引用格式: 王寻, 靳心, 周程浩, 等. 超声作用下刚性壁面附近的双气泡脉动[J]. 声学技术, 2023, 42(2): 145-151. [WANG Xun, JIN Xin, ZHOU Chenghao, et al. Pulsations of double bubbles near a rigid wall under the driving of ultrasound[J]. Technical Acoustics, 2023, 42(2): 145-151.] DOI: 10.16300/j.cnki.1000-3630.2023.02.003

# 超声作用下刚性壁面附近的双气泡脉动

王 寻<sup>1</sup>, 靳 心<sup>1</sup>, 周程浩<sup>1</sup>, 周 敏<sup>2</sup>, 梁金福<sup>3</sup>, 张泽坤<sup>1</sup> (1. 上海电机学院凯撒斯劳滕智能制造学院, 上海 201306; 2. 西安工程大学理学院, 陕西西安 710048; 3. 贵州师范大学物理与电子科学学院, 贵州贵阳 550025)

**摘要:**在实际应用时,空化泡可能位于刚性壁附近。对刚性壁附近的空化泡脉动进行研究有利于更好地利用声空 化。文章研究了刚性壁附近双气泡的动力学规律。研究结果表明,当两气泡与刚性壁距离相同时,气泡与壁之间的 距离越大,刚性壁对辐射声波的反射越小,气泡脉动时能够达到的最大半径与最小半径的比值(即压缩比)也越大。 若改变单个气泡与刚性壁的距离,则当两个气泡距离接近时,位置固定的气泡压缩比会减小。增大单个气泡的平衡 半径,会使得两气泡脉动时的压缩比变小。此外,文章还对两气泡间距固定情况下,气泡压缩比与两气泡中心连线 和壁面所成夹角之间的关系进行了讨论。

关键词: 刚性壁面; 双气泡; 镜像; 压缩比

中图分类号: O424 文献标志码: A

文章编号: 1000-3630(2023)-02-0145-07

## Pulsations of double bubbles near a rigid wall under the driving of ultrasound

WANG Xun<sup>1</sup>, JIN Xin<sup>1</sup>, ZHOU Chenghao<sup>1</sup>, ZHOU Min<sup>2</sup>, LIANG Jinfu<sup>3</sup>, ZHANG Zekun<sup>1</sup>

Kaiserslautern Intelligent Manufacturing School, Shanghai Dianji University, Shanghai 201306, China;
 School of Science, Xi'an Polytechnic University, Xi'an 710048, Shaanxi, China;
 School of Physics and Electronic Science, Cuichou Normal University, Cuivage 550025, Cuichou, China)

3. School of Physics and Electronic Science, Guizhou Normal University, Guiyang 550025, Guizhou, China)

**Abstract:** In real applications of ultrasonic cavitation, the cavitation bubbles perhaps locate at the region around rigid wall. Investigation of bubble pulsation near the wall is beneficial to utilize cavitation. The dynamics of bubbles near rigid wall is studied in this paper. The results reveal that if the distances of two bubbles to the wall are the same, with the increase of the distance, reflection of the rigid wall falls down, and the ratio of the maximum radius to the minimum radius of each bubble in pulsation (i. e. compression ratio) increases; the compression ratio of the bubble with a fixed position decreases when it is approached by another bubble with a varying distance from the wall; Increasing the equilibrium radius of a certain bubble leads to the decrease of the compression ratios of the two bubbles. Moreover, this paper also discusses the relationship of the bubble compression ratio with the angle between the connecting line of two bubble centers and the wall surface when the spacing between the two bubbles is fixed. **Key words:** rigid wall; double-bubble; mirror image; compression ratio

## 0 引言

在超声的作用下,液体介质的分子排列疏密程度会发生变化。当声压达到一定强度时,液体中的 气泡核将逐渐成长为肉眼可见的气泡,这种现象被称为声空化<sup>[1-2]</sup>。声空化在清洗<sup>[3]</sup>、催化<sup>[4]</sup>和生物组 织破碎<sup>[5]</sup>等领域有着广泛的应用。空化泡会在超声

收稿日期: 2021-12-13; 修回日期: 2022-01-05

的驱动下进行周期性脉动。声空化的实际应用通常 基于大量空化泡,每个空化泡的脉动将受到其他气 泡的影响<sup>[6-8]</sup>。双气泡动力学问题考虑两气泡的相互 作用,是多气泡动力学问题的最简单形式。对双气 泡动力学问题进行探索,有利于解决实际应用中遇 到的多气泡问题,从而更好地利用声空化<sup>[9]</sup>。

目前,已有很多科研人员对双气泡动力学问题 进行了研究。张鹏利等<sup>[10]</sup>使用数值模拟的方法研究 了空化泡初始半径、驱动声压幅度和频率以及液体 黏滞性等因素对双气泡动力学的影响。梁金福等<sup>[11]</sup> 研究了相互作用的双气泡声致发光的光谱,讨论了 双泡与单泡光谱的异同。王德鑫等<sup>[12]</sup>研究了双气泡 系统中两气泡间的次Bjerknes 力和气泡内温度变 化,并讨论了当气泡内包含的气体为惰性气体时,

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11864007); 陕西省自然科学 基础研究计划项目(2021JQ-655); 上海市大学生创新创 业训练计划项目(S2021114580096)。

作者简介:王寻(1989—),男,安徽黄山人,博士后,讲师,研究方向 为超声空化。

通信作者: 张泽坤, E-mail: zhangzk@sdju.edu.cn

气泡半径和内部温度的变化规律。Zhang等<sup>[13]</sup>研究 了双频声波驱动下两个气泡间的次Bjerknes力,探 讨了多个参数对次Bjerknes力的影响。Shen等<sup>[14]</sup>对 比了考虑和不考虑相互作用情况下双气泡的脉动规 律,研究了气泡间的相互作用对气泡膨胀和收缩的 影响。蒿超凡等<sup>[15]</sup>基于Keller-Miskis模型,在考虑 声传播时延的情况下计算了双气泡耦合振荡时气泡 半径的变化,并与不考虑时延情况下的气泡半径变 化进行了对比。马艳等<sup>[16]</sup>对比了驻波声场中波腹和 波节位置附近双气泡的脉动规律和气泡间的相互作 用力。

上述研究均未考虑边界对气泡的作用。然而, 在实际情况中, 气泡可能位于液面<sup>101</sup>或容器壁附 近[18],其运动会受到边界的影响。掌握刚性壁面附 近的气泡在超声驱动下的运动规律,有利于提高容 器中声空化应用的效率。相关学者对存在边界约束 条件下的气泡动力学问题进行了研究。例如,郭策 等印研究了超声驱动下气泡初始半径、气泡到界面 距离和超声频率等因素对刚性界面附近单气泡的溃 灭速度的影响,并讨论了溃灭速度与微射流的关 系。张鹏利等[20]假定气泡半径仅发生微小变化,基 于镜像原理研究了刚性壁面附近两个空化泡的辐射 声场。张亚磊等印利用高速相机研究了自由液面附 近两个空化泡的溃灭过程,讨论了自由液面对溃灭 方向的影响。Ye等[21]在理论和实验方面对平面波入 射下刚性壁面附近双气泡的溃灭过程进行了研究, 并在此基础上将研究扩展到了多气泡。

为了深入理解壁面附近气泡的动力学行为,本 文从超声作用下的气泡动力学方程入手,考虑壁面 的作用,基于镜像原理建立了刚性壁面附近的双气 泡动力学方程。本文通过数值计算,对气泡间距、 气泡与壁面距离和气泡平衡半径等参数对气泡脉动 的影响进行了研究。

## 1 刚性界面附近双气泡动力学方程

为了探讨超声驱动下刚性壁面附近双气泡的动 力学行为,首先引入双气泡动力学方程。该模型有 以下假设:(1)气泡在脉动过程中始终保持球形; (2)不考虑气泡的平移;(3)考虑液体的可压缩性; (4)不考虑液体内外的质量交换和化学反应。根据 郭策等<sup>[19]</sup>和张鹏利等<sup>[20]</sup>的研究,刚性壁面会将气泡 辐射的声波全部反射,等效于在刚性壁面的另一侧 存在一个与原气泡始终大小相同的镜像气泡。因 此,刚性壁面附近双气泡组成的系统可等效为图1。 其中气泡1和气泡2的半径分别为*R*<sub>1</sub>和*R*<sub>2</sub>,气泡1 的镜像(气泡1')和气泡1本身始终相同,因此气泡 1'的半径也是R<sub>1</sub>。同理,气泡2镜像(气泡2')的半径 也始终为R<sub>2</sub>。L<sub>0</sub>为两气泡在壁面上垂直投影点之间 的距离,L<sub>1</sub>为两气泡中心点之间的距离,L<sub>2</sub>为气泡 1中心点到气泡2'中心点的距离(气泡2中心点到气 泡1'中心点的距离也为L<sub>2</sub>)。L<sub>3</sub>和L<sub>4</sub>分别为气泡1和 气泡2的中心点与壁面的距离。易知,气泡1中心 点与气泡1'中心点之间的距离为2L<sub>3</sub>,气泡2中心点 与气泡2'中心点之间的距离为2L<sub>4</sub>。



图 1 刚性壁面附近的双气泡系统 Fig.1 Double-bubble system near a rigid wall

结合图1和参考文献[12],得到描述刚性壁面 附近双气泡脉动的Keller-Miksis方程为

$$\left(1 - \frac{\dot{R}_{1}}{c}\right) R_{1} \ddot{R}_{1} + \frac{3}{2} \left(1 - \frac{\dot{R}_{1}}{3c}\right) \dot{R}_{1}^{2} = \frac{1}{\rho} \left(1 + \frac{\dot{R}_{1}}{c}\right) p_{s,1} + \frac{R_{1}}{\rho c} \frac{d}{dt} p_{s,1} - \frac{1}{L_{1}} \frac{d\left(R_{2}^{2} \dot{R}_{2}\right)}{dt} - \frac{1}{L_{2}} \frac{d\left(R_{2}^{2} \dot{R}_{2}\right)}{dt} - \frac{1}{2L_{3}} \frac{d\left(R_{1}^{2} \dot{R}_{1}\right)}{dt}$$
(1)  
$$\left(1 - \frac{\dot{R}_{2}}{c}\right) R_{2} \ddot{R}_{2} + \frac{3}{2} \left(1 - \frac{\dot{R}_{2}}{3c}\right) \dot{R}_{2}^{2} = \frac{1}{\rho} \left(1 + \frac{\dot{R}_{2}}{c}\right) p_{s,2} + \frac{R_{2}}{\rho c} \frac{d}{dt} p_{s,2} - \frac{1}{L_{1}} \frac{d\left(R_{1}^{2} \dot{R}_{1}\right)}{dt} - \frac{1}{2L_{2}} \frac{d\left(R_{1}^{2} \dot{R}_{2}\right)}{dt} - \frac{1}{2L_{2}} \frac{d\left$$

$$\frac{1}{L_2} \frac{\mathrm{d}\left(R_1^2 \dot{R}_1\right)}{\mathrm{d}t} - \frac{1}{2L_4} \frac{\mathrm{d}\left(R_2^2 \dot{R}_2\right)}{\mathrm{d}t} \tag{2}$$

其中: c为液体中声速, $\rho$ 为液体密度, $\dot{R}_1$ 和 $\ddot{R}_1$ 分 别为气泡1的半径对时间的一阶和二阶导数, $\dot{R}_2$ 和  $\ddot{R}_2$ 分别为气泡2的半径对时间的一阶和二阶导数。 式(1)中最后三项依次表示气泡2、气泡2'和气泡1' 对气泡1的影响,式(2)中最后三项依次表示气泡1、 气泡1'和气泡2'对气泡2的影响。 $p_{s1}$ 和 $p_{s2}$ 可以表 示为

$$p_{s,i} = P_{g,i} - \frac{2\sigma}{R_i} - \frac{4\mu \dot{R}_i}{R_i} - p_d(t) - P_0, \quad i = 1, 2 \quad (3)$$

其中:  $\sigma$ 为气泡表面张力系数;  $\mu$ 为液体黏滞系数;  $p_{a}(t)$ 为驱动声压;  $P_{g_i}$ 为第i个气泡的内部压强, 满

足 van der Waals 方程<sup>[22]</sup>:

$$P_{g,i} = \left(P_0 + \frac{2\sigma}{R_{i0}}\right) \left(\frac{R_{i0}^3 - b_i^3}{R_i^3 - b_i^3}\right)^{\gamma}, \quad i = 1, 2$$
(4)

其中:  $R_{i0}$ 为气泡i的平衡半径;  $b_i$ 为气泡i的 van der Waals 半径,本文中设定 $b_i=R_{i0}/8.5$ ;  $\gamma$ 为气泡内气 体的多方指数。本文的研究使用正弦波驱动, $p_d(t)$ 的表达式为

$$p_{\rm d}(t) = -P_{\rm A}\sin\left(2\pi ft\right) \tag{5}$$

其中: *P*<sub>A</sub>为驱动声波的声压幅度, *f*为驱动声波频 率。*P*<sub>A</sub>前加上负号与文献[23]一致,其目的在于使 气泡在仿真开始后立即膨胀。不加负号并不会影响 本文的讨论。气泡*i*作用在气泡*j*上的次 Bjerknes 力为<sup>[24]</sup>

$$F_{ij} = \frac{\rho}{4\pi L^2} V_j \frac{\mathrm{d}^2 V_i}{\mathrm{d}t^2} \tag{6}$$

其中: *V<sub>i</sub>和V<sub>i</sub>*分别为气泡*i*和气泡*j*的体积,*L*为两 气泡中心点之间的距离。联立式(1)~(5)并进行数值 求解,可以得到气泡半径随时间的变化,进而计算 其他相关变量。

## 2 数值计算及结果讨论

#### 2.1 气泡与刚性壁面的距离对气泡脉动的影响

首先假定两气泡平衡半径相同( $R_{10}=R_{20}$ ),且与 刚性壁距离相同( $L_3=L_4$ )。依次设定两气泡与刚性壁 的距离为120 µm和260 µm,进行数值计算。计算 过程中其他参数如下:f=20 kHz, $P_0=1.013 \times 10^5$  Pa,  $P_A=1.4 \times 10^5$  Pa,  $R_{10}=R_{20}=5$  µm, $\sigma=7.275 \times 10^2$  N·m<sup>-1</sup>,  $\mu=1.0 \times 10^3$  Pa·s,  $L_0=200$  µm, c=1 481 m·s<sup>-1</sup>,  $\rho=$ 998.2 kg·m<sup>-3</sup>,  $\gamma=1.33$ 。计算得到的气泡半径变化 如图2 所示。由图2 可以看出,无论气泡与刚性壁 面的距离为120 µm或260 µm,气泡脉动过程中的



图2 气泡与刚性壁距离不同时气泡脉动过程中半径的变化

Fig.2 Radius changes of the two bubbles in pulsation when the distances between the bubbles and the rigid wall are different

最小半径( $R_{min}$ )几乎相同,但最大半径( $R_{max}$ )有显著 不同, $L_3=L_4=260$  µm时气泡的最大半径大于 $L_3=L_4=120$  µm气泡的最大半径。文献[25]指出,气泡收缩 时内部的温度和压力与气泡脉动时的半径压缩比 ( $R_{max}/R_{min}$ )呈正相关,压缩比对声化学反应有很大影 响。由图2可以看出, $L_3=L_4=260$  µm气泡的压缩比大 于 $L_3=L_4=120$  µm时气泡的压缩比,即 $L_3=L_4=260$  µm 时,气泡收缩时能够达到更高的温度。

为了详细展示压缩比与气泡到刚性壁距离的关系,本研究计算了 $L_0$ 分别为200  $\mu$ m、250  $\mu$ m和300  $\mu$ m时, $L_3$ 和 $L_4$ 从100  $\mu$ m同步增加到300  $\mu$ m过程中气泡脉动的压缩比,结果如图3所示。由图3可以看出,随着气泡与壁面距离的增大,气泡的压缩比逐渐增大,但增大的速率有所减缓。



图3 两气泡平衡半径相同时气泡压缩比与气泡到刚性壁距离的关系

Fig.3 Relationship between the bubble compression ratio and the distance of the bubbles to wall when the equilibrium radii of the two bubbles are the same

图4显示了气泡与壁面相距100 μm、120 μm、 180 μm和300 μm时气泡1受到的次Bjerknes力。 图4(a)为气泡2作用在气泡1上的次Bjerknes力 (*F*<sub>21</sub>),图4(b)为气泡2的镜像作用在气泡1上的次 Bjerknes力(*F*<sub>21</sub>),图4(c)为气泡1的镜像作用在气泡 1上的次Bjerknes力(*F*<sub>11</sub>)。由图4可以看出,*F*<sub>21</sub>随 着气泡与刚性壁间距离的增加而增大,*F*<sub>21</sub>和*F*<sub>11</sub>随 着气泡与刚性壁间距离的增加而减小。结合图3~4 可知,刚性壁对双气泡的脉动有限制作用,随着气 泡与刚性壁距离的增大,刚性壁反射的声波强度降 低,即刚性壁对气泡脉动的影响逐渐减弱,气泡压 缩比增大。气泡2的受力情况与气泡1完全一致, 在此不再叙述。

在前面的讨论中,两气泡的平衡半径相同。为 了研究气泡平衡半径不同时( $R_{10}\neq R_{20}$ )气泡的脉动规 律,设定 $R_{10}=5 \mu m$ , $R_{20}=4 \mu m$ , $L_0$ 依次为200  $\mu m$ 、 250  $\mu m$ 和300  $\mu m$ , $L_3 和 L_4 从 100 \mu m$ 同步变化到 300  $\mu m$ ,计算气泡脉动过程中的压缩比,结果如



图4 平衡半径相同的双气泡与刚性壁距离不同时气泡1受到的次Bjerknes力

Fig.4 Secondary Bjerknes force exerted on bubble 1 when the distances between two bubbles with the same equilibrium radius and the wall are different

图5所示。由图5可以看出,平衡半径较大的气泡 (气泡1)在脉动时达到的压缩比较小。可见在某些 情况下,使用平衡半径较小的气泡可促进声空化效 应。当气泡间距L。增大时,两气泡脉动的压缩比增 大;随着气泡与刚性壁距离的增大,两气泡压缩比 也会增大,这与两气泡平衡半径相同时的情况是类 似的。上述结果表明,在实际应用时,若调控气泡



图5 两气泡平衡半径不同时气泡压缩比与气泡到刚性壁距离的关系

Fig.5 Relationship between the bubble compression ratio and the distance of the bubbles to wall when the equilibrium radii of the two bubbles are different 出现在与壁面相对较远的位置,将有利于提高气泡 的压缩比,促进声化学反应。

图6展示了气泡与刚性壁距离不同时气泡2(图 6(a))、气泡2′(图6(b))和气泡1′(图6(c))作用在气泡1 上的次Bjerknes力。随着距离的增大,气泡1′和气 泡2′作用在气泡1上的次Bjerknes力减小,即刚性 壁对气泡1的影响减弱,与图4中的情形是类 似的。





Fig.6 Secondary Bjerknes force exerted on bubble 1 when the distances between two bubbles with different equilibrium radii and the wall are different

若仅仅改变单个气泡与刚性壁面的距离,气 泡压缩比的变化规律将与上文所述不同。设R<sub>10</sub>= 5 µm,  $R_{20}$ =4 µm, 固定 $L_3$ 为100 µm或150 µm,  $L_4$ 在100~300 µm之间变化,得到两气泡压缩比的变 化如图7(a)所示。固定L<sub>4</sub>为100 μm或150 μm, L<sub>3</sub> 在100~300 µm之间变化,得到两气泡压缩比的变 化如图7(b)所示。由图7(a)可以看出,当气泡1与 刚性壁距离为100 μm时,随着气泡2与刚性壁距 离(L<sub>4</sub>)的增大,气泡1压缩比缓慢增大,气泡2压缩 比快速增大。当气泡1与刚性壁距离为150 μm时, 随着L<sub>4</sub>的增大, 气泡1压缩比先减小后增大, 在 L<sub>4</sub>=150 µm时达到最小;气泡2压缩比总体上增大, 但在接近L\_=150 μm处增长速率略有降低。这是由 于当L<sub>4</sub>=L<sub>3</sub>=150 μm时,两气泡距离最近,气泡间 抑制作用较大。在图7(b)中,无论L<sub>4</sub>取何值,随着 L<sub>3</sub>的增大, 气泡1压缩比逐渐增大, 气泡2压缩比

先减小后增大。值得注意的是,当L<sub>4</sub>=100 μm时, L<sub>3</sub>从100 μm开始增大,两气泡是逐渐远离的,但 气泡2的压缩比仍然出现了先略微减小后增大的情况。由此可知,在刚性壁面附近,增大气泡间距并 非总是有利于提高气泡的压缩比。文献[14]的研究 表明,减弱气泡的相互影响可能会减小气泡脉动半 径,与本文上述结论相似。





#### 2.2 气泡平衡半径对其脉动的影响

设置  $L_0=200 \mu m$ ,  $L_3=L_4=100 \mu m$ ,  $R_{20}=3 \mu m$ ,  $R_{10}$ 为3  $\mu m$ 或7  $\mu m$ ,进行数值计算。图8展示了 $R_{10}$ 为3  $\mu m$ 和7  $\mu m$ 时两气泡的半径变化。由图8可以 看出,当 $R_{10}$ 增大后,气泡1达到的最大半径变大, 气泡2达到的最大半径变小。为了进一步探讨气泡 平衡半径的影响,设置 $R_{10}$ 在3~7  $\mu$ m之间以0.5  $\mu$ m 为间隔增大,进行数值计算,得到的两气泡的压缩 比如图9所示。由图9可以看出,随着 $R_{10}$ 的增大, 两气泡压缩比均会减小,而气泡1的压缩比始终小 于气泡2的压缩比。当刚性壁不存在时,两个气泡 的压缩比变化规律与有刚性壁时相似,但比相同参数条件下有刚性壁时的压缩比大。这同样说明了刚性壁的存在对空化泡的脉动有抑制作用。图10展示了 $R_{10}$ 取不同值时气泡1受到的次Bjerknes力。由图10可以看出,随着 $R_{10}$ 的增大, $F_{21}$ 和 $F_{21}$ 增大,即气泡2及其镜像对气泡1的作用力随着 $R_{10}$ 的增大而增强,气泡1受到的抑制也相应增加。









Fig.9 Variations of the compression ratios of two bubbles with the equilibrium radius of bubble 1 in different conditions

### 2.3 两气泡质心连线与壁面夹角对气泡压缩比的 影响

在本节中,设定两气泡质心距离 $L_1$ =200 µm,  $R_{10}$ =5 µm,  $R_{20}$ 为4 µm或3 µm。当固定 $L_3$ =250 µm, 图1中的 $\theta$ 在0~ $\pi$ 之间变化时(即改变气泡2位置), 计算得到两个气泡的压缩比如图11(a)所示。由图 11可以看出,随着 $\theta$ 的增大,气泡1受到的影响较 小,其压缩比缓慢地减小再增大(红色实线和红色 短虚线);气泡2受到的影响较大,压缩比会以较快 的速度减小(蓝色虚线和蓝色点线)。这是由于气泡



1的位置没有变化,且气泡2和气泡1之间的距离也 没有变化,仅有气泡2的镜像与气泡1之间的距离 改变了,这一改变对气泡1压缩比的影响较小。而 在 $\theta$ 增大的过程中,气泡2会逐渐靠近刚性壁,其 脉动将受到抑制。当固定 $L_4$ =250 µm,  $\alpha$ 在0~ $\pi$ 之 间变化时(即改变气泡1位置),计算得到两个气泡 的压缩比如图11(b)所示。与此前类似,当 $\alpha$ 增大 时,由于气泡2位置不变,其压缩比变化较小,而 气泡1将逐渐靠近刚性壁,其压缩比逐渐减小。

需要强调的是,当气泡在刚性壁附近时,气泡 仅有一侧受到壁面的作用力,即气泡受力不均匀, 气泡可能会出现非球形形变。由于本文所有研究均 假定气泡与刚性壁间距在约两倍气泡最大半径以 上,刚性壁引起的气泡非球形形变相对较小,此时 可以近似认为气泡脉动时保持球形<sup>[26]</sup>。这与文献 [20]的假设是一致的。当气泡与壁面距离过小时, 气泡的非球形形变则不可忽略,这不在本文的讨论 范围之内。

## 3 结论

本文研究了超声驱动下刚性壁附近两个气泡的 脉动,详细讨论了气泡平衡半径、气泡与刚性壁之 间的距离等参数对气泡压缩比的影响,并利用气泡 受到的次 Bjerknes 力分析了刚性壁对气泡的作用。



图11 气泡压缩比和两气泡质心连线与壁面所成夹角的关系

Fig.11 The relationship of the bubble compression ratios with the angle between the connecting line of the two bubble centers and the wall surface

研究表明,减小单个气泡的平衡半径会使得两气泡 压缩比增大。另外,当两气泡与刚性壁距离相同 时,增大距离可以提高气泡脉动的压缩比,但仅增 大单个气泡与刚性壁的距离并非总是有利于增大气 泡的压缩比。这些研究为提高声空化应用的效率提 供了理论基础。然而,本文的研究仍存在一定的不 足之处,例如在研究中假定双气泡为球形,且未考 虑气泡的平移,这与实际应用时的情况存在一定的 差异。在今后的研究中,我们将考虑气泡的非球形 形变和平移,对超声驱动下刚性壁附近气泡的动力 学问题进一步开展理论和实验研究。同时我们也将 研究同类环境下的气泡群的动力学问题,并对其化 学效应开展实验研究。

#### 参考文献

- TZANAKIS I, LEBON G S B, ESKIN D G, et al. Characterizing the cavitation development and acoustic spectrum in various liquids[J]. Ultrasonics Sonochemistry, 2017, 34: 651-662.
- [2] YE L Z, ZHU X J, WEI X M, et al. Damage characteristics and surface description of near-wall materials subjected to ul-

trasonic cavitation[J]. Ultrasonics Sonochemistry, 2020, **67**: 105175.

- [3] PARK R, CHOI M, PARK E H, et al. Comparing cleaning effects of gas and vapor bubbles in ultrasonic fields[J]. Ultrasonics Sonochemistry, 2021, 76: 105618.
- [4] XI F S, CUI H Q, ZHANG Z, et al. Novel and efficient purification of silicon through ultrasonic-Cu catalyzed chemical leaching[J]. Ultrasonics Sonochemistry, 2019, 56: 474-480.
- [5] 俞剑, 刘斌, 徐雪冬, 等. 柱形料腔中超声空化效应的空间分布 特性研究[J]. 声学技术, 2020, 39(2): 127-133.
  YU Jian, LIU Bin, XU Xuedong, et al. Study on the spatial distribution of ultrasonic cavitation effect in cylindrical reactor [J]. Technical Acoustics, 2020, 39(2): 127-133.
- [6] SUN J, SHEN Z Z, MO R Y. Theoretical prediction of the yield of strong oxides under acoustic cavitation[J]. Chinese Physics B, 2019, 28(1): 014301.
- [7] SHEN Z Z. Theoretical estimation of sonochemical yield in bubble cluster in acoustic field[J]. Chinese Physics B, 2020, 29 (1): 014304.
- [8] 清河美,那仁满都拉.不同类型气泡组成的混合泡群声空化特性[J].物理学报,2020,69(18):184301.
  Qinghim, Naranmandula. Acoustic cavitation characteristics of mixed bubble groups composed of different types of bubbles
  [J]. Acta Physica Sinica, 2020,69(18):184301.
  [9] 王成会,莫润阳,胡静,等.球状泡群内气泡的耦合振动[J].物
- 理学报, 2015, **64**(23): 234301. WANG Chenghui, MO Runyang, HU Jing, et al. Coupled oscillation of bubbles in a spherical bubble cluster[J]. Acta Physica Sinica, 2015, **64**(23): 234301.
- [10] 张鹏利,林书玉,乔辉,等.声场中双空化泡的运动特性[J].应用声学,2017,36(2):142-147.
  ZHANG Pengli, LIN Shuyu, QIAO Hui, et al. The movement characteristics of double cavitation bubble under the sound field[J]. Journal of Applied Acoustics, 2017, 36(2): 142-147.
- [11] LIANG J F, WU X Y, AN Y, et al. Computation and analysis of light emission in two-bubble sonoluminescence[J]. Chinese Physics B, 2020, 29(9): 097801.
- [12] 王德鑫,那仁满都拉. 耦合双泡声空化特性的理论研究[J]. 物 理学报, 2018, 67(3): 037802.
  Wang DeXin, Naranmandula. Theoretical study of coupling double-bubbles ultrasonic cavitation characteristics[J]. Acta Physica Sinica, 2018, 67(3): 037802.
- [13] ZHANG Y N, ZHANG Y N, LI S C. The secondary Bjerknes force between two gas bubbles under dual-frequency acoustic excitation[J]. Ultrasonics Sonochemistry, 2016, 29: 129-145.
- [14] SHEN Y, ZHANG L L, WU Y R, et al. The role of the bubble-bubble interaction on radial pulsations of bubbles[J]. Ultrasonics Sonochemistry, 2021, 73: 105535.
- [15] 蒿超凡,赵梅,胡长青.一种考虑时延的双气泡耦合振荡模型 [J]. 声学技术, 2020, 39(4): 389-394.

HAO Chaofan, ZHAO Mei, HU Changqing. A double-bubble coupled oscillation model considering time delay[J]. Technical Acoustics, 2020, **39**(4): 389-394.

- [16] 马艳,赵飞燕,姚曦. 驻波声场中空化气泡之间的相互作用研究[J]. 振动与冲击, 2021, 40(22): 92-97.
  MA Yan, ZHAO Feiyan, YAO Xi. Interaction between two bubbles in an acoustic standing wave field[J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(22): 92-97.
- [17] 张亚磊,许唯临,张祺,等.自由液面附近空化泡的溃灭特性
  [J].水利学报,2017,48(2):127-134.
  ZHANG Yalei, XU Weilin, ZHANG Qi, et al. Collapse characteristics of the cavitation bubble near free surface[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2017, 48(2):127-134.
- [18] LI S, LI Y B, ZHANG A M. Numerical analysis of the bubble jet impact on a rigid wall[J]. Applied Ocean Research, 2015, 50: 227-236.
- [19] 郭策, 祝锡晶, 王建青, 等. 超声场下刚性界面附近溃灭空化气泡的速度分析[J]. 物理学报, 2016, 65(4): 044304. GUO Ce, ZHU Xijing, WANG Jianqing, et al. Velocity analysis for collapsing cavitation bubble near a rigid wall under an ultrasound field[J]. Acta Physica Sinica, 2016, 65(4): 044304.
- [20] 张鹏利,林书玉,张海娟,等.刚性壁面附近多空化泡辐射噪声的研究[J].噪声与振动控制,2012,32(3):104-107.
  ZHANG Pengli, LIN Shuyu, ZHANG Haijuan, et al. Study on radiation acoustic field due to cavitation bubble near rigid wall[J]. Noise and Vibration Control, 2012, 32(3): 104-107.
- [21] YE X, YAO X L, HAN R. Dynamics of cavitation bubbles in acoustic field near the rigid wall[J]. Ocean Engineering, 2015, 109: 507-516.
- [22] WANG X, CHEN W Z, WANG Q, et al. A theoretical model for the asymmetric transmission of powerful acoustic wave in double-layer liquids[J]. Chinese Physics Letters, 2017, 34(8): 084302.
- [23] LIANG J F, WANG X, YANG J, et al. Dynamics of two interacting bubbles in a nonspherical ultrasound field[J]. Ultrasonics, 2017, 75: 58-62.
- [24] SADIGHI-BONABI R, REZAEE N, EBRAHIMI H, et al. Interaction of two oscillating sonoluminescence bubbles in sulfuric acid[J]. Physical Review. E, Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics, 2010, 82(1 Pt 2): 016316.
- [25] MEROUANI S, HAMDAOUI O, BOUTAMINE Z, et al. Experimental and numerical investigation of the effect of liquid temperature on the sonolytic degradation of some organic dyes in water[J]. Ultrasonics Sonochemistry, 2016, 28: 382-392.
- [26] REUTER F, CAIRÓS C, METTIN R. Vortex dynamics of collapsing bubbles: impact on the boundary layer measured by chronoamperometry[J]. Ultrasonics Sonochemistry, 2016, 33: 170-181.