其中, $K_p(u, t)$ 为核函数, 如式(2)所示:

收稿日期: 2010-03-12; 修回日期: 2010-06-20

作者简介: 邵云生(1964-), 男, 浙江衢州人, 硕士, 高级工程师, 研究方向为信号处理。

通讯作者: 邵云生, E-mail: fuyinfeng1214@163.com

$$K_p(u,t) = \begin{cases} A_\alpha \exp(i \frac{t^2+u^2}{2} \cot \alpha - \frac{iut}{\sin \alpha}), & \alpha \neq n\pi \\ \delta(t), & \alpha = 2n\pi \\ \delta(-t), & \alpha = (2n\pm 1)\pi \end{cases} \quad (2)$$

α 为信号在分数阶 Fourier 域上的旋转角度, $\alpha = p\pi/2$, A_α 为相应的幅度因子, 其表达式为: $A_\alpha = \sqrt{(1-i\cot(\alpha))/2\pi}$ 。

实际中, 信号由离散化采样值表示。因此, 需要将连续分数阶 Fourier 变换离散化, 本文采用 Ozaktas^[3]提出的离散化快速算法, 即:

$$X_p(u) = \sum_{n=-N}^N \frac{A_\alpha}{2\Delta x} e^{i\pi(u^2 \cot \alpha - \frac{2un \csc \alpha}{2\Delta x} + \frac{n^2 \cot \alpha}{(2\Delta x)^2})} x(\frac{n}{2\Delta x}) \quad (3)$$

则分数阶 Fourier 域二维极值搜索问题可描述为: 在分数阶 Fourier 域二维平面 (p, u) 内, 寻找合适的 (p_0, u_0) , 使得分数阶 Fourier 域目标函数 $f(p, u) = |X_p(u)|^2$ 达到最大, 其数学表达式为:

$$(p_0, u_0) = \underset{(p, u)}{\operatorname{arg\,max}} (|X_p(u)|^2) \quad (4)$$

由式(3)和(4)可知, 分数阶 Fourier 域目标函数为多个二维复杂指数函数的非线性叠加, 使得信号经 FRFT 后, 目标函数呈现非凸、多峰等特性, 进一步加大了分数阶 Fourier 域二维寻优的难度。

3 遗传算法

遗传算法(Genetic Algorithm, GA)^[6]是美国 Michigan 大学的 Holland 教授及其学生受生物模拟技术的启发提出的一种全局随机搜索算法。

GA 对最优解的搜索类似于生物的自然选择和进化过程。GA 的每个解称之为个体, 每组个体的集合称之为群体, 个体的适应能力称之为个体的适应度。在进化过程中, 对环境适应能力弱的个体具有较低的适应度, 其存活及产生后代的几率小, 逐渐被淘汰。而适应度高的个体, 其对环境适应能力强, 因而容易存活及繁殖出性能更优良的后代, 在最优化问题中, 子代个体对应更接近最优值的解, GA 即是通过各子代个体的迭代, 来找到最优解。

GA 的流程如图 1 所示, 其计算步骤如下:

- (1) 在解空间内随机产生初始解, 并对初始解进行二进制编码。
- (2) 以目标函数值作为适应度函数, 并计算各个体的适应度函数。
- (3) 基于适应度函数以轮转法选择出个体作为父代, 对父代染色体进行交叉和变异运算, 产生新的子代染色体。
- (4) 是否满足终止条件, 若不满足, 返回到步骤(2), 否则, 停止运算, 以当前解作为最优解输出。

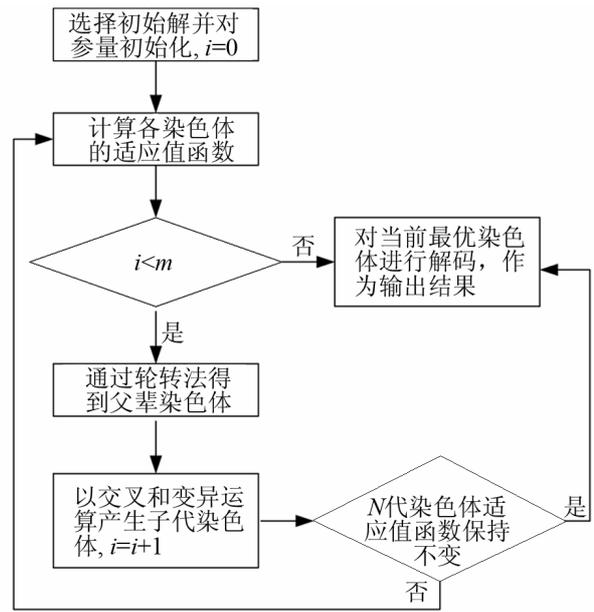


图1 遗传算法流程图
Fig.1 Flow chart of GA

4 仿真实例

下面通过几个实例来说明 GA 算法的良好性能。

(1) 信号 $x(t) = e^{i2\pi f_0 t + i\pi u^2} + w(t)$, $t \in [0, T]$ 。信号脉宽 $T=0.1s$, 采样频率 $f_s=2000Hz$, 带宽为 200~350Hz。 $w(t)$ 是 高 斯 白 噪 声, 信 噪 比 为 -5dB。 步 进 法(直接法)和遗传算法的优化结果如表 1 所示。

表 1 0.1s 脉宽时直接法与遗传算法性能比较
Table 1 The comparison between step-based method and GA with 0.1s

优化方法	理论值(p_0, u_0)	估计值(p^*, u^*)	时间/s
直接法 (步长: 0.001)		(1.0580, 2.0860)	17.3
直接法 (步长: 0.0006)	(1.0571, 2.0424)	(1.0584, 2.0860)	28.8
遗传算法		(1.0585, 2.0860)	23.3

(2) 信号 $x(t) = e^{i2\pi f_0 t + i\pi u^2} + w(t)$, $t \in [0, T]$ 。信号脉宽 $T=0.2s$, 采样频率 $f_s=2000Hz$, 带宽为 150~300Hz。 $w(t)$ 是 高 斯 白 噪 声, 信 噪 比 为 -5dB。 步 进 法(直接法)和遗传算法的优化结果如表 2 所示。

表 2 0.2s 脉宽时直接法与遗传算法性能比较
Table 2 The comparison between step-based method and GA with 0.2s

优化方法	理论值(p_0, u_0)	估计值(p^*, u^*)	时间/s
直接法 (步长: 0.001)		(1.0470, 2.2750)	35.4
直接法 (步长: 0.0006)	(1.0477, 2.2437)	(1.0468, 2.2750)	56.7
遗传算法		(1.0468, 2.2750)	41.6

(3) 信号 $x(t)=e^{i2\pi f_0 t+i\pi\mu t^2}+w(t)$, $t\in[0, T]$ 。信号脉宽 $T=0.3s$, 采样频率 $f_s=2000Hz$, 带宽为 $100\sim 370Hz$ 。 $w(t)$ 是 高 斯 白 噪 声, 信 噪 比 $-5dB$ 。步 进 法 (直 接 法) 和 遗 传 算 法 的 优 化 结 果 如 表 3 所 示。

表 3 0.3s 脉宽时直接法与遗传算法性能比较
Table 3 The comparison between step-based method and GA with 0.3s

优化方法	理论值(p_0, u_0)	估计值(p^*, u^*)	时间/s
直接法 (步长: 0.001)	(1.0854, 2.8523)	(1.0840, 2.8782)	47.6
直接法 (步长: 0.0006)		(1.0846, 2.8782)	88.2
遗传算法		(1.0844, 2.8782)	64.1

(4) 信号 $x(t)=e^{i2\pi f_0 t+i\pi\mu t^2}+w(t)$, $t\in[0, T]$ 。信号脉宽 $T=0.4s$, 采样频率 $f_s=2000Hz$, 带宽为 $120\sim 380Hz$ 。 $w(t)$ 是 高 斯 白 噪 声, 信 噪 比 为 $-5dB$ 。步 进 法 (直 接 法) 和 遗 传 算 法 的 优 化 结 果 如 表 4 所 示。

表 4 0.4s 脉宽时直接法与遗传算法性能比较
Table 4 The comparison between step-based method and GA with 0.4s

优化方法	理论值(p_0, u_0)	估计值(p^*, u^*)	时间/s
直接法 (步长: 0.001)	(1.0823, 3.5060)	(1.0820, 3.5179)	67.3
直接法 (步长: 0.0006)		(1.0824, 3.5176)	115.8
遗传算法		(1.0825, 3.5176)	86.5

(5) 信号 $x(t)=e^{i2\pi f_0 t+i\pi\mu t^2}+w(t)$, $t\in[0, T]$ 。信号脉宽 $T=1.5s$, 采样频率 $f_s=2000Hz$, 带宽为 $140\sim 420Hz$ 。 $w(t)$ 是 高 斯 白 噪 声, 信 噪 比 为 $-5dB$ 。步 进 法 (直 接 法) 和 遗 传 算 法 的 优 化 结 果 如 表 5 所 示。

表 5 1.5s 直接法与遗传算法性能比较
Table 5 The comparison between step-based method and GA with 1.5s

优化方法	理论值(p_0, u_0)	估计值(p^*, u^*)	时间/s
直接法 (步长: 0.001)	(1.0886, 7.5941)	(1.0890, 7.6042)	376.5.5
直接法 (步长: 0.0006)		(1.0888, 7.6042)	626.5
遗传算法		(1.08887, 7.6042)	478.2

在表 1~5 中, 估计值和理论值有偏差, 这是由于信号的离散化采样及噪声的影响所导致的。直接

法的计算时间和估计精度与步长有关, 当步长为 0.001 时, 尽管直接法耗时少于遗传算法, 但其精度比遗传算法差。当对精度要求高时, 如为 0.0006, 直接法运算量增大, 其时间多于遗传算法的时间。

5 结束语

LFM 信号经分数阶 Fourier 变换后, 在分数阶 Fourier 域上形成峰值。通常, 对该峰值的搜索多是通过步进法进行。本文将遗传算法引入到分数阶 Fourier 变换极值搜索中, 相比于传统步进法, 本文方法精度高、收敛速度快。通过仿真实例验证了本文方法的性能。

参 考 文 献

- [1] V Namias. The fractional order Fourier transform and its application to quantum mechanics[J]. J. Inst. Math. Appl, 1980, 25(3): 241-265.
- [2] H M. Ozaktas, D. Mendlovic. Fractional Fourier transforms and their optical implementation[J]. J. Opt. Sco. AM. A, 1993, 10(12): 2522-2531.
- [3] H M. Ozaktas, O. Arikan, A. Kutay and C. Bozdagi. Digital Computation of the Fractional Fourier Transform[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1996, 49(4): 2141-2150.
- [4] 张淑宁, 赵惠昌, 等. 基于分数阶傅立叶变换的伪码体制引信线性调频干扰抑制技术[J]. 兵工学报, 2006, 27(1): 32-36. ZHANG Shuning, ZHAO Huichang, et al. LFM interference excision technique in pseudo-random code fuse based on fractional fourier transform[J]. Acta Armamentarii, 2006, 27(1): 32-36.
- [5] 赵兆, 是湘全. 一种基于分数阶 Fourier 变换的雷达运动目标检测算法[J]. 电讯技术, 2007, 47(4): 95-98. ZHAO Zhao, SHI Xiangquan. A moving targets detection algorithm based fractional fourier transform (FRFT)[J]. Telecommunication Engineering, 2007, 47(4): 95-98.
- [6] Holland J H. Adaptation in Nature and Artificial Systems[M]. Ann Arbor: The University of Michigan Press, 1975.
- [7] Srinivas M, Patnaik L M. Apaptive probabilities of crossover and mutation in genetic algorithm[J]. IEEE Trans Syst Man, Cybern, 1994, 24(4): 656-667.
- [8] Barros A S, Rutledge D N. Genetic algorithms applied to the selection of principal components[J]. Chemometrics and intelligent laboratory systems, 1998, 40(1): 65-82.
- [9] Kuo T, Hwang S Y. A genetic algorithm with disruptive selection [J]. IEEE Trans Syst Man, Cybern, 1996, 26(2): 299-306.