

声表面波换能器激励的有限元仿真

张永刚

(安徽理工大学电气与信息工程学院, 安徽淮南 232001)

摘要: 采用有限元法分析了声表面波换能器电极上的激励问题。从声场波动方程、麦克斯韦方程以及压电本构方程出发, 利用哈密顿原理, 推导了在压电介质中声表面波有限元方程, 然后采用 Newmark 法对有限元方程进行时域变换。分析了换能器电极上的静态电荷分布和动态电荷分布。对压电介质中声表面波振动振幅进行计算并分析了质点振动振幅随深度的变化情况。

关键词: 声表面波; 有限元法; 换能器; 电荷分布

中图分类号: TN912

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2009)-05-0678-04

DOI 编码: 10.3969/j.issn1000-3630.2009.05.024

FEM simulation of SAW transducer excitation

ZHANG Yong-gang

(School of Electrical and Information Engineering, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, Anhui, China)

Abstract: The relationship between surface acoustic wave (SAW) and voltage excitation is analyzed with the finite element method (FEM). Starting from the acoustic field wave equations, Maxwell equations and piezoelectric constitutive equations, the finite element equations for interdigital transducers are established with Hamilton principle, and then transformed into time-domain with Newmark method. The static charge distribution and the dynamic charge distribution on electrodes are analyzed. The SAW vibration amplitude of the interdigital transducers is calculated and its variation with depth is also analyzed.

Key words: surface acoustic wave(SAW); finite element method(FEM); transducers; charge distribution

1 引言

声表面波技术是上世纪 60 年代后期发展起来的一门新兴技术。近年来, 随着通信技术的发展, 特别是半导体工艺水平的提高, 其应用领域不断扩大: 从卫星通信、雷达制导、无线遥控、广播电视到移动通信、无绳电话等都广泛采用声表面波器件。声表面波器件的大量应用, 特别是在移动通信领域的不可替代的地位推动了声表面波技术的研究向前发展。

声表面波是指沿着弹性介质表面传播的弹性声波^[1]。在压电弹性固体表面上镀一层叉指形状的金属电极, 就构成声表面波换能器。声表面波换能器是声表面波器件的核心部件。在换能器电极上加加载激励电压信号, 就会在压电弹性介质内产生声表面波。适当改变金属电极的间隔、数目、长度以及形状等参数, 就能得到声表面波的不同传输特性。声表面波器件的功能就是通过电极改变声表面波

传输特性来达到信号处理的目的^[2,3]。

对声表面波换能器的研究一般可分为两种类型: 一类是根据特定的近似模型求得相对简单的计算结果, 这类方法的缺点是结果不够精确。另一类是依据波动方程满足特定边界条件求得声场的确切解, 其中有限元法和有限差分法是其常用方法。有限元法分析声表面波器件的优势是它所需要的前提假设条件相对较少, 可以比较全面地分析换能器上声表面波的激励和接收情况。

2 有限元计算原理

当压电介质中存在声表面波时, 必然伴随有电磁波的传播, 所以在压电介质中, 波的传播要遵循两组方程: 介质中声波的弹性波动方程和电磁波麦克斯韦方程。这两组方程在压电介质中通过本构方程联系在一起。

声波振动遵循的弹性波动方程为^[4,5]:

$$\nabla \cdot \mathbf{T} = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} - \mathbf{F} \quad (1)$$

其中 \mathbf{T} 为应力, \mathbf{F} 为加载在换能器上的激励力, ρ 为压电介质的密度, \mathbf{u} 为介质中质点振动的

收稿日期: 2008-08-21; 修回日期: 2008-12-31

基金项目: 安徽省高校省级自然科学基金项目(KJ2008B027)

作者简介: 张永刚(1975-), 男, 安徽人, 讲师, 研究方向为声表面波技术。

通讯作者: 张永刚, E-mail: ygzhang2000@163.com

位移。

对于遵循的麦克斯韦方程,声表面波器件的工作频率所对应的电磁波的波长远大于声表面波器件的尺寸,而且声表面波的速度要比相同频率的电磁波低5个数量级,所以可采用准静态近似法^[4]处理电磁场问题。由于压电介质是绝缘体,介质内部没有自由电荷存在,所以麦克斯韦方程可以简化为如下形式^[4,6]:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad \mathbf{E} = -\text{grad}(\phi) \quad (2)$$

其中 \mathbf{D} 是电位移, \mathbf{E} 为电场强度, $\text{grad}(\phi)$ 表示对电势函数的梯度。

为了简化问题的复杂度,设叉指换能器电极为无限长,且令 x 轴方向为换能器中声表面波传播方向, y 轴方向垂直于压电介质表面, z 轴方向平行于电极指条,那么声表面波的质点振动位移大小在 z 轴方向上是不变化的^[6],即有:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

在这种条件下,分析声表面波在压电介质中传播的三维问题就可以简化成二维问题。这使问题的复杂度大为降低。本文对换能器中声表面波问题的分析就是在 x - y 二维平面上进行的。

选择应变和电场强度为自变量,应力和电位移为因变量,则压电本构方程可表示为^[4,5]:

$$\mathbf{T} = \mathbf{cS} - \mathbf{e}'\mathbf{E}, \quad \mathbf{D} = \mathbf{eS} + \boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{E} \quad (4)$$

其中 \mathbf{S} 表示应变, \mathbf{c} 为弹性劲度常数矩阵, \mathbf{e} 表示压电常数矩阵, $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为介电常数矩阵,上标“'”表示矩阵的转置。

本文采用有限元法来分析声表面波换能器的激励问题。首先是利用哈密顿变分原理来分析线性压电弹性体的振动问题,然后再利用剖分差值把待分析的整个连续体分成有限个单元,通过求出单元节点处未知场量,比如节点电位或振动位移等。构造插值函数表示单元内任意点的值,从而得到整个求解域上的电位或质点振动位移的近似解,即通过形状函数把单元内质点振动位移、电位与单元节点振动位移、电位联系起来。其联系公式为^[6]:

$$\mathbf{u} = \mathbf{f}_u \mathbf{u}_i, \quad \phi = \mathbf{f}_\phi \phi_i \quad (5)$$

其中 \mathbf{f}_u 、 \mathbf{f}_ϕ 为形状函数矩阵, \mathbf{u}_i 为节点的振动位移, ϕ_i 为节点电位。

应变 \mathbf{S} 与质点振动位移、电场强度 \mathbf{E} 和电位之间满足下面的关系^[6]:

$$\mathbf{S} = \mathbf{B}_u \mathbf{u}_i, \quad \mathbf{E} = -\mathbf{B}_\phi \phi_i \quad (6)$$

其中 \mathbf{B}_u 、 \mathbf{B}_ϕ 为几何矩阵。

根据哈密顿原理^[6]可知:在任意时间间隔内,当满足前述压电结构的基本方程时,哈密顿作用量

取稳定值。可以构建拉格朗日函数 \mathbf{L} 来表示这个稳定值,这个稳定值表示为:

$$\delta \mathbf{A} = \delta \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{L} dt = 0 \quad (7)$$

其中 \mathbf{L} 是体系中5个能量的函数。包括动能、弹性应变能、外界机械力的能、电场中的能、外界电场力做的功。于是经过推导可得压电结构有限元方程为^[6-9]:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_i + \mathbf{K}_{uu}\mathbf{u}_i + \mathbf{K}_{u\phi}\phi_i &= \mathbf{F} \\ \mathbf{K}_{\phi u}\mathbf{u}_i + \mathbf{K}_{\phi\phi}\phi_i &= \mathbf{Q} \end{aligned} \quad (8)$$

其中 \mathbf{M} 为单元质量矩阵, \mathbf{K}_{uu} 为单元弹性刚度矩阵, $\mathbf{K}_{u\phi}$ 为单元耦合矩阵 ($\mathbf{K}_{\phi u} = \mathbf{K}_{u\phi}'$), $\mathbf{K}_{\phi\phi}$ 为单元介电刚度矩阵, \mathbf{Q} 为电极上电荷分布, $\ddot{\mathbf{u}}_i$ 为质点振动的加速度。

再由单元刚度矩阵集成总刚度矩阵。每个单元刚度矩阵在总刚度矩阵中都有相应的位置,把它们“对号入座”叠加就可以得到总刚度矩阵,可构成整个换能器求解区域的有限元方程,它在形式上与公式(8)是相似的。

进一步对上述有限元方程进行时域 Newmark 变换^[4,7]。这种变换是根据当前 t 时刻的已知初始值求 $t+\Delta t$ 时刻的结果,是一种时域变换。两个时刻场值之间关系用式(9)表示:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{t+\Delta t} &= \mathbf{u}_t + \Delta t[(1-\theta)\dot{\mathbf{u}}_t + \theta\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}] \\ \dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} &= \dot{\mathbf{u}}_t + \Delta t[(1-\theta)\ddot{\mathbf{u}}_t + \theta\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}] \end{aligned} \quad (9)$$

这里参数 $\theta=1/2$,把式(9)代入换能器有限元方程中,整理后可得 Newmark 变换后分析声表面波换能器有限元方程:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{\theta^2 \Delta t^2} \mathbf{M} + \mathbf{K}_{uu}\right) \mathbf{u}_{t+\Delta t} + \mathbf{K}_{u\phi} \phi_{t+\Delta t} &= \mathbf{F} + \mathbf{M} \mathbf{r}^n \\ \mathbf{K}_{\phi u} \mathbf{u}_{t+\Delta t} + \mathbf{K}_{\phi\phi} \phi_{t+\Delta t} &= \mathbf{Q} \end{aligned} \quad (10)$$

其中:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}^n &= \frac{1}{\theta^2 \Delta t^2} \mathbf{u}_t + \frac{1}{\theta^2 \Delta t} \dot{\mathbf{u}}_t + \frac{1-\theta}{\theta} \ddot{\mathbf{u}}_t \\ \dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} &= \frac{1}{\theta \Delta t} (\mathbf{u}_{t+\Delta t} - \mathbf{u}_t) - \frac{1-\theta}{\theta} \dot{\mathbf{u}}_t \\ \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} &= \frac{1}{\theta \Delta t} (\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} - \dot{\mathbf{u}}_t) - \frac{1-\theta}{\theta} \ddot{\mathbf{u}}_t \end{aligned}$$

最后引入边界条件,包括边界位移、表面力、电位等条件,可求解在一定载荷约束条件下压电介质内的位移和电位等场量。

由于声表面波随着离表面距离的增加,能量迅速减小,在压电基体下表面声表面波的能量就可以忽略不计^[1],可以设下边界的电位值和质点振动位移值都为0。另外压电介质是绝缘体,在介质中没有自由电荷存在,即只有电极上才有自由电荷的分布。可令除电极外的其它处电荷分布为0。

在采用有限元方法分析时，如果不需要或者无法计算整个场域声表面波的情况，则需要划分人工边界条件，同时设定相应的人工边界条件。

3 数值结果

设声表面波换能器的电极数为 5 个，电极的宽度等于电极之间的间隔宽度，忽略电极的高度和质量，采用矩形单元划分换能器区域。设换能器的基体是以 Y-Z 切割的压电介质铌酸锂晶体，其欧拉角为(0°, 90°, 90°)。该晶体的劲度常数矩阵[c]，介电常数矩阵[ε]和压电常数矩阵[e]等介质参数见文献[2]。

首先利用有限元法计算换能器上的静态电荷分布(电荷分布的单位为 C/m²，下同)。静态电荷是指在换能器电极上加载恒定电压激励时，在换能器电极上的电荷分布。此时不考虑换能器上外加力的激励，F 值为 0。换能器的压电介质中只产生静电场，无声表面波存在。

在中心电极上加载如图 1 所示的单位直流电压，其他电极接地。由于激励电压不随时间变化，所以电极上产生的电荷分布也不随时间变化，也就是静态电荷分布。采用有限元法计算图 1 所示情况的电荷分布情况如图 2 所示。

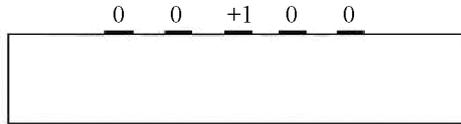


图 1 中心电极单位电压激励
Fig.1 Unit static voltage excited on middle electrode

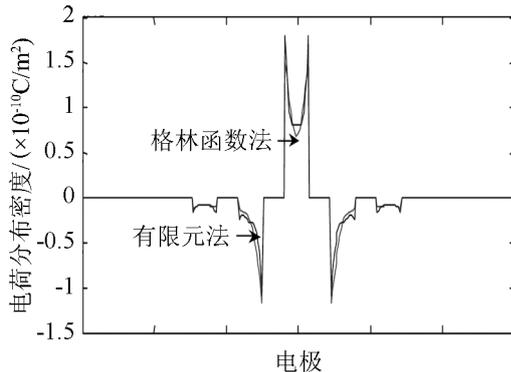


图 2 静态电荷分布
Fig.2 Static charge distribution

采用格林函数法^[3]计算换能器上的静态电荷分布，并把有限元方法的计算结果与之进行比较，如图 2 所示。可以看出两种方法计算结果是基本一致的。

在换能器电极上加载时变电压激励时，电极会把电信号变成声表面波信号。可以由换能器电极上的电荷分布计算出声表面波的大小^[1]，所以外加电

压激励产生的声表面波的源可以看成是电极上的动态电荷，即换能器产生声表面波的传递函数和电极电荷之间存在线性关系^[1]。

把有限元法和时域 Newmark 变换相结合进行瞬态分析，计算换能器电极上动态电荷分布。设电压频率为 100MHz，声表面波的波长为 $\lambda=3.884\times 10^{-5}\text{m}$ 。进行 Newmark 变换时，采用时间步长 Δt 为 1/16 周期。根据文献[1]，在换能器上加载时变激励电压时，电极上产生的电荷分布应该包括两个部分：一部分是静态电荷分布，另一部分是动态电荷部分。当电极上加载如图 3 所示的正弦激励电压时(激励电压函数为 $v = \sin \omega t$)，采用有限元法得到的电极上总的电荷分布如图 4 所示。这里电极上总电荷分布就包括静态电荷和动态电荷两部分。一般情况下总电荷分布与静态电荷分布的曲线是相似的。因为静态电荷比动态电荷大的多，两者叠加在一起时，动态电荷部分被掩盖了。

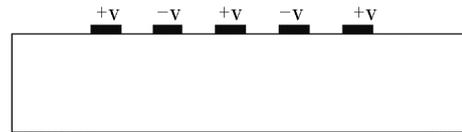


图 3 时变电压激励
Fig 3 Dynamic voltage excitation

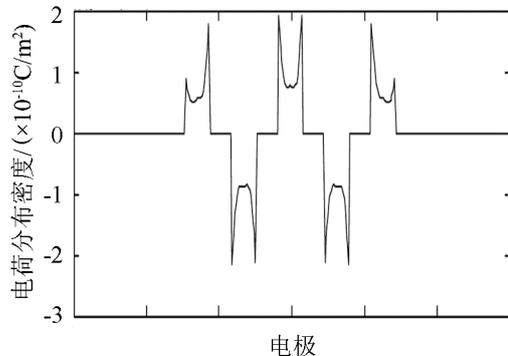


图 4 电极上总电荷分布
Fig.4 Summation of charge distribution on electrode

因为在动态电荷与静态电荷之间存在 $\pi/2$ 的相位差^[1]，当正弦激励电压的幅度值为 0 时，在换能器上不产生静态电荷，由于动态电荷和静态电荷的相位不同步，电极上只有动态电荷存在。图 5 是用有限元法计算得到的在电极上加载正弦激励电压幅度值等于 0 时电极上的动态电荷分布。可以看出动态电荷要比静态电荷分布低一个数量级。

根据文献[1]的描述可知，声表面波的能量主要集中在压电基体表面附近，随着离电极表面的深度增加，声表面波振动的振幅迅速减小，在离电极面的深度大约大于一个波长时，声表面波的能量就迅速减小到可以忽略不计。采用有限元法，把 Y-Z 铌

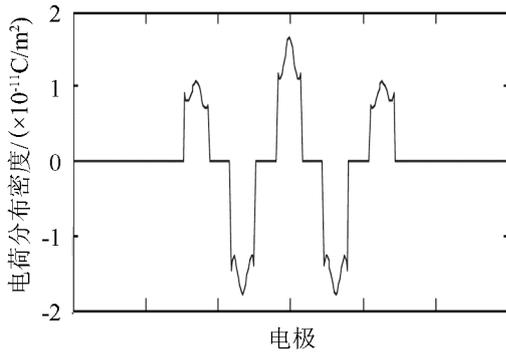


图 5 动态电荷分布
Fig 5 Dynamic charge distribution on electrode

酸锂介质中声波纵向振动振幅提取出, 分析纵向振动与深度(质点离电极面的距离)之间的关系。结果如图 6 所示。图中纵坐标表示振动振幅的相对大小, 横坐标表示质点离表面的深度(单位为声波波长)。可以看出纵向振动位移在电极表面附近最大, 随着离表面距离的增大, 振动位移急剧减小, 在离表面一个波长时, 振幅就可以忽略不计, 这与文献[1]的描述和图示是一致的。

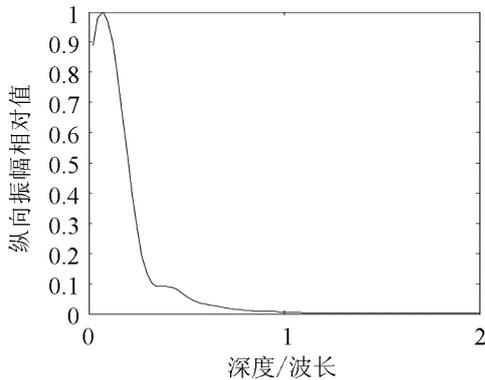


图 6 波纵向振动相对振幅
Fig 6 Relative amplitude of longitudinal vibration of acoustic wave

4 结束语

本文采用有限元法对声表面波换能器的激励问题进行研究, 从声表面波遵循的压电本构方程和

声场波动方程以及麦克斯韦方程出发, 利用哈密顿原理, 推导了换能器中声表面波的有限元方程, 并计算了换能器电极上的电荷分布。并把静态电荷分布的计算结果与格林函数法的结果进行比较, 两种方法的结果是一致的。同时提取了声波振动振幅, 分析了它与质点位置之间的关系, 其结果与文献描述也是一致的。有限元法是一种分析声表面波器件的有效方法。它对声表面波换能器的分析可以为声表面波器件的设计优化与建模提供精确的参数。

参 考 文 献

- [1] 水永安. 声表面波与声表面波器件讲义[M]. 南京: 南京大学, 1998.
SHUI Yongan. Surface acoustic wave and surface acoustic wave devices[M]. Nanjing: Nanjing University, 1998.
- [2] Auld B A. Acoustic Fields and Waves in Solids[M]. John Wiley, 1973.
- [3] David P. Morgan. Surface-Wave Devices for Signal Processing[M]. Elsevier, 1985.
- [4] XU Guanshui. Direct finite-element analysis of the frequency response of a Y-Z lithium niobate SAW filter[J]. Smart Mater. Struct., 2000, 9(6): 973-980.
- [5] Thirumalai Kannan. Finite Element Analysis of Surface Acoustic Wave Resonators[M]. Thirumalai Kannan, June 2006.
- [6] 栾桂冬, 张金铎, 王仁乾, 等. 压电换能器和换能器阵(下册)[M]. 北京: 北京大学出版社, 1990.
LUAN Guidong, ZHANG Jinduo, WANG Renqian, et al. Piezoelectric transducers and transducers Array (Vol. II) [M]. Beijing: Peking University Press, 1990.
- [7] 王勖成, 邵敏. 有限元法基本原理及数值方法(第二版)[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997.
WANG Maocheng, SHAO Min. Principle of finite element method and numerical method(2nd Edition)[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1997.
- [8] Manfred Hofer, Norman Finger, Gunter Kovacs, Joachim Schoberl, Sabine Zaglmayr, Ulrich Langer, and Reinhard Lerch. Finite-Element Simulation of Wave Propagation in Periodic Piezoelectric SAW Structures[J]. IEEE Transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control, June 2006, 53(6): 1192-1201.
- [9] 徐方迁, 金步平. 一种计算声表面波在周期栅阵中传播特性的方法[J]. 声学技术, 2008, 27(4): 612-615.
XU Fangqian, JIN Buping. A method for calculating the properties of surface acoustic waves propagation in periodic metal gratings[J]. Technical Acoustics, 2008, 27(7): 612-615.