

引用格式: 李璿瑶, 王海斌, 汪俊, 等. 一种声速-位置联合估计的水声导航定位方法[J]. 声学技术, 2020, 39(3): 284-289. [LI Jinyao, WANG Haibin, WANG Jun, et al. A positioning method for underwater acoustic navigation based on joint estimation of sound velocity and position[J]. Technical Acoustics, 39(3): 284-289.] DOI: 10.16300/j.cnki.1000-3630.2020.03.005

# 一种声速-位置联合估计的水声导航定位方法

李璿瑶<sup>1,2</sup>, 王海斌<sup>1</sup>, 汪俊<sup>1</sup>, 徐鹏<sup>1</sup>, 陈曦<sup>1</sup>

(1. 中国科学院声学研究所, 北京 100190; 2. 中国科学院大学, 北京 100190)

**摘要:** 长基线水声导航定位方法利用各信标到水下航行器的信号传播时间和等效声速来估计水下航行器的位置, 但各信标到水下航行器的等效声速估计存在误差, 导致定位误差较大, 且随着导航距离的增加, 定位误差呈增长趋势。针对这一问题, 提出了一种基于粒子滤波的水声导航定位方法, 将等效声速和 underwater 航行器的位置作为估计状态参量, 通过测量信标信号到水下航行器的传播时间, 建立粒子滤波模型对其位置进行估计, 准确地估计并跟踪等效声速变化, 从而提高定位精度, 减小估计误差。仿真结果表明, 在水下航行器初始位置未知的情况下, 与常规方法相比, 文中所提方法的定位精度提高了 4 倍左右。

**关键词:** 导航定位; 联合估计; 粒子滤波; 等效声速

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2020)-03-0284-06

## A positioning method for underwater acoustic navigation based on joint estimation of sound velocity and position

LI Jinyao<sup>1,2</sup>, WANG Haibin<sup>1</sup>, WANG Jun<sup>1</sup>, XU Peng<sup>1</sup>, CHEN Xi<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Acoustics, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** In long baseline underwater acoustic navigation, the position of the underwater vehicle is estimated by using the signal travel time and the equivalent sound velocity from each beacon to the underwater vehicle. However, the estimating error of the equivalent sound velocity from each beacon to the underwater vehicle will lead to large position error, and the location error increases with the increase of navigation distance. In order to solve this problem, a positioning method of underwater acoustic navigation based on particle filter is proposed. In this method, the equivalent sound velocity and the position of underwater vehicle are taken as the estimated state parameters. By measuring the travel time of beacon signal to underwater vehicle, particle filter model is established to estimate the position of underwater vehicle and to accurately estimate and track the change of equivalent sound velocity so as to improve positioning accuracy and reduce estimating error. The simulation results show that compared with conventional method, the positioning accuracy of the proposed method is improved about 4 times when the initial position of the underwater vehicle is unknown.

**Key words:** acoustic navigation; joint estimation; particle filtering; equivalent sound velocity

## 0 引言

水下航行器是一种可以凭借自身的动力系统和导航系统来完成水下工作任务的集成系统<sup>[1]</sup>, 在军事应用和民用方面均有广泛的需求。军事方面的应用包括: 水下探测<sup>[2]</sup>、水下巡航以及水下中继通信等<sup>[3]</sup>; 民用方面包括: 海洋资源开发、海洋环境监测以及海洋救险与打捞等。无论军用还是民用需

求, 一般都需要已知水下航行器的位置状态, 故获取水下航行器的高精度位置信息成为需要解决的关键问题。目前水下航行器导航技术主要包括: 航位推算与惯性导航、地球物理属性导航、声学导航。

航位推算与惯性导航方法分别利用速度传感器及加速度传感器得到水下航行器的速度及加速度, 并利用其速度或加速度进行时间积分, 从而推算出水下航行器的位置。但这种方法极易受到水流速度的影响, 造成结果不准确。地球物理属性导航利用水下磁场强度特征、重力场特征、地形环境图等数据进行匹配定位, 但需进行大规模的复杂调研及测绘工作, 故至今实际应用较少。声学导航利用声音信号在水下传播衰减较小、传播距离较远的特

收稿日期: 2019-01-11; 修回日期: 2019-02-13

作者简介: 李璿瑶(1992-), 女, 黑龙江哈尔滨人, 博士研究生, 研究方向为水声信号处理。

通讯作者: 王海斌, E-mail: whb@mail.ioa.ac.cn

点，将水面或水下已知位置的信标作为参考位置，通过测量信标发射的脉冲信号到达水下航行器的时间，计算信标到水下航行器的距离，从而得到水下航行器的位置信息<sup>[4-7]</sup>。声学导航主要包括超短基线导航<sup>[8]</sup>、短基线导航<sup>[9]</sup>和长基线导航等方式<sup>[10-12]</sup>。水下航行器的声学导航定位误差主要由水下等效声速的测量误差产生<sup>[13-16]</sup>：当水下航行器与信标位置距离较远时，由于信道传输环境复杂，准确估计等效声速较为困难，产生一定的距离估计误差，影响估计精度。为解决这一问题，本文引入粒子滤波算法将等效声速作为待估计量进行状态跟踪。粒子滤波算法是一种基于序贯重要性采样的序贯蒙特卡洛方法，不受系统线性化误差和高斯假设的限制，常用于解决状态跟踪问题。经过改进的粒子滤波算法，通过随机产生大量粒子的方式对目标状态进行模拟，根据观测信息判断粒子的拟合程度并赋予粒子相应权值，可以更高效地在先验信息未知的情况下对目标进行状态跟踪。针对声学导航定位由于等效声速估计误差带来的定位误差较大的问题，本文提出了一种基于粒子滤波的水声导航定位方法，将等效声速作为未知的估计参量加入状态方程中，建立以水下航行器的位置及各信标到水下航行器的等效声速为核心估计参量的粒子滤波算法模型，对水下航行器的位置进行估计。对上述方法的性能进行了仿真分析，并与常规长基线导航定位方法进行了性能对比。

### 1 问题描述及解决思路

常规的长基线水声导航定位利用信标发送的脉冲信号到水下航行器的传播时间作为观测量信息，将估计或测量得到的等效声速作为已知的参数，将两者相乘计算出各个信标与水下航行器的距离，在已知信标位置的前提下，利用距离的几何关系，计算出水下航行器的位置信息，其框图如图 1 所示。但无论是工程实测还是理论计算，由于水声信道的复杂性，将得到的等效声速作为已知参量都存在误差。这一误差会导致水下航行器的定位误差随着导航距离的增加而变大，因此，如何高精度地获取等效声速成为提高水声导航定位精度的关键问题。

针对这一问题，本文提出了一种基于粒子滤波的水声导航定位方法(如图 2 所示)，将等效声速和 underwater 航行器的位置作为未知的状态估计参量，结合观测期间航行器自身的速度分量，组成运动状态方程。将各个信标信号的传播时间作为测量值，后验概率密度函数会在较为准确的等效声速和 underwater 航行

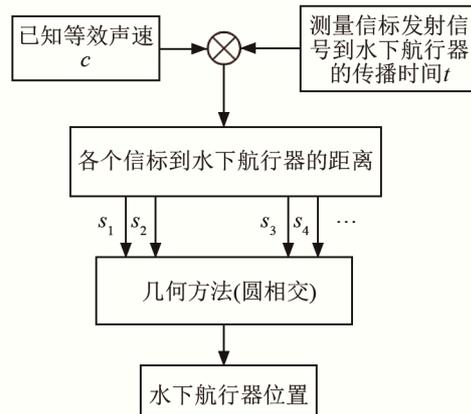


图 1 传统水声导航定位方法框图  
Fig.1 Traditional underwater acoustic positioning method

器的位置处出现峰值。建立粒子滤波模型，利用估计得到的后验概率密度峰值获得水下航行器的位置及等效声速的最优解，从而得到每个时刻水下航行器的位置及等效声速的估计值。将粗估的等效声速值作为粒子滤波算法中等效声速估计的初始值，将等效声速作为未知状态参量，通过状态跟踪，不断修正等效声速的估计误差，从而获得更高精度的定位。

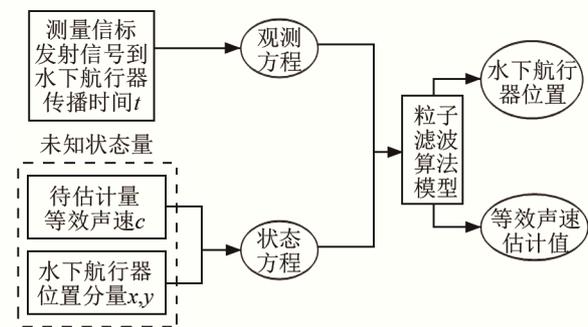


图 2 本文所提基于粒子滤波的水声导航定位方法框图  
Fig.2 The method of underwater acoustic navigation and positioning based on particle filter proposed in this paper

### 2 基于粒子滤波水声导航定位方法

#### 2.1 粒子滤波基本原理

在蒙特卡洛仿真中，以若干离散样本(称为粒子)  $\{X_k^i: i=1, \dots, N\}$  对期望的概率密度进行近似，即：

$$p(\mathbf{X}_{0k} | \mathbf{Z}_{1k}) \approx \tilde{p}(\mathbf{X}_{0k} | \mathbf{Z}_{1k}) = \sum_{i=1}^N w_k^i \delta(\mathbf{X}_{0k} - \mathbf{X}_{0k}^i) \quad (1)$$

式中： $\delta$  为单位冲激函数， $w_k^i$  为  $k$  时刻每个粒子对应的权重， $w_k^i \geq 0$  并且  $\sum_{i=1}^N w_k^i = 1$ 。但目标概率密度函数  $p(\mathbf{X})$  非常复杂，无法直接产生符合概率密度函数  $p(\mathbf{X}_{0k} | \mathbf{Z}_{1k})$  的粒子，因此利用重要性采样 (Importance Sampling) 方法，设  $q(\mathbf{X}_{0k} | \mathbf{Z}_{1k})$  是较之容

易实现采样的概率分布密度函数,称为重要性函数,若重要性密度只取决于  $\mathbf{X}_{k-1}$  和  $\mathbf{Z}_k$ , 定义重要性权重  $w_k$  为

$$w_k = \frac{p(\mathbf{X}_{0k}, \mathbf{Z}_{1k})}{q(\mathbf{X}_{0k} | \mathbf{Z}_{1k})} = \frac{p(\mathbf{Z}_k | \mathbf{X}_k^i) p(\mathbf{X}_k^i | \mathbf{X}_{k-1}^i)}{q(\mathbf{X}_k^i | \mathbf{X}_{k-1}^i, \mathbf{Z}_k)} w_{k-1}^i \quad (2)$$

$$q(\mathbf{X}_{0k} | \mathbf{Z}_{1k}) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{X}_{0k} - \mathbf{X}_{0k}^i) \quad (3)$$

但粒子滤波存在退化问题,因此,需要利用重采样来解决粒子退化问题。重采样的步骤包括对  $p(\mathbf{X}_k | \mathbf{Z}_{1k})$  的离散近似表达进行重采样  $N$  次后得到一个新的集合  $\{\mathbf{X}_k^{i*}\}_{i=1}^N$ :

$$p(\mathbf{X}_k | \mathbf{Z}_{1k}) \approx \sum_{i=1}^N \bar{w}_k^i \delta(\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_k^i) \quad (4)$$

式中:  $\bar{w}_k^i$  为  $w_k^i$  的归一化重要性权重。由此得到的采样实际上是式(4)中离散分布的独立同分布采样结果,因此新的权值被设置为  $\bar{w}_k^i = 1/N$ 。

## 2.2 基于粒子滤波算法的水声导航定位模型

信标数目设置为  $m$ , 在导航过程中每个信标的位置坐标不变,为  $(x_{os}, y_{os}) (s=1, \dots, m, \text{下同})$ , 航行器在  $k$  时刻的位置为  $(x_k, y_k)$ 。  $k$  时刻第  $s$  个信标到航行器的等效声速为  $c_{sk}$ , 从第  $k$  时刻到  $k+1$  时刻、第  $s$  个信标到航行器的等效声速改变量为  $n_k^{cs}$ 。  $k$  时刻第  $s$  个信标到航行器信号的传播时间为  $t_{sk}$ , 其测量误差分别为  $n_{sk}$ , 并假设  $n_{sk}$  满足零均值高斯分布。通过航行器惯导系统得到  $k$  时刻航行器的速度  $(v_{xk}, v_{yk})$  (即从  $k$  时刻到  $k+1$  时刻航行器位置的变化量), 但由于速度测量存在误差, 假设航行器速度测量误差服从零均值高斯分布。

$k$  时刻待估计的状态参量为

$$\mathbf{X}_k = [x_k \quad y_k \quad c_{1k} \quad \dots \quad c_{mk}]^T \quad (5)$$

观测量为

$$\mathbf{Z}_k = [t_{1k} \quad \dots \quad t_{mk}]^T \quad (6)$$

观测误差为

$$\mathbf{N}_k = [n_{1k} \quad \dots \quad n_{mk}]^T \quad (7)$$

状态演化矩阵为

$$\mathbf{V}_{k-1} = [v_{xk} \quad v_{yk} \quad n_k^{c1} \quad \dots \quad n_k^{cm}]^T \quad (8)$$

状态方程为

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{V}_{k-1} \quad (9)$$

观测方程为

$$\mathbf{Z}_k = H(\mathbf{X}_k) + \mathbf{N}_k \quad (10)$$

$$H(\mathbf{X}_k) \triangleq \begin{cases} \sqrt{(x_k - x_{o1})^2 + (y_k - y_{o1})^2} / c_{1k} \\ \vdots \\ \sqrt{(x_k - x_{om})^2 + (y_k - y_{om})^2} / c_{mk} \end{cases} \quad (11)$$

首先随机产生  $M$  个粒子, 每个粒子包含

$\mathbf{X}_k = [x_k^i \quad y_k^i \quad c_{1k}^i \quad \dots \quad c_{mk}^i]^T$  的预估状态参量, 对每个粒子根据观测方程给出粒子对应的权值, 采样-重要性重采样 (Sampling-Importance Resampling, SIR) 滤波器将重要性函数  $q(\mathbf{X}_k | \mathbf{X}_{k-1}^i, \mathbf{Z}_{1k})$  选择为先验函数  $p(\mathbf{X}_k | \mathbf{X}_{k-1}^i)$ , 代入式(2)中可以得到重要性权值为

$$w_k^i \propto w_{k-1}^i p(\mathbf{Z}_k | \mathbf{X}_k^i) \quad (12)$$

该滤波器每个时刻都进行重采样, 因而:

$$w_k^i \propto p(\mathbf{Z}_k | \mathbf{X}_k^i) \quad (13)$$

重要性权值在重采样步骤前需要进行归一化, 之后的每个时刻都进行重采样操作。因此粒子的权值可以表示为

$$w_k^i \propto p(\mathbf{Z}_k | \mathbf{X}_k^i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{t_1}} \exp\left\{-\frac{[h_{t_1}(\mathbf{X}_k^i) - Z_k]^2}{2\sigma_{t_1}^2}\right\} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{t_2}} \exp\left\{-\frac{[h_{t_2}(\mathbf{X}_k^i) - Z_k]^2}{2\sigma_{t_2}^2}\right\} \times \dots \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{t_m}} \exp\left\{-\frac{[h_{t_m}(\mathbf{X}_k^i) - Z_k]^2}{2\sigma_{t_m}^2}\right\} \quad (14)$$

$$h_{t_s}(\mathbf{X}_k^i) = \sqrt{(x_k - x_{os})^2 + (y_k - y_{os})^2} / c_{1k}, \quad s=1, \dots, m \quad (15)$$

对每个粒子加权平均估计当前时刻目标的运动状态, 并进行对当前时刻粒子重采样, 得到重采样后的粒子。在下一时刻, 将重采样后的粒子  $\mathbf{X}_{k+1}^i$  代入粒子的状态方程中:

$$\mathbf{X}_{k+1|k}^i = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X}_{k|k}^i - \mathbf{U} \quad (16)$$

式中,  $\mathbf{A}$  为根据目标运动状态得到的逆推矩阵。由式(16)可得到下一时刻的粒子并重新为粒子分配新的权值, 继而得到下一时刻估计得到的目标运动状态。

## 2.3 基于粒子滤波算法的水声导航定位方法

算法输入: 每个信标的发射信号到航行器的传播时间; 由航行器惯性导航得到的航行器每个时刻的运动速度。

(1) 在每个时刻随机产生大量粒子模拟的航行器位置以及各个信标信号传播到航行器的等效声速, 对应得到这一时刻每个粒子的权值;

(2) 对每个时刻的粒子加权估计航行器位置及各个等效声速;

(3) 进行重采样处理重新得到粒子并代入状态方程中获取下一时刻的粒子;

(4) 循环此过程得到每个时刻状态估计值。

算法输出: 每个时刻航行器位置分量、各个信标信号传播到航行器的等效声速估计值。

基于粒子滤波的导航定位算法流程图如图 3 所示。

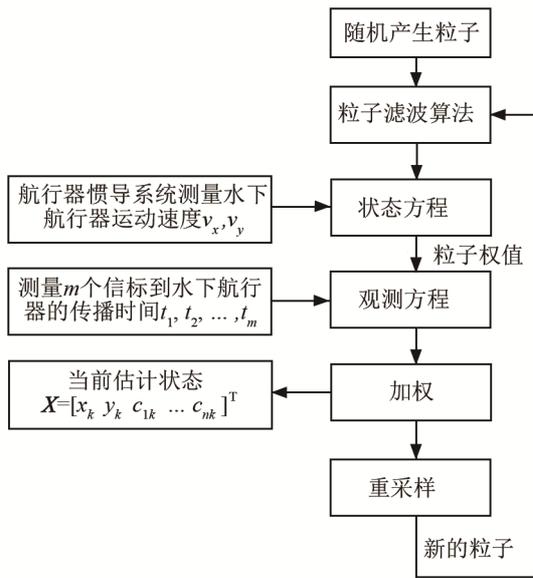


图 3 基于粒子滤波的导航定位算法流程图  
Fig.3 Flow chart of navigation and positioning algorithm based on particle filter

### 3 仿真分析

取正北方向为  $0^\circ$ ，设置 3 个导航信标  $B_1$ 、 $B_2$  和  $B_3$ 。三者构成一个边长  $r=60\text{ km}$  的等边三角形， $B_1$  位于坐标原点  $(0,0)$  处， $B_2$  位于坐标  $(r,0)$  处， $B_3$  位于坐标  $(r/2, \sqrt{3}r/2)$  处。航行器初始位置位于  $S$  点，坐标为  $(3r/4, r/5)$ ，做匀速直线运动，速度为  $2.5\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ，航向为  $75^\circ$ 。在实际应用中，航行器即使做匀速直线运动也会受到水流影响，假设水流速度在  $x$  和  $y$  方向都存在扰动，且其速度扰动均满足均值为 0、标准差为  $0.71\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  的高斯分布。 $k$  时刻与  $k+1$  时刻的时间间隔为  $120\text{ s}$ ，时间采样次数为 100 次。假设 3 个信标的信号同时收到。信标信号传播时间的测量误差均服从均值为 0、标准差为  $31.6\text{ ms}$  的高斯分布。3 个信标到航行器的等效声速真值分别为  $c_1=1\ 510\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 、 $c_2=1\ 519\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 、 $c_3=1\ 503\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ （声速真值在后续处理中未知），且由于航行器位置逐渐变化，等效声速缓慢变化，假设其变化量服从均值为 0、标准差为  $0.1\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  的高斯分布，等效声速的变化是为了模拟实际应用中由于环境变化以及航行器运动导致的等效声速改变。粒子滤波算法假设航行器初始位置未知，设定为距离航行器真实位置较远的坐标  $(r, 5r/2)$ ，设置等效声速初始估计值分别为  $c_1=1\ 502\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 、 $c_2=1\ 521\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 、 $c_3=1\ 496\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ，与常规几何算法的等效声速估计初始值大小相同，标准差均取  $40\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ；利用粒子滤波算法估计航行器位置须给出与其真实位置误差较大的初始位置，将航行器位置的初始值设置为  $(r, r/4)$ ， $x$  轴与  $y$  轴

坐标的标准差均取  $20\ 000\text{ m}$ 。其中， $c_1$  和  $c_3$  两个等效声速初始估计值误差较大，在航行器位置完全未知以及等效声速误差较大的情况下进行水声导航定位。常规导航算法利用圆相交的几何关系，等效声速取初始估计值对航行器定位，并将粒子滤波算法与常规方法的定位结果及误差进行对比。

图 4 为水下航行器与 3 个信标每时刻的真实位置。图 5 分别为 3 个信标信号到水下航行器的等效声速真值。图 6、7 分别为水下航行器的真实速度及真实航向角。图 8、9 分别为常规方法和基于粒子滤波对航行器进行导航定位的轨迹估计及误差

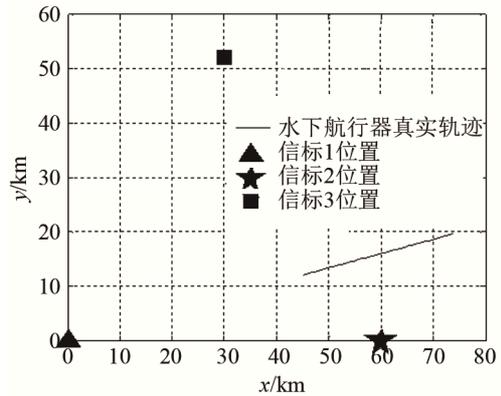


图 4 水下航行器、信标位置及运动轨迹  
Fig.4 Position and trajectory of underwater vehicle and beacon

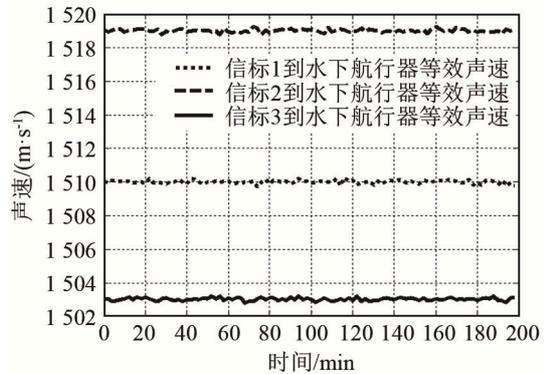


图 5 各信标到水下航行器等效声速真值  
Fig.5 The true value of equivalent sound velocity from each beacon to the underwater vehicle

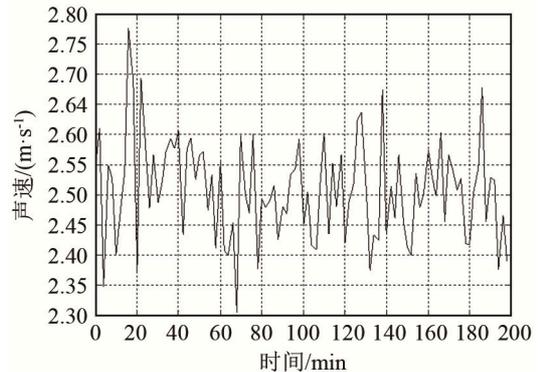


图 6 水下航行器速度真值  
Fig.6 The true value of underwater vehicle speed

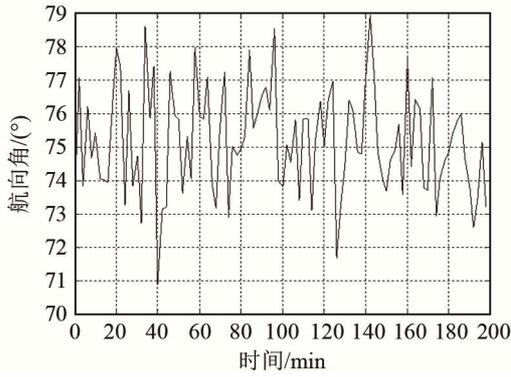
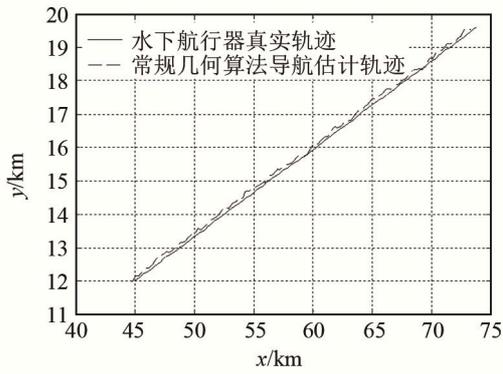
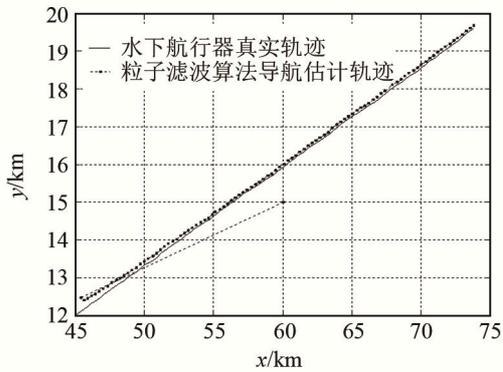


图 7 水下航行器真实航向角

Fig.7 The true value of underwater vehicle true heading angle



(a) 常规几何算法轨迹估计



(b) 粒子滤波算法轨迹估计

图 8 常规算法及粒子滤波算法时水下航行器轨迹估计结果  
Fig.8 Trajectory estimation using conventional algorithm and particle filter algorithm

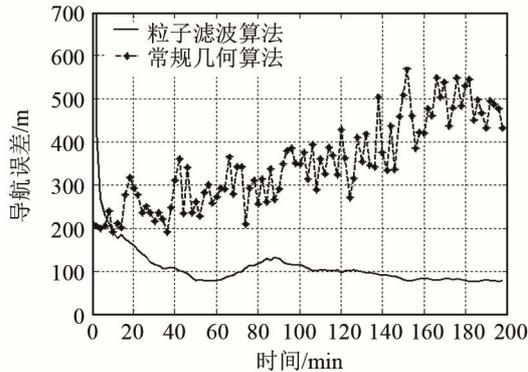


图 9 常规算法及粒子滤波算法误差对比

Fig.9 Error contrast of conventional algorithm and particle filter algorithm

对比。图 10 为粒子滤波算法对各信标的等效声速估计与等效声速真值的对比。

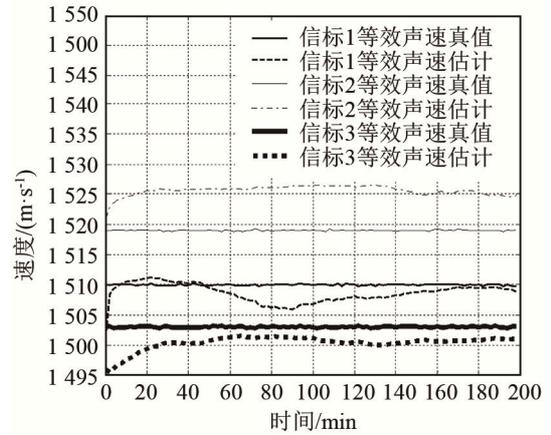


图 10 粒子滤波算法对各信标的等效声速估计

Fig.10 Estimation of equivalent sound velocity for each beacon using particle filter algorithm

由图 8 可得：粒子滤波算法估计的轨迹与真实轨迹更加吻合。由图 9 可知：常规方法在采样时间的末尾时刻误差大于初始值产生的误差，定位误差由 200 m 增加至 400 m 以上，而粒子滤波算法将定位误差控制在 100 m 左右，远小于初始定位误差，对水下航行器的定位更加准确。由图 10 可知：粒子滤波算法将等效声速作为未知状态量进行估计，在递推处理过程中估计值逐渐趋向真值，这是粒子滤波算法比常规方法定位更加准确的原因。

### 4 结 论

本文提出了一种基于粒子滤波算法的水声导航定位方法。该算法在每一时刻将大量不同状态的粒子代入信标信号到水下航行器的传播时间的非线性观测方程中，通过采样-重要性重采样滤波器分配每个粒子的权值比重，得到最优状态估计值。该方法基于粒子滤波模型，将等效声速和 underwater 航行器位置作为未知估计状态，不仅减小了常规几何算法因等效声速误差产生的定位误差，而且随着时间推移，精度逐渐提高，在水下航行器位置完全未知的状况下能更准确地估计其运动状态，定位精度提高到原来的 4 倍左右，具备较高的应用价值。

### 参 考 文 献

[1] KLEIN DANIEL J, BETTALE PARTRICK K, TRIPLETT BENJAMIN I, et al. Autonomous underwater vehicle control with limited communication: theory and experiment[C]//Proceedings of the 2008 IFAC Workshop on Navigation, Guidance and Control of Underwater Vehicles, 2008.

[2] 刘大利, 刘云涛, 蔡惠智. 水下连续有源探测的回波检测算法[J].

- 声学学报, 2014, **39**(2): 163-169.
- LIU Dali, LIU Yuntao, CAI Huizhi. Echo detection method for underwater continuous active detection[J]. *Acta Acustica*, 2014, **39**(2): 163-169.
- [3] 李敏, 李启虎, 杨秀庭. 一种水下 GPS 系统及其在蛙人定位导航中的应用[J]. *声学技术*, 2008, **27**(6): 812-815.
- LI Min, LI Qihu, YANG Xiuting. An underwater GPS system and its application in frogman positioning and navigation[J]. *Technical Acoustics*, 2008, **27**(6): 812-815.
- [4] 梁国龙, 林旺生, 王燕. 浅海信道有效声速估计及其在水声定位中的应用[J]. *声学技术*, 2012, **31**(1): 42-47.
- LIANG Guolong, LIN Wangsheng, WANG Yan. Estimation of effective sound velocity in shallow sea channel and its application in underwater acoustic location[J]. *Technical Acoustics*, 2012, **31**(1): 42-47.
- [5] 张宝华, 赵梅. 海水声速测量方法及其应用[J]. *声学技术*, 2013, **32**(1): 24-28.
- ZHANG Baohua, ZHAO Mei. Measurement of sound velocity in seawater and its application[J]. *Technical Acoustics*, 2013, **32**(1): 24-28.
- [6] 金丽玲, 李建龙, 徐文. 自回归状态空间模型下时变声速剖面跟踪方法[J]. *声学学报*, 2016, **41**(6): 813-819.
- JIN Liling, LI Jianlong, XU Wen. Time-varying sound velocity profile tracking method based on autoregressive state space model[J]. *Acta Acustica*, 2016, **41**(6): 813-819.
- [7] 刘斌, 马晓川, 侯朝焕. 基于卡尔曼滤波的单目标后续检测与跟踪方法[J]. *声学技术*, 2007, **26**(6): 1077-1080.
- LIU Bin, MA Xiaochuan, HOU Chaohuan. Kalman filter-based single target subsequent detection and tracking method[J]. *Technical Acoustics*, 2007, **26**(6): 1077-1080.
- [8] 郑琛瑶, 潘泉, 董真杰. 利用相关峰内插时延估计提高四元阵定位精度[J]. *声学技术*, 2012, **31**(5): 526-529.
- ZHENG Chenyao, PAN Quan, DONG Zhenjie. Improving the positioning accuracy of quaternion array by using correlation peak interpolation time delay estimation[J]. *Technical Acoustics*, 2012, **31**(5): 526-529.
- [9] 李壮, 乔钢, 何超, 等. 结合主动时间反转算法的短基线定位研究[J]. *声学学报*, 2013, **38**(3): 287-293.
- LI Zhuang, QIAO Gang, HE Chao, et al. Research on short baseline location based on active time inversion[J]. *Acta Acustica*, 2013, **38**(3): 287-293.
- [10] 韩云峰, 郑翠娥, 孙大军. 长基线声学定位系统跟踪解算优化方法[J]. *声学学报*, 2017, **42**(1): 14-20.
- HAN Yunfeng, ZHENG Cui'e, SUN Dajun. Optimal tracking solution method for long baseline acoustic location system[J]. *Acta Acustica*, 2017, **42**(1): 14-20.
- [11] 张明磊, 黄敏燕, 冯海泓. 长基线水声定位系统中一种迭代声速修正算法[J]. *声学技术*, 2010, **29**(3): 253-257.
- ZHANG Minglei, HUANG Minyan, FENG Haihong. An iterative sound velocity correction method for long baseline underwater acoustic location system[J]. *Technical Acoustics*, 2010, **29**(3): 253-257.
- [12] 张庆国, 要庆生, 黄其培, 等. 座底式长基线水声跟踪系统校阵方法研究[J]. *声学技术*, 2016, **35**(5): 408-413.
- ZHANG Qingguo, YAO Qingsheng, HUANG Qipei, et al. Research on array calibration method of long baseline underwater acoustic tracking system with base[J]. *Technical Acoustics*, 2016, **35**(5): 408-413.
- [13] 张维, 黄益旺, 王延意. 利用残缺样本声速重构声速剖面[J]. *声学技术*, 2012, **31**(4): 371-374.
- ZHANG Wei, HUANG Yiwang, WANG Yanyi. Reconstructing sound velocity profile with deficient sample sound velocity[J]. *Technical Acoustics*, 2012, **31**(4): 371-374.
- [14] 程广利, 张明敏. 少量声速剖面时浅海声传播不确定性研究[J]. *声学技术*, 2013, **32**(1): 7-10.
- CHENG Guangli, ZHANG Mingmin. Study on uncertainty of shallow sea sound propagation with small sound velocity profiles[J]. *Technical Acoustics*, 2013, **32**(1): 7-10.
- [15] 吴碧, 陈长安, 林龙. 声速经验公式的适用范围分析[J]. *声学技术*, 2014, **33**(6): 504-507.
- WU Bi, CHEN Chang'an, LIN Long. Analysis of applicable range of sound velocity empirical formula[J]. *Technical Acoustics*, 2014, **33**(6): 504-507.
- [16] 陈艳丽, 宫在晓, 郭良浩, 等. 三元阵被动测距在浅海低频条件下的声速修正[J]. *声学技术*, 2014, **33**(6): 485-488.
- CHEN Yanli, GONG Zaixiao, GUO Lianghao, et al. Sound velocity correction of three-element array passive ranging in shallow sea at low frequency[J]. *Technical Acoustics*, 2014, **33**(6): 485-488.