

四元传声器阵列定向算法及其结构优化

黄国信^{1,2}, 高勇¹

(1. 四川大学电子信息学院, 成都 610065; 2. 中国人民解放军 77108 部队, 成都 611233)

摘要: 推导任意四元传声器阵列的定位算法和近似的定向算法, 并得出性能最优的四元传声器阵列结构。建立任意四元阵列后, 通过矩阵分析推出定位公式, 在声源位于远场时, 通过近似得到既能保证精度又十分简洁的定向算法; 通过数学分析, 推导出最佳的四元传声器阵列结构。数值计算结果表明, 提出的近似定向算法是可靠的; 计算机蒙特卡罗仿真结果表明, 导出的最佳四元阵列性能优于普通的四元阵和正四面体阵。

关键词: 被动声定位; 定向算法; 四元声阵列; 结构优化

中图分类号: TN912.16

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2009)-01-0078-04

A directional algorithm of four-element acoustic array and optimization

HUANG Guo-xin^{1,2}, GAO Yong¹

(1. College of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, China;
2. Unit 77108, PLA, Chengdu 611233, China)

Abstract: The location algorithm and approximate directional algorithm of the arbitrary four-element acoustic array are presented, and the best structure of the array is designed. After the arbitrary four-element acoustic array is designed, the location algorithm is derived from matrix analysis. The concise approximate directional algorithm with high precision is presented when the acoustic target locates in far field. The best structure of the array is derived according to mathematical analysis. The result of numeric computation demonstrates that the approximate directional algorithm is robust, the result of Monte Carlo simulation shows that the performance of the optimum four-element array structure is better than the common one or the regular tetrahedron one.

Key words: acoustic passive location; directional algorithm; four-element acoustic array; optimization of structure

1 引言

传声器阵列可分为线阵、面阵和立体阵。对于固定式阵列, 线阵由于其轴对称性, 在定位时会造成空间模糊。对于平面阵和立体阵, 文献[1]证明立体阵有更优的定向性能。目前, 已有研究人员对立体五元十字阵^[1]、正四棱锥形阵^[2]、五元十字阵^[3]、双直角三角形阵^[4]、六元阵^[5]、多基阵^[6]等结构模型的定位算法、性能、误差进行了细致的研究。

本文将推出任意四元阵的定向算法, 然后在此算法的基础上讨论如何构建性能最佳的四元声阵列, 并通过计算机蒙特卡罗仿真对提出的阵列模型进行了误差分析。

2 建立任意四元阵模型

设阵列由四个阵元 $S_i(i=0,1,2,3)$ 构成, S_0 位于坐标原点 O , 其它阵元位置任意, 坐标为 (x_i, y_i, z_i) , $i=1,2,3$; 目标 M 坐标为 (x, y, z) , M 距原点的距离为 r , 直线 MO 同 Z 轴的夹角为目标的俯仰角 θ , M 在 OXY 平面的投影为 M' , OM' 同 X 轴的夹角为目标的方位角 φ 。模型结构如图 1 所示。

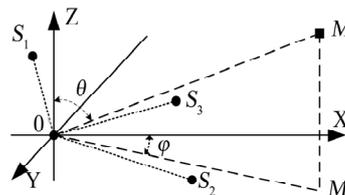


图 1 任意四元阵列模型

Fig.1 The model of arbitrary four-element array

定义模型中的初始条件和常量、变量如下。设声速 $c=340\text{m/s}$, 波长为 λ , 阵元 S_1 、 S_2 、 S_3 距参考

收稿日期: 2008-01-16; 修回日期: 2008-05-29

作者简介: 黄国信(1978-),男,四川德阳人,硕士研究生,研究方向为蜂窝网络的移动台定位技术和声信号无源定位技术。

通讯作者: 黄国信, E-mail: darkblueway@163.com

阵元 S_0 的距离 $r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}$ ($i=1,2,3$), 根据空间采样定理, 为避免出现相位模糊的情况, 要求阵元间距离小于信号最小波长的一半^[7], 即 $r_i \leq \lambda_{\min}/2$, 根据文献[8]的结果, 设目标声信号频率为 113Hz, 即 $r_i \leq 1.5\text{m}$ 。设目标声源位于远场(取 $r \geq 1000\text{m}$), 声波以平面波方式直线传播至阵列。定义时延向量为 $\mathbf{A} = [\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3]^T$, 其中 τ_i 为阵元 S_i 相对于 S_0 的时延量。误差分析时, 只考虑各阵元测量时延量的误差, 不考虑声速变化和阵元位置误差等情况, 假定各时延量误差相互独立, 且统计误差特征相同, 其标准差均为 σ_τ 。

3 定向算法

定义参考阵元 S_0 (原点) 至目标 M 的方向矢量 \mathbf{K} 为:

$$\mathbf{K} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta\cos\phi \\ \sin\theta\sin\phi \\ \cos\theta \end{bmatrix} = [k_x \ k_y \ k_z]^T \quad (1)$$

其中, k_x 、 k_y 、 k_z 为直线 OM 的方向矢量在 x 、 y 、 z 轴的分量。

由系统中的几何关系可得:

$$\begin{cases} (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2 = (r-\tau_1 \cdot c)^2 \\ (x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2 = (r-\tau_2 \cdot c)^2 \\ (x-x_3)^2 + (y-y_3)^2 + (z-z_3)^2 = (r-\tau_3 \cdot c)^2 \end{cases} \quad (2)$$

化简式(2), 并转化为矩阵方程得:

$$\mathbf{A}\mathbf{X} = r\mathbf{c}\mathbf{A} + \mathbf{H} \quad (3)$$

其中:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = [x \ y \ z]^T, \\ \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{r_1^2 - (\tau_1 c)^2}{2} & \frac{r_2^2 - (\tau_2 c)^2}{2} & \frac{r_3^2 - (\tau_3 c)^2}{2} \end{bmatrix}^T.$$

只考虑矩阵 \mathbf{A} 可逆的情况, 得:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1}(r\mathbf{c}\mathbf{A} + \mathbf{H}) \quad (4)$$

由定义可得: $r^2 = x^2 + y^2 + z^2 = \mathbf{X}^T \mathbf{X}$, 可推出:

$$r^2 = (\mathbf{A}^{-1}(r\mathbf{c}\mathbf{A} + \mathbf{H}))^T (\mathbf{A}^{-1}(r\mathbf{c}\mathbf{A} + \mathbf{H})) \quad (5)$$

展开式(5), 得:

$$r^2 (\mathbf{c}^T \mathbf{A}^T (\mathbf{A}^{-1})^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A} - 1) + 2rc \mathbf{A}^T (\mathbf{A}^{-1})^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{H} + \mathbf{H}^T (\mathbf{A}^{-1})^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{H} = 0 \quad (6)$$

式(6)为以 r 为未知量的一元二次方程, 解出 r 的值后代入式(4)可得目标的定位估计值。通过仿真发现, 在时延标准差取很小值时, 即时延量有很小误差时, r 估计值将会产生很大的误差。单阵列定

距将会产生很大误差, 在文献[1]中也有叙述, 本文仅讨论单声阵列的定向问题。需要在定向的同时取得较高精度的定距估计值, 可以使用主从阵^[9]或多个阵列^[10]实现。

目标位于远场时有 $r \gg r_i$, 易推出 $r\mathbf{c}\mathbf{A} \gg \mathbf{H}$, 故式(4)中可直接舍弃 \mathbf{H} , 并将式(1)带入, 可得:

$$\mathbf{K} = \mathbf{c}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{A} \quad (7)$$

由式(7)可求得目标的方向矢量。然后, 由所得的方向矢量可计算出目标的方位角 ϕ 和俯仰角 θ , 从而实现目标的定向。另外, 在 $r = 1000\text{m}$, $r_i = 1.5\text{m}$ 时, 用式(7)进行数值计算得出的定向结果与式(6)计算结果(即真值)的偏差在 $\pm 0.1\%$ 以内, 说明通过近似得到的式(7)是可靠的。

4 阵列结构优化

下面直接分析目标方向矢量 \mathbf{K} 的误差, 这样做有两个好处: 一是能取得更简洁的表达式, 且得出的表达式与未知量无关; 二是由于空间对称性, 方向矢量的三个分量具有相似性, 可以在讨论其中一个分量的情况后, 推广到其它两个分量。根据误差传播定理^[11], 时延估计误差标准差为 σ_τ 时, 方向矢量 k_x 分量的误差为:

$$\sigma_{k_x, \tau} = \sigma_\tau \sqrt{\left(\frac{\partial k_x}{\partial \tau_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial k_x}{\partial \tau_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial k_x}{\partial \tau_3}\right)^2} \quad (8)$$

由式(7)和(8), 易推得:

$$\begin{cases} \sigma_{k_x, \tau} = \frac{\sigma_\tau c}{|\mathbf{A}|} \sqrt{A_{11}^2 + A_{12}^2 + A_{13}^2} \\ \sigma_{k_y, \tau} = \frac{\sigma_\tau c}{|\mathbf{A}|} \sqrt{A_{21}^2 + A_{22}^2 + A_{23}^2} \\ \sigma_{k_z, \tau} = \frac{\sigma_\tau c}{|\mathbf{A}|} \sqrt{A_{31}^2 + A_{32}^2 + A_{33}^2} \end{cases} \quad (9)$$

其中, A_{ij} 为矩阵 \mathbf{A} 的代数余子式。

分析模型及定向算法可得出, 一个好的阵列结构, 需遵循以下条件:

(1) 其它阵元距参考阵元的距离应满足不会出现相位模糊的条件, 且尽量大;

(2) $\sigma_{k_x, \tau}$ 、 $\sigma_{k_y, \tau}$ 、 $\sigma_{k_z, \tau}$ 取得最小值;

(3) 阵列坐标构成的矩阵 \mathbf{A} 可逆, 即 $|\mathbf{A}| \neq 0$ 。

由条件(1)可得 $r_i = \lambda_{\min}/2$, 即阵元分布于以参考阵元为球心、半径为 $\lambda_{\min}/2$ 的球面上, 由于对称性, 可不失一般性地限定阵元均位于上半球。建立坐标系时, 设以 S_0 为原点, S_0S_1 所在直线为 x 轴, 阵元 S_0 、 S_1 、 S_2 决定的平面为 OXY 平面。即 S_1 在 x 轴上, 且 x 坐标为 $\lambda_{\min}/2$, S_2 位于 OXY 平面, 即 z 坐标等于 0, 阵元坐标构成矩阵 \mathbf{A} 为:

$$A = \begin{bmatrix} \lambda_{\min}/2 & 0 & 0 \\ x_2 & y_2 & 0 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{bmatrix} \quad (10)$$

且 $x_2 = \sqrt{\lambda_{\min}^2/4 - y_2^2}$, $x_3 = \sqrt{\lambda_{\min}^2/4 - y_3^2 - z_3^2}$

令 $\sigma'_{k,\tau} = (\sigma_{k,\tau})^2 / \sigma_{\tau} c$, 其中 $j \in \{x, y, z\}$, 可以看出, 在 $\sigma_{k,\tau}$ 和 $\sigma'_{k,\tau}$ 均大于零时, 讨论 $\sigma_{k,\tau}$ 的极值情况等价于讨论 $\sigma'_{k,\tau}$ 的极值情况。简化式(9), 并将式(10)代入, 可得:

$$\begin{cases} \sigma'_{k_x,\tau} = (A_{11}^2 + A_{12}^2 + A_{13}^2) / |A|^2 & (11-1) \\ \sigma'_{k_y,\tau} = (A_{21}^2 + A_{22}^2 + A_{23}^2) / |A|^2 & (11-2) \\ \sigma'_{k_z,\tau} = (A_{31}^2 + A_{32}^2 + A_{33}^2) / |A|^2 = z_3^{-2} & (11-3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma'_{k_x,\tau} = (A_{11}^2 + A_{12}^2 + A_{13}^2) / |A|^2 & (11-1) \\ \sigma'_{k_y,\tau} = (A_{21}^2 + A_{22}^2 + A_{23}^2) / |A|^2 & (11-2) \\ \sigma'_{k_z,\tau} = (A_{31}^2 + A_{32}^2 + A_{33}^2) / |A|^2 = z_3^{-2} & (11-3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma'_{k_x,\tau} = (A_{11}^2 + A_{12}^2 + A_{13}^2) / |A|^2 & (11-1) \\ \sigma'_{k_y,\tau} = (A_{21}^2 + A_{22}^2 + A_{23}^2) / |A|^2 & (11-2) \\ \sigma'_{k_z,\tau} = (A_{31}^2 + A_{32}^2 + A_{33}^2) / |A|^2 = z_3^{-2} & (11-3) \end{cases}$$

由条件(2), 要使 $\sigma_{k_x,\tau}$ 最小, 由式(11-3)推得:

$$z_3 = \lambda_{\min} / 2 \quad (12)$$

将式(12)代入式(11-2), 并对变量 y_2, y_3 求偏导得:

$$\frac{\partial \sigma'_{k_y,\tau}}{\partial y_2} = \frac{-2(y_3^2 + \lambda_{\min}^2/4)}{(\lambda_{\min}^2/4)y_2^3} \quad (13-1)$$

$$\frac{\partial \sigma'_{k_y,\tau}}{\partial y_3} = \frac{2y_3}{(y_2 \lambda_{\min} / 2)^2} \quad (13-2)$$

要使 $\sigma_{k_y,\tau}$ 最小, 即使 $\sigma'_{k_y,\tau}$ 最小, 由式(13-2)得: $y_3 = 0$ (14)

将式(14)代入式(13-1), 推得:

$$y_2 = \lambda_{\min} / 2 \quad (15)$$

由式(12)、(14)、(15)得:

$$A = \text{diag}[\lambda_{\min}/2 \quad \lambda_{\min}/2 \quad \lambda_{\min}/2] \quad (16)$$

即推导出四元阵的最佳结构, 如图 2 所示:

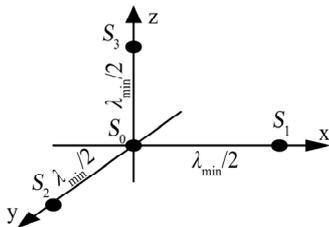


图 2 最佳四元阵结构

Fig.2 The structure of the optimum four-element array

需要说明: (1) 如图 2 所示的最佳四元阵结构基于本文提出的近似定向算法的性能最优; (2) 阵形中阵元 S_1, S_2, S_3 相互间的间距大于 $\lambda_{\min} / 2$, 利用阵元 S_1, S_2, S_3 相互间的时延量进行定向会出现相位模糊, 需要使用其相互间的时延量时需将阵形改变, 如变为正四面体阵。

5 计算机仿真

设普通的四元阵 P 、正四面体阵 T 和本文推导的最佳四元阵 W 的阵元坐标构成矩阵分别为:

$$A_p = \begin{bmatrix} 1.3 & 0 & 0.5 \\ 1 & 0.6 & 0.8 \\ -0.5 & 0.7 & -1.2 \end{bmatrix}$$

$$A_T = \begin{bmatrix} 1.5 & 0 & 0 \\ 0.75 & 0.75\sqrt{3} & 0 \\ 0.75 & 0.25\sqrt{3} & 0.5\sqrt{6} \end{bmatrix}$$

$$A_W = \text{diag}[1.5 \quad 1.5 \quad 1.5]$$

在每个阵形中, 分别设方位角 φ 和俯仰角 θ 均以 4° 为步进在 $(0^\circ \sim 90^\circ)$ 内变化, 目标距参考阵元距离 $r = 1000\text{m}$, 利用式(7)进行 100000 次量级的计算机蒙特卡罗统计仿真, 得出时延标准差 σ_{τ} 为 $100\mu\text{s}$ 时的目标方向矢量的估计值, 以及估计的方向矢量和目标真实方向矢量的夹角 γ 。在不同阵列的定向性能分析时, 为避免出现俯仰角或方位角中一个参数的误差小但另一个参数误差大, 而无法判断阵列性能优劣的情况, 仿真中使用 γ 作为衡量估计值误差大小的参数, 对俯仰角和方位角的误差进行综合考虑。

设阵列 P, T, W 中得到的对应 γ 值分别为 $\gamma_P, \gamma_T, \gamma_W$, $(\gamma_P - \gamma_W)$ 的统计均值 ε_{PW} 分布如图 3 所示, $(\gamma_T - \gamma_W)$ 的统计均值 ε_{TW} 分布如图 4 所示。

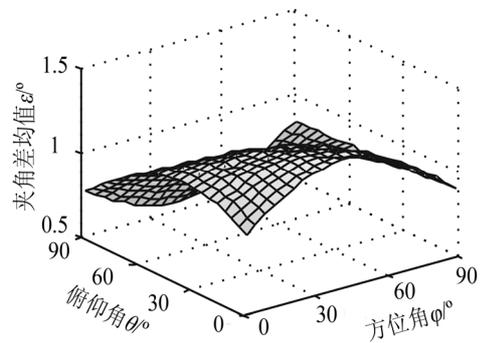


图 3 普通阵与最佳阵的 γ 值差

Fig.3 The γ value's difference between optimum array and the common one

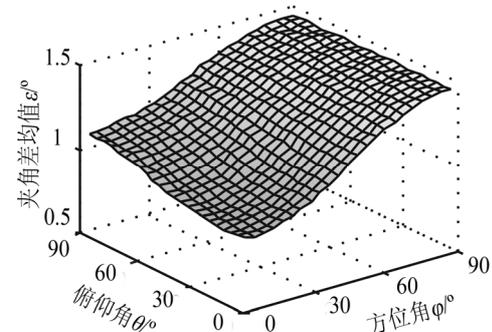


图 4 正四面体阵与最佳阵的 γ 值差

Fig.4 The γ value's difference between optimum array and the regular tetrahedron one

由图 3 和图 4 可以看出, 俯仰角和方位角在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 范围内, 所有方向的均值 ε_{PW} 和 ε_{TW} 都为正, 即使用普通的四元阵或正四面体阵定向比使用最佳四元阵进行定向会产生更大的误差。仿真结果表明: 方位角和俯仰角在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 范围内变化时, 最佳四元阵的定向性能优于普通的四元阵和正四面体阵。

6 结论

(1) 本文推出了任意四元声阵列的定位算法。并验证了使用单四元阵定位时, 计算量大、精度很低, 以及单四元阵只适合对目标进行定向的结论。

(2) 通过近似得出了计算量小的定向算法, 而且算法误差很小, 定向性能稳健。

(3) 参考阵元位于原点, 其余 3 个阵元分别位于 (x, y, z) 坐标轴的正半轴上, 且距参考阵元的距离等于声信号的最小半波长时, 四元阵的定向性能最优。

参 考 文 献

- [1] 贾云得, 冷树林, 刘万春, 等. 四元被动声敏阵列定位模型分析和仿真[J]. 兵工学报, 2001, **22**(2): 206-209.
JIA Yunde, LENG Shulin, LIU Wanchun, et al. Modeling of passive acoustic sensing with four-sensor array for target localization[J]. ACTA Armamentarii, 2001, **22**(2): 206-209.
- [2] 孙书学, 顾晓辉, 孙晓霞. 用正四棱锥形阵对声目标定位研究[J]. 应用声学, 2006, **25**(2): 102-108.
SUN Shuxue, GU Xiaohui, SUN Xiaoxia. Study on localization of acoustic target with a rectangular pyramid array[J]. Applied Acoustics, 2006, **25**(2): 102-108.
- [3] 陈华伟, 赵俊渭, 郭业才. 五元十字阵被动声定位算法及其性能研究[J]. 探测与控制学报, 2003, **25**(4): 11-16.
CHEN Huawei, ZHAO Junwei, GUO Yecai. Acoustic passive localization algorithm based on a planar five-element array and its performance analysis[J]. Journal of Detection & Control, 2003, **25**(4): 12-16.
- [4] 顾晓辉, 王晓鸣. 用双直角三角形阵对声目标定位的研究[J]. 声学技术, 2003, **22**(1): 44-47.
GU Xiaohui, WANG Xiaoming. Location of acoustic target with dual right-triangles array[J]. Technical Acoustics, 2003, **22**(1): 44-47.
- [5] 林晓东, 吴松林. 六元探测基阵被动声定位算法及其性能研究[J]. 声学技术, 2008, **27**(2): 192-196.
LIN Xiaodong, WU Songlin. Passive acoustic location algorithm based on a six-element detection array and its performance analysis[J]. Technical Acoustics, 2008, **27**(2): 192-196.
- [6] 滕鹏晓, 杨亦春. 多阵列数据融合的声定位研究[J]. 声学技术, 2007, **26**(5): 1064-1065.
TENG Pengxiao, YANG Yichun. The study on acoustic localization based on the data fusion of multiple microphone arrays[J]. Technical Acoustics, 2007, **26**(5): 1064-1065.
- [7] 肖国有, 屠庆平. 声信号处理及其应用[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1994.
XIAO Guoyou, TU Qingping. Acoustic signal processing and its application[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 1994.
- [8] 杨亦春, 程翔, 陈庆生, 等. 反直升机雷声探测系统设计[J]. 弹道学报, 1999, **11**(4): 25-30.
YANG Yichun, CHENG Xiang, CHENG Qingsheng, et al. Designing of acoustics detecting system of antihelicopter mine[J]. Journal of Ballistics, 1999, **11**(4): 25-29.
- [9] 蔡宗义, 赵俊渭, 许学忠, 等. 双基地声测被动定位算法研究与仿真[J]. 兵工学报, 2005, **26**(2): 245-249.
CAI Zongyi, ZHAO Junwei, XU Xuezhong, et al. Study and simulation of algorithm for acoustic passive location with two arrays[J]. ACTA Armamentarii, 2005, **26**(2): 245-250.
- [10] 蔡宗义, 许学忠, 赵俊渭. 一种三维小基阵无源声测定向算法[J]. 火力与指挥控制, 2005, **30**(1): 21-24.
CAI Zongyi, XU Xuezhong, ZHAO Junwei. An algorithm of acoustic passive bearing estimation based on with the small solid array[J]. Fire Control and Command Control, 2005, **30**(1): 21-24.
- [11] 杨松林. 测量学[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2002: 88-92.
YANG Songlin. Surveying[M]. Beijing: China Railway Press, 2002: 88-92.