

温度对水饱和孔隙介质压缩波速度的影响

邹大鹏¹, 吴百海¹, 卢 博², 曾洁莹¹, 张文凡¹

(1. 广东工业大学机电学院, 广州 510090; 2. 中国科学院南海海洋研究所边缘海地质重点实验室, 广州 510301)

摘要: 温度作用使孔隙介质密度、弹性模量等参数发生改变, 从而影响声波传播性质。文章基于变形体能量守恒定律, 考虑热机耦合和两相介质热耦合, 推导水饱和孔隙介质的热传导方程; 考虑孔隙水和固相孔隙介质存在的三种耦合性, 基于热作用下应力应变关系分析, 建立了热机耦合声波传播模型; 设计温度变化沉积物样品声学测量实验, 当温度由 2℃ 增加到 27℃ 时, 压缩波速度平均增大 $88\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, 运用热机耦合声波传播模型解释了实验测量结果的上升趋势, 获得理论计算值与测量值相对偏差范围为 -3.03%~1.19%。

关键词: 孔隙介质; 压缩波; 温度; 耦合

中图法分类号: P733. 23

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2008)-04-0492-05

Thermal effect on compressional speed of water-saturated porous medium

ZOU Da-peng¹, WU Bai-hai¹, LU Bo², ZEN Jie-ying¹, ZHANG Wen-fan¹

(1. Faculty of Electromechanical Engineering, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510090, China;

2. Key Laboratory of Marginal Sea Geology, South China Sea Institute of Oceanology,
Chinese Academy of Sciences, Guangzhou 510301, China)

Abstract: Thermal effect leads to changes of density, elastic modulus and so on of porous medium, which affects the propagation characteristics of acoustic wave. In this paper a heat transfer equation of water-saturated porous medium is presented on the basis of energy conservation theory of deformable bodies, with considering the thermo-mechanical coupling and interphase thermal coupling. Thus, a thermo-mechanical coupling wave propagation model is set up based on analysis of thermal-effected strain and stress of water-saturated porous medium, with the consideration of three couplings between the porous water and porous solid phase. An experiment is carried out to measure compressional speeds of sediment samples under the control of temperature, which gets the increase of $88\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ in ultrasonic velocity with temperature varied from 2℃ to 27℃. The experimental results are well explained by the set-up model and relative errors in comparison with the theoretical calculations are from negative 3.03 percent to 1.19 percent.

Key words: porous medium; compressional wave; temperature; coupling

1 引 言

孔隙介质广泛分布在自然界, 其声学性质的研究是声学测量、地震预报、资源勘探等领域的重点。温度作为重要的影响因素, 其使孔隙介质密度、弹性模量等

参数发生改变, 从而影响声波传播性质。Biot^[1,3]建立了流体饱和多孔隙固体介质的声波波动理论, 研究了温度的影响性, 极大推动了这些领域理论与实践的研究。Pecker^[4]在 Biot 的理论基础上, 通过研究两相介质热动力基本方程, 比较了绝热、等温和过程状态的压缩波性质, 给出了两相介质热耦合系数的测量方法。Cruz and Spanos^[5]结合体积平均理论研究了孔隙介质的热机耦合声波传播理论。East-wood^[6]应用 Hickey 发展的 Cruz-Spanos 理论较好地解释了石油砂的温度变化下的声速。Carbó^[7]测量了沉积物的温

收稿日期: 2007-09-17; 修回日期: 2007-12-15

基金项目: 国家自然科学基金项目 (批准号: 40676040, 40476020)

作者简介: 邹大鹏 (1977-) 男, 黑龙江德都人, 博士, 主要从事海洋工程、机电液工程的研究。

通讯作者: 邹大鹏, E-mail: anthonyzou@126.com

度作用下的声速变化和衰减,没有进一步进行理论解释。门幅录^[8]从两相介质动力学方程出发,应用准微观连续条件联立建立起饱和流体的孔隙介质波动方程,是对 Biot 理论的显化和简化的一种模型。陈龙珠^[9]在门幅录模型基础上考虑了孔隙水的运动耦合性,解释了土壤中声波的波速分布的现象。两者都未研究温度对孔隙介质声波传播的影响。因此,作为水饱和和孔隙介质类的土壤和海底沉积物等,温度对其声传播性质影响的理论和实验研究仍有待于更多的开展。

本文基于变形体能量守恒定律,研究水饱和和孔隙介质的热传导方程,并考虑两相介质的三种耦合作用,建立热作用下的波动模型,设计了沉积物温度变化下的声学测量实验,运用热机耦合声波传播模型有效地解释了实验结果。

2 热传导方程

对于单相介质应用高斯公式及雷诺第二输运方程可得功率方程的积分形式如下^[10]:

$$\iiint_{V(t)} \rho \left(\dot{e} + \frac{1}{2} \dot{v}_i \dot{v}_i \right) dV = \iiint_{V(t)} (\rho f_i v_i + (\sigma_{ij} v_i)_{,j} + Q - q_{i,i}) dV \quad (1)$$

式中, ρ 为密度, e 为内能, v_i 为速度分量, f_i 为单位体力分量, σ_i 为应力分量, Q 为系统内部热源热量增量, q_i 为热流量。约定字母头上带点为对时间求导,下标逗号表示对坐标求导。

功率方程的微分形式如下,

$$\rho \dot{e} + \rho v_i \dot{v}_i = \rho f_i v_i + v_i \sigma_{ij,j} + \sigma_{ij} v_{i,j} + Q - q_{i,i} \quad (2)$$

式(2)为热机耦合能量方程的功率表示形式。其中纯力学的机械能守恒定律的功率表示形式,

$$\rho v_i \dot{v}_i = \rho f_i v_i + v_i \sigma_{ij,j} \quad (3)$$

式(2)减去(3)可得变形体能量守恒定律的功率表示形式^[11],

$$\rho \dot{e} = \sigma_{ij} v_{i,j} + Q - q_{i,i} \quad (4)$$

式中,第一项为单相介质的内能总增率,第二项为应变能率,第三项表示系统内部热源热量增量,第四项表示热流通量的增量。

基于小变形情况,对式(4)进行线性化处理。不考虑强热冲击作用,根据内能公式可以得出内能变化率与温度变化率关系如下

$$\dot{e} = c_v \dot{T} \quad (5)$$

式中, c_v 为定容比热, T 为绝对温度。

依据傅里叶定律有

$$q_i = -\lambda T_{,i} \quad (6)$$

式中, λ 为导热系数。

受热变形状态下,热应力线性化表示为

$$\sigma_{ij} = -K\alpha T\delta_{ij} \quad (7)$$

式中, K 为体积弹性模量, α 为线膨胀系数。

将式(5)~(7)带入功率方程(4)可以得到单相介质的热传导方程:

$$\rho c_v \dot{T} + K\alpha T \nabla \cdot v - Q - \lambda \nabla^2 T = 0 \quad (8)$$

式中第二项存在温度和介质应变率的乘积项,体现了热机耦合作用。如果不存在内部热源增量 Q ,式(8)即变为 Landau 的固相介质热传导方程^[5]:

$$\rho_s c_{vs} \dot{T}_s + K_s \alpha_s T_s \nabla \cdot v_s - \lambda_s \nabla^2 T_s = 0 \quad (9)$$

式中下标 s 代表固相孔隙介质。

对于水饱和和孔隙介质,孔隙水贯穿在固相孔隙中,相互作用成为整体。通常两相介质的热传导特性不同,温度变化不一致,因此其热传导过程既存在两相介质的独立作用,也同时存在两相介质的热传导耦合作用,在单元体内互为热源。这种热传导耦合作用与两相介质温度差有关^[3],可表述为

$$Q_w = -Q_s = \gamma(T_s - T_w) \quad (10)$$

式中,下标 w 代表孔隙水, γ 为两相介质的热交换系数,可以通过实验测量得出^[4]。

考虑孔隙介质的变形时孔隙度发生变化,以及考虑孔隙水的粘性,根据式(4)和(8)得到水饱和和孔隙介质的热传导方程组^[5]为

$$\begin{aligned} \rho_1 c_{vs} \dot{T}_s - K_s \alpha_s T_0 [\dot{n} - (1 - n_0) \nabla \cdot v_s] - \\ Q_s - (1 - n_0) \lambda_s \nabla^2 T_s = 0 \end{aligned}$$

$$\rho_2 c_{vw} \dot{T}_w - n_0 \alpha_w T_0 \dot{p}_f - Q_w - n_0 \lambda_w \nabla^2 T_w = 0 \quad (11)$$

式中, n 为孔隙度;约定下标 0 表示初始状态值; $\rho_1 = (1 - n_0) \rho_s$, $\rho_2 = n_0 \rho_w$; p_f 为孔隙水压力。

由上式可以得出水饱和和孔隙介质的热传导性质:

(1) 只有当孔隙水和固相孔隙介质的温度保持一致时,热传导耦合项才会消失,通常情况下,水饱和和孔隙介质的两相介质的热传导过程并不一致,因此热传导耦合项存在;

(2) 水饱和和孔隙介质的热传导过程不仅仅有两相物质的热耦合作用,还存在着热机耦合项,这使得热传导过程变得复杂,只有在热膨胀做功非常小可以忽略的情况下,热机耦合项消失,变成纯热过程;

(3) 热传导方程表明了热动力过程的存在。水饱和和孔隙介质的热传导过程求解非常复杂,通常对式(11)进行简化处理,忽略热变形,则只剩下两相温度的两个未知数,方程组封闭。当温度处于等温稳定状态时,热传导过程消失。

3 热机耦合声波传播模型

在热力学作用下,固相孔隙介质的总应变包括机械应变和热应变,其中热应变 $e_{ij(T)}$ 与温度和物质的固有线膨胀系数有关,表达式为

$$e_{ij(T)} = \alpha_s T_s \delta_{ij} \quad (12)$$

式中, δ_{ij} 为克罗内尔符号。

对固相介质按照各向同性考虑,总应变为

$$e_{ij} = \frac{1}{2\mu_s} \sigma_{ij} - \frac{v_s}{E_s} \sigma_i \delta_{ij} + \alpha_s T_s \delta_{ij} \quad (13)$$

其中 $\sigma_i = \sigma_{ii}$ 为应力张量第一不变量。

根据广义虎克定律有固相孔隙介质的本构方程

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= 2\mu_s e_{ij} + \lambda_s \theta_s \delta_{ij} - K_s \alpha_v T_s \delta_{ij} \\ &= (2\mu_s + \lambda_s \delta_{ij}) e_{ij} - K_s \alpha_v T_s \delta_{ij} \end{aligned} \quad (14)$$

式中, $\alpha_v = 3\alpha_s$ 为体积膨胀系数。

小应变条件下满足几何方程

$$e_{ij} = (U_{i,j} + U_{j,i})/2 \quad (15)$$

式中, U 为固相孔隙介质的位移。

不考虑体力影响作用,运动方程为

$$\rho_s \ddot{U}_i = \sigma_{ij,j} \quad (16)$$

式(14)、(15)和(16)共有方程 15 个,而未知数有 16 个,加上热传导方程(9),方程组封闭,给出边界条件即可求解,通常解析方法求解非常困难,采用数值方法计算可以得出各参数在不同时间和空间下的分布状态。

将式(14)和(15)代入(16)得到固相孔隙介质的热机耦合声波传播波动方程的向量形式为

$$\rho_s \ddot{U} = \mu_s \Delta U + (\lambda_s + \mu_s) \nabla (\nabla \cdot U) - K_s \alpha_v \nabla T_s \quad (17)$$

固相孔隙介质的热机耦合声传播波动方程具有如下性质:

(1)具有空间温度分布梯度时,声速传播与分布梯度有关,受到温度分布梯度的大小和变化影响,处于热机耦合状态;

(2)当介质处于热平衡状态下,此时温度恒定,温度梯度为零,热机耦合解耦,此时波动方程还原为不考虑温度影响的纯机械波动方程,声波传播只与此温度下的各参数物理性质有关。

对于水饱和和孔隙介质,孔隙水和固相孔隙介质的相互作用,产生了三种耦合。首先,固相孔隙介质的骨架因水的作用而产生变化,形成了吸附水、层间水和结构水,骨架处于湿润耦合状态,此时称骨架弹性系数为耦合骨架弹性系数。其次,由于孔隙水具有粘性和惯性,在孔隙中运动产生了内摩擦力

和惯性力,从而产生了运动耦合,孔隙水运动分解为两部分,等效为一部分与孔隙相同的运动速度,一部分具有独立的运动速度^[9],因此引入自由因子 m 表征这种运动耦合性, m 与结构和频率有关,取值范围为 $[0, 1]$, 0 表示完全耦合, 1 表示完全独立运动。此外,海水溶解了极细微颗粒,一起流动具有了物质上的耦合,粘度有所加大,密度有所加大,这种耦合作用通过孔隙水的黏度和密度等性质变化表征。三种耦合都是时变的,非线性的。

单元体中孔隙水运动阻力满足达西定律^[1],运动方程表述如下

$$\nabla \bar{\sigma}_w + mb(\dot{U} - \dot{W}) = (1-m)\rho_2 \ddot{U} + m\rho_2 \ddot{W} \quad (18)$$

式中, $\bar{\sigma}_w = \sigma_w - K_w \alpha_{vs} T_w$ 为孔隙水的总应力; b 为综合渗透系数, $b = \eta n^2 / K$, K 为达西(Darcy)渗透系数, η 为孔隙水黏度; W 为孔隙水位移。

固相孔隙介质运动方程如下

$$\mu \nabla^2 U + (\mu + \lambda) \nabla (\nabla \cdot U) - mb(\dot{U} - \dot{W}) - K_s \alpha_{vs} \nabla T_s = \rho_1 \ddot{U} \quad (19)$$

式中, λ 和 μ 为耦合骨架弹性系数, 表示为 $\lambda = \lambda_s + (1-n)K_w/n$, $\mu = \mu_s$ 。

根据连续性条件,孔隙固体颗粒的可压缩性较骨架和孔隙水都很小,忽略后则有^[8]

$$n \nabla \cdot (\dot{W}) + (1-n) \nabla \cdot (\dot{U}) - \dot{\sigma}_w / K_w = 0 \quad (20)$$

联立式(18)~(20)得到水饱和和孔隙介质热机耦合声波传播波动方程如下

$$\nabla \bar{\sigma}_w + mb(\dot{U} - \dot{W}) = (1-m)\rho_2 \ddot{U} + m\rho_2 \ddot{W}$$

$$\mu \nabla^2 U + (\mu + \lambda) \nabla (\nabla \cdot U) - mb(\dot{U} - \dot{W}) - K_s \alpha_{vs} \nabla T_s = \rho_1 \ddot{U}$$

$$n \nabla \cdot (\dot{W}) + (1-n) \nabla \cdot (\dot{U}) - \dot{\sigma}_w / K_w = 0 \quad (21)$$

式(21)为考虑热作用后的水饱和和孔隙介质声波传播模型。从模型中可以得到以下性质:

(1)水饱和和孔隙介质中存在热机耦合以及两相介质运动耦合,使得水饱和和孔隙介质的声速求解问题变得复杂,通常采用数值方法计算求得运动和声学性质分布;

(2)当温度处于稳定不变状态时,不随时间和空间变化,则温度的时间梯度和空间梯度为零,这种温度稳定即是 Biot 理论^[1-2]的假设前提。

通常声波作用过程中产生的温度变化非常微小,可以忽略不计,当水饱和和孔隙介质处于等温状态时,热动力作用为零,式(21)热机解耦,此时各参数为此恒定温度下的数值。解耦后可参照文献^[1]和^[8]进行求解,可以得到快慢两个压缩波和一个切变波解。

4 温度变化下声学测量实验

海底沉积物是自然界的一种常见的水饱和和孔隙介质,其温度变化通常比较缓慢,而且变化范围较小,因此声学测量中通常可以认为海底沉积物处于稳定不变的温度状态下。设计沉积物温度变化控制的声学测量实验结构原理图如图 1,在室温状态下($\geq 30^{\circ}\text{C}$)开始降温进行连续测量。制冷装置采用冰柜,调节至所需的恒定温度,控制降温速度;通过温度计测量温度调控室温度,保证降温过程平缓;通过测温仪测量沉积物样品温度,判断温度稳定在测定温度下,测温仪分辨率为 1°C ;运用 DB4 声波仪测量沉积物并记录温度稳定时的声波图,测量实际主频为 37.1kHz 。

测量样品为南海海底沉积物的重塑样, CJWCY02 为粘土质粉砂, CJWCY03 和 CJWCY04 为粘土-砂-粉砂,密度依次为 $1.557\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ 、 $1.675\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ 、 $1.692\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$,孔隙度分别为 0.702 、 0.635 、 0.611 。温度从 2°C 变化到 27°C ,压缩波(指压缩波快波,下同)速度测量结果见图 2 中散点。

理论计算参数按照沉积物实际孔隙度、密度选取及计算,弹性参数计算采用下式^[12]

$$\lg K_s=2.70932-4.25391n$$
$$\mu_s=3K_s(1-2\sigma)/(2(1+\sigma))$$

(22)

式中, σ 为泊松比,对于砂通常取为 $0.2\sim 0.3$,这里取为 0.25 。

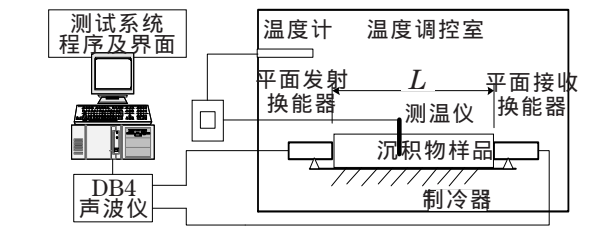


图 1 温度实验结构示意图
Fig.1 Layout of temperature experiment

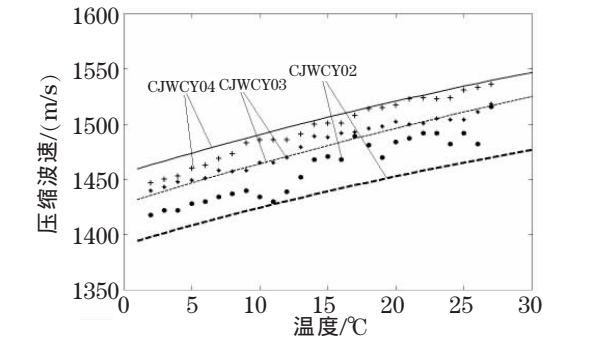


图 2 温度变化下理论计算及实验结果比较
Fig.2 Comparison between theoretical calculations and experimental results with temperature varied

在室温变化下,固相孔隙介质的密度、弹性性质等变化非常小,比孔隙水的变化小,因此可认为是不变量; CJWCY02、CJWCY03、CJWCY04 的柯西渗透系数依次取为 $3\times 10^{-12}\text{m}^2$ 、 $5\times 10^{-12}\text{m}^2$ 、 $5\times 10^{-12}\text{m}^2$,自由因子统一取为 0.85 。孔隙水的密度^[13]、弹性模量和黏度^[14]与温度关系公式如下

$$\rho_w=10^3(1.8105\times 10^{-3}\times(t+273.1)+138.08/(t+273.1))^{-1}$$
$$K_w=-0.0001t^2+0.0105t+2.015$$
$$\eta=1.984\times 10^{-6}\times e^{1825.85/(273+t)}$$

(23)

式中, ρ_w 为孔隙水密度, $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$; K_w 单位为 GPa , η 单位为 $\text{Pa}\cdot\text{s}$, t 单位为 $^{\circ}\text{C}$ 。

当温度从 2°C 增加到 27°C 时,实验样品的压缩波速度增大平均为 $88\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$,理论计算值(见图 2 中曲线)能够解释沉积物在温度上升过程中声速上升的整体趋势,相对误差较小(如表 1),解释精度较高。

理论和实验测量结果表明,温度升高时,沉积物的声速呈上升趋势,与 Carbó^[7]测量结果一致;实测数据整体上升趋势中存在着一一定的波动,表明海底沉积物在温度变化作用下存在一定的非完全均质性变化。

表 1 理论计算误差
Table 1 Errors of theoretical calculations

样品名	计算绝对误差/ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$		相对误差/%	
	最大	最小	最大	最小
CJWCY02	-3	-46	-0.17	-3.03
CJWCY03	7	-12	0.47	-0.77
CJWCY04	17	1	1.19	0.04

5 结论与探讨

水饱和孔隙介质由固液两相成分组成,在孔隙水的浸润下,固相孔隙介质产生了一系列的物理化学等作用,改变了固相介质骨架(或松散)结构的原状态,这是第一种程度上的耦合;运动状态下,两相介质存在耦合运动,等效为孔隙水的自由运动和附着于固相介质的运动,这是第二种程度上的耦合;此外,孔隙水存在溶解部分固相介质而发生黏度等变化的第三种耦合。本文采用耦合骨架弹性系数、自由因子和孔隙水的黏度等描述这三种耦合,建立热机耦合波动方程。

在热作用下,水饱和和孔隙介质存在着热传导,产生了温度场,使得沉积物的物理力学性质沿着温度场发生了变化,基于热传导方程求解温度场的分布,基于热机耦合波动方程可以求得压缩波的声速分布

和变化。

实验和理论计算表明,室温变化下,沉积物的压缩波速度受孔隙水的影响作用大于固相孔隙介质的作用,沉积物压缩波速度变化具有与孔隙水相同的趋势,建立的热机耦合波动模型理论计算曲线与实测趋势一致,理论计算相对误差绝对值小于4%。此项研究在温度分布广阔的海底沉积物遥测和原位测量中有着重要的应用价值。

参 考 文 献

- [1] Biot M A. Theory of elastic waves in a fluid saturated porous solid, . Low-frequency range[J]. Acoust J. Soc. Am, 1956, **28**: 168-178.
- [2] Biot M A. Theory of elastic waves in a fluid saturated porous solid, . High-frequency range[J]. Acoust J. Soc. Am, 1956 , **28**: 179-191.
- [3] Biot M A. General theory of acoustic propagation in porous dissipative media[J]. Acoust J. Soc. Am, 1962, **34**: 1254-1264.
- [4] Pecker C, Deresiewicz H. Thermal effects on wave propagation in liquid-filled porous media[J]. Acta Mechanica, 1973, **16**: 45-64.
- [5] V DE LA Cruz, Spanos T J T. Thermomechanical coupling during seismic wave propagation in a porous medium[J]. Journal of Geophysical Research, 1989, **94**(B1): 637-642
- [6] John Eastwood. Temperature-dependent propagation of P- and S-waves of cold Lake oil sands: Comparison of theory and experiment[J]. Geophysics. 1993, **58**(6): 863-871.
- [7] Rafael Carbó, Adriana C. Molero. The effect of temperature on sound wave absorption in a sediment layer[J]. The Journal of the Acoustic Society, 2000, **108**(4): 1545-1547
- [8] 门福录. 波在饱和流体的孔隙介质中的传播问题[J]. 地球物理学报, 1981, **24**(1): 65-76.
MEN Fulu. The propagation of wave in fluid saturated porous media. Acta Geophysics Sinica, 1981, **24**(1): 65-76.
- [9] 陈龙珠, 吴世明, 曾国熙. 弹性波在饱和土层中的传播[J]. 力学学报, 1987, **19**(3): 276-283.
CHEN Longzhun, WU Shiming, ZENG Guoxi. Propagation of elastic waves in water-saturated soils[J]. Acta Mechanica Sinica, 1987, **19**(3): 276-283.
- [10] 章梓雄, 董曾南. 粘性流体力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1998.
ZHANG Zixiong, DONG Zengnan. Viscous fluid mechanics[M]. Beijing: Tsinghua University Publication, 1998.
- [11] 傅衣铭, 罗松南, 熊慧而编著. 弹塑性理论[M]. 长沙: 湖南大学出版社, 1996.
FU Yiming, LUO Songnan, XIONG Huier. Elastic-plastic theory[M]. Changsha: Hunan University Publication, 1996.
- [12] Qgushwitz P R. Applicability of the biot theory. I. Low-porosity materials[J], J. Acoust. Soc. Am, 1985, **77**(2): 429-440.
- [13] 岳晟. 水的密度随温度的变化[J]. 大学化学, 1992, **67**(3): 53.
YUE Sheng. Water density with temperature varying[J]. University Chemistry, 1992, **67**(2): 53.
- [14] 贺玉龙, 杨立中, 赵文. 岩体温度对地下水性质的影响[J]. 辽宁工程技术大学学报, 2001, **21**(5): 584-586.
HE Yulong, YANG Lizhong, ZHAO Wen. Effects of temperature on properties of groundwater in rock mass [J]. Journal of Liaonin Technical University, 2001, **21**(5): 584-586.