

# 用辐射阻抗讨论倒相式扬声器系统的辐射特性

曹水轩 吴启学 沙家正 孙广荣  
(南京大学声学研究所)

## 一、引言

倒箱式扬声器系统的倒相孔，仅在箱体谐振频率附近一个相当窄的频段内才是有效的。在这个频段内，可以把倒相孔看作是另一个辐射源。本文从声辐射的基本原理出发，讨论了倒相式扬声器系统的辐射特性，这对于进一步了解倒相孔的作用及互阻抗对声辐射的贡献，提供了较为清晰的物理图象。

## 二、扬声器单元和倒相孔的辐射阻

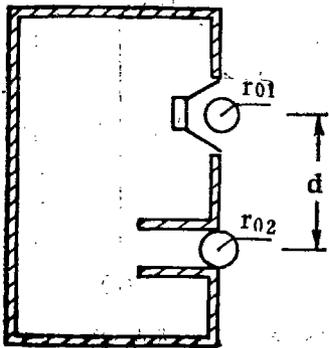


图1 倒相式扬声器系统及其等效源

在低频情况下，我们把低音单元和倒相孔分别等效为小球源 I 和 II。(图 1) 当两个小球源组合在一起辐射时，其合成声场即为其各自产生的声场的叠加。对每一个小球来说，不仅受到自己产生的声场的反作用，而且还受到另一个小球源产生的声场的作用。这种声场对于声源的反作用，常常用辐射阻抗来表征<sup>[1]</sup>。

在低频情况下，小球 I 的辐射声阻为

$$\begin{aligned} \tilde{R}_1 &= \tilde{R}_{11} + \tilde{R}_{12} \\ &= \frac{\pi \rho_0}{c_0} f^2 \left( 1 + \frac{U_p}{U_c} \frac{\sin kd}{kd} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

其中

$$\tilde{R}_{11} = \frac{\pi \rho_0}{c_0} f^2 \quad (2)$$

为小球 I 的自辐射声阻；

$$\tilde{R}_{12} = \frac{\pi \rho_0}{c_0} f^2 \frac{U_p}{U_c} \frac{\sin kd}{kd} \quad (3)$$

为小球 II 的互辐射声阻；

而  $\rho_0$  为空气密度  
 $c_0$  为空气中的声速  
 $f_0$  为频率  
 $k = \frac{2\pi f}{c_0}$  为波数

$d$  为低音单元与倒相孔之间的距离

$U_c$  为源 I 的有效容积速度

$U_p$  为源 II 的有效容积速度

同理, 小球 II 的辐射声阻为

$$\begin{aligned}\widetilde{R}_2 &= \widetilde{R}_{22} + \widetilde{R}_{21} \\ &= \frac{\pi \rho_0}{c_0} f^2 \left( 1 + \frac{U_c}{U_p} \frac{\sin kd}{kd} \right)\end{aligned}\quad (4)$$

其中

$$\widetilde{R}_{22} = \frac{\pi \rho_0}{c_0} f^2 \quad (5)$$

为源 II 的自辐射声阻;

$$\widetilde{R}_{21} = \frac{\pi \rho_0}{c_0} f^2 \frac{U_c}{U_p} \frac{\sin kd}{kd} \quad (6)$$

为源 I 对源 II 所产生的互辐射声阻。

### 三、 $U_c/U_p$ 的求得

在上述互辐射声阻的表达式中, 均出现因子  $U_c/U_p$ , 而  $U_c/U_p$  的关系可从箱体的等效线路求得。

图 2 是倒相式扬声器箱的结构原理图及其相应的等效线路。由图知,

$$U_c = -U_c' = U_c' e^{j\pi}$$

且由等效线路可介得

$$\begin{aligned}\frac{U_c'}{U_p} &= \left( 1 - \frac{\omega^2}{\omega_B^2} \right) + j \frac{1}{Q_B} \frac{\omega}{\omega_B} \\ &= \left| \frac{U_c'}{U_p} \right| e^{j\varphi}\end{aligned}\quad (8)$$

其中

$$\left| \frac{U_c'}{U_p} \right| = \left[ \left( 1 - \frac{\omega^2}{\omega_B^2} \right)^2 + \frac{1}{Q_B^2} \cdot \frac{\omega^2}{\omega_B^2} \right]^{1/2} \quad (9)$$

$$\varphi = \text{tg}^{-1} \frac{\frac{1}{Q_B} \frac{\omega}{\omega_B}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_B^2}} \quad (10)$$

而

$$\omega_B^2 = \frac{1}{M_{AT} C_{AB}}$$

为箱体的谐振频率,

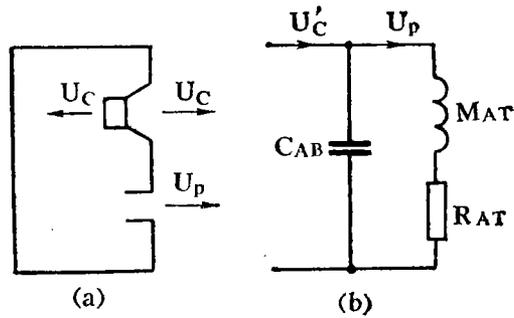


图 2 倒相箱及其等效线路

$$Q_B = \frac{\omega_B M_{AT}}{R_{AT}}$$

为箱体的  $Q$  值。

令

$$\frac{U_c}{U_p} = \left| \frac{U_c}{U_p} \right| e^{j\psi}$$

且考虑到(7),(8)式, 则

$$\left| \frac{U_c}{U_p} \right| e^{j\psi} = \left| \frac{U_c'}{U_p} \right| e^{j(\varphi + \pi)} \quad (11)$$

故

$$\left| \frac{U_c}{U_p} \right| = \left| \frac{U_c'}{U_p} \right|$$

$$\psi = \varphi + \pi$$

在  $Q_B \gg 1$  的情况下, 可有

$$\left| \frac{U_c}{U_p} \right| \approx \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2}\right)^2} \quad (12)$$

$$\psi = \varphi + \pi$$

而  $\varphi$  随  $\omega/\omega_B$  的变化情况, 由(10)式决定, 并示于图3。

由图可见:

(i) 当  $\omega > \omega_B$  时,

$$\varphi \approx \pi$$

$$\therefore \psi \approx 2\pi$$

此时  $U_c$  与  $U_p$  同相位。

$$\therefore \frac{U_c}{U_p} = \frac{\omega^2}{\omega_B^2} - 1 = \frac{f^2}{f_B^2} - 1 \quad (13)$$

(ii) 当  $\omega < \omega_B$  时,

$$\varphi \approx 0$$

$$\psi \approx \pi$$

$$\therefore \frac{U_c}{U_p} = \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_B^2}\right) e^{j\pi} = \left(\frac{\omega^2}{\omega_B^2} - 1\right) = \frac{f^2}{f_B^2} - 1 \quad (14)$$

(iii) 当  $\omega = \omega_B$  时

$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$\left| \frac{U_c}{U_p} \right| \approx 0$$

即  $U_c \approx 0$

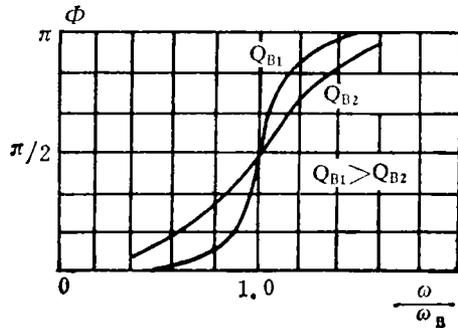


图3 倒相箱的相位频率曲线

#### 四、 $U_c$ , $U_p$ 的求得

倒相式扬声器系统低频时的等效线路如图4所示。经过适当的简化以后, 如图5所示。

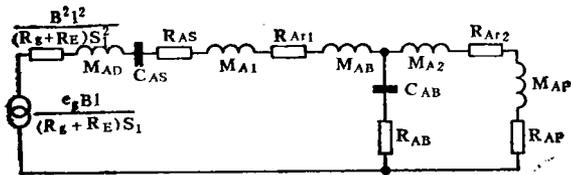


图4 倒相式扬声器系统低频等效线路

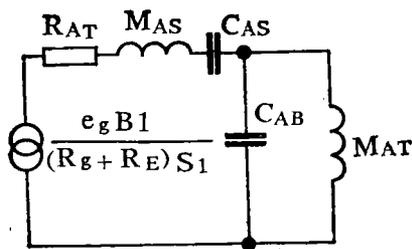


图5 图4的简化等效线路

其中

$$\begin{aligned} M_{AS} &= M_{AD} + M_{A1} + M_{AB} \\ M_{AT} &= M_{A2} + M_{AP} \\ R_{AT} &= \frac{B^2 l^2}{(R_g + R_E) S_1^2} + R_{AS} \end{aligned}$$

并由图5可得<sup>[2] [3]</sup>：

$$U_p = \frac{e_g B l}{(R_g + R_E) S_1} \cdot \frac{\omega_B^2}{j \omega^3 M_{AS}} \cdot E(j\omega) \quad (15)$$

其中

$$E(j\omega) = \frac{\omega^4 M_{AS} C_{AS} M_{AT} C_{AB}}{\omega^4 M_{AS} C_{AS} M_{AT} C_{AB} - j \omega^3 M_{AT} C_{AB} C_{AS} R_{AT} - \omega^2 (M_{AS} C_{AS} + M_{AT} C_{AS} + M_{AT} C_{AB}) + j \omega C_{AS} R_{AT} + 1} \quad (16)$$

所以，据(13)，(14)，即可求得

$$U_c = \left( \frac{f^2}{f_B^2} - 1 \right) U_p \quad (17)$$

我们实验所采用的扬声器箱有

$$|E(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 - 0.054 \left( \frac{f_B}{f} \right)^2 + 0.349 \left( \frac{f_B}{f} \right)^4 - 1.04 \left( \frac{f_B}{f} \right)^6 + 1.317 \left( \frac{f_B}{f} \right)^8} \quad (18)$$

且

$$f_B = 62 \text{ Hz}$$

## 五、倒相式扬声器系统的辐射声功率

低频时，系统的辐射总声功率为

$$\begin{aligned} W_T &= \tilde{R}_1 |U_c|^2 + \tilde{R}_2 |U_p|^2 = \tilde{R}_{11} |U_c|^2 + \tilde{R}_{22} |U_p|^2 + \tilde{R}_{12} |U_c|^2 + \tilde{R}_{21} |U_p|^2 \\ &= W_{11} + W_{22} + W_M \end{aligned}$$

式中

$$W_{11} = \tilde{R}_{11} |U_c|^2$$

为源 I 的自阻抗对辐射声功率的贡献；

$$W_{22} = \tilde{R}_{22} |U_p|^2$$

为源 II 的自阻抗对辐射声功率的贡献；

$$W_M = \widetilde{R}_{12}|U_c|^2 + \widetilde{R}_{21}|U_p|^2$$

为源 I, II 之间的互阻抗对系统辐射声功率的贡献。

将(2)(3)(5)(6)(13)(15)(18)代入以上各式, 得

$$\begin{aligned} \frac{W_T}{W_{ref}} &= \left(1 - 2\frac{f_B^2}{f^2} + 2\frac{f_B^4}{f^4}\right) |E(j\omega)|^2 + 2\left(\frac{f_B^2}{f^2} - \frac{f_B^4}{f^4}\right) \frac{\sin kd}{kd} |E(j\omega)|^2 \\ &= \frac{W_S}{W_{ref}} + \frac{W_M}{W_{ref}} \end{aligned} \quad (19)$$

式中

$$\frac{W_S}{W_{ref}} = \left(1 - 2\frac{f_B^2}{f^2} + 2\frac{f_B^4}{f^4}\right) |E(j\omega)|^2 \quad (20)$$

$$\frac{W_M}{W_{ref}} = 2\left(\frac{f_B^2}{f^2} - \frac{f_B^4}{f^4}\right) \frac{\sin kd}{kd} |E(j\omega)|^2 \quad (21)$$

同理可得,

$$\frac{W_{11}}{W_{ref}} = \left(1 - 2\frac{f_B^2}{f^2} + \frac{f_B^4}{f^4}\right) |E(j\omega)|^2 \quad (22)$$

$$\frac{W_{22}}{W_{ref}} = \frac{f_B^4}{f^4} |E(j\omega)|^2 \quad (23)$$

把(18)式代入(19)(20)(21)(22)(23)各式, 即可得到图 6 的 (a) (b) (c) (d) (e) 诸曲线。

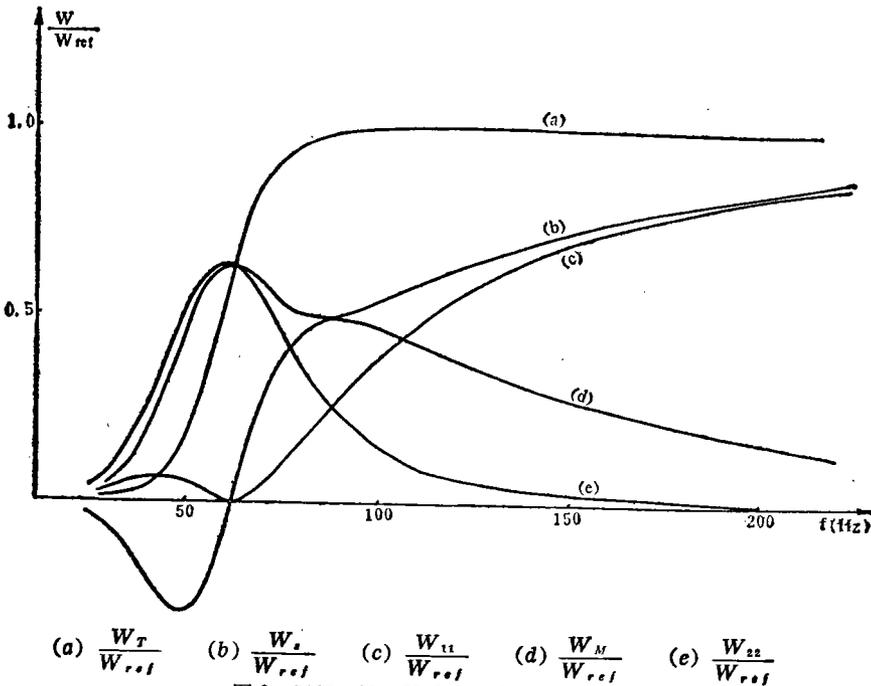


图 6 倒相式扬声器系统的功率响应曲线

## 六、讨 论

由图 6 可以看出,

1. 以  $f=f_B$  为界限:

1) 当  $f < f_B$  时,

$$W_M < 0$$

即在此频段内, 互阻抗对辐射声功率的贡献为负, 或者说, 源 I、源 II 各自吸收对方辐射的声能。这一现象的物理本质是, 在此频段内互阻抗  $\tilde{R}_{12}$  和  $\tilde{R}_{21}$  为负值, 即是说, 由于源 II 的存在使源 I 的辐射声阻  $\tilde{R}_1$  减小, 从而使源 I 的辐射声功率小。同样, 由于源 I 的存在, 也使得源 II 的辐射声阻  $\tilde{R}_2$  减小, 从而使源 II 的辐射声功率减小。其总的效果是系统的辐射声功率大为减小。因此, 倒相式扬声器系统在箱体谐振频率以下的频段内, 并不是十分有效的声辐射器。

2) 当  $f > f_B$  时

$$W_M > 0$$

在此频段内, 互阻抗  $\tilde{R}_{12}$ ,  $\tilde{R}_{21}$  均为正值, 即由于源 II 的存在, 使得源 I 的辐射声阻  $\tilde{R}_1$  增加, 等等。其总的效果是使系统在这一频段内的辐射声功率大大增加。

作为一个特例, 若设

$$kd \ll 1$$

$$|U_c| = |U_p|$$

且

则系统的总辐射声阻为

$$\tilde{R}_T = \tilde{R}_1 + \tilde{R}_2 \approx 4 \frac{\pi \rho_0}{C_0} f^2 = 4 \tilde{R}_{11}$$

而总的辐射声功率为

$$W_T \approx 4W_{11}$$

即在此频段内, 倒相式扬声器系统的总辐射声功率, 几乎为扬声器单元单独辐射时声功率的四倍。这就是倒相式扬声器系统在  $f > f_B$  的频段内(当然是在倒相孔有效的频率范围内(辐射效率大为提高的物理原因。

3) 当  $f = f_B$  时

$$W_M \approx 0$$

$$W_{11} \approx 0$$

$$W_T \approx W_{22}$$

可见此时系统的辐射声功率, 主要由倒相孔的辐射所贡献。

2. 由式(19)可知, 当扬声器单元与倒相孔之间的距离  $d$  越小, 则互阻抗随频率的变化也就越大, 从而使功率响应曲线低频段的上升斜率更为陡峭。图 7 是三条实测的响应曲线的低频部分。若以 40Hz 至 80Hz 的一个倍频程作比较, 则

$d=0.175$  米, 上升分贝数: 19.0 分贝,

$d=0.520$  米, 上升分贝数: 11.5 分贝,

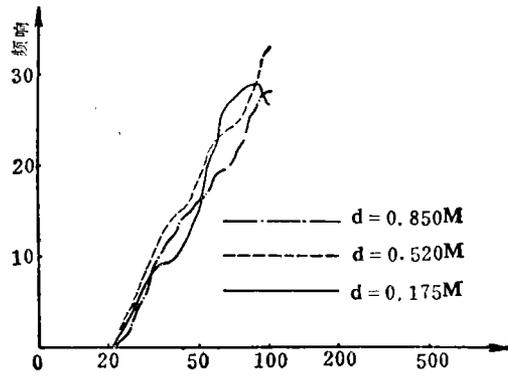


图 7 距离等效球源之间的距离对频响的影响

(下转第31页)

表 II 中所列的各次测量样品皆取自不同的动物个体。可见, 用压电换能器接收即用声压相位敏感元件所测的超声衰减系数有明显的离散性, 第三行中给出了各组数据的平均值及最大离散范围, 它落在文献<sup>[5]</sup>报道的数据范围之内。第四行则列出了具体的文献数据。文献<sup>[6]</sup>的数据是取自脉冲传输、脉冲反射, 辐射压力及频谱分析四种方法测量结果的平均值。

## 五、结 语

1. 在物质超声性质的实验研究中, 脉冲插入取代法具有简单、方便、适用性广(可用于测量固体、液体及生物组织)、要求样品数量少等优点。

2. 水浸式脉冲插入取代法用于研究生物大分子溶液、生物悬浮液及动物软组织等生物样品时, 可获得较好的精确度, 并且特别适于研究声速的频散现象。因为这时声速的误差仅来自于时移 $\Delta t$ 的误差, 可达 $10^{-4}$ 量级。对此, 我们将另有报道。

3. 本文用水浸式脉冲插入取代法, 在 3 兆赫频率及 $37^{\circ}\text{C}$ 温度下, 测量了 6 种 29 个新鲜的猪的软组织的超声衰减系数, 所获数据落在文献报道的数据范围之内。

本研究课题得到中国科学院科学基金委员会(82)第 411 号科学基金资助, 作者在此表示感谢。

## 参 考 文 献

- [1] Kremkau F. W. et al., JASA 70 (1)(1981)29-38.
- [2] Бергман Л. «Ультразвук и его применение в науке и технике». Москва. (1956).
- [3] 同济大学声学研究室编, «超声工业测量技术», 上海人民出版社(1977)
- [4] Carstensen E. L., JASA 26 (1954) 862-864.
- [5] Pohlhammer J. D. et al., In Medical Physics and CT of Ultrasound: Tissue Imaging and Characterization, eds, G. D. Fullerton et al., (1980) 411-412.
- [6] Goos S. A. et al., Ultrasound Med. Biol., Vol.5 (1979) 181-186.
- [7] Gammell P. M. et al., Ultrasound Med. Biol., Vol.5 (1979) 269-277.

(上接第20页)

$d=0.850$  米, 上升分贝数: 10.5分贝。

由此可见,  $d$  的大小, 对于响应曲线低频段的上升斜率是有影响的。但是, 倒相箱面板的尺寸有限,  $d$  可变化的范围较小, 在这样的变化范围内, 倒相孔与扬声器单元之间的距离选择, 对于响应曲线形状的影响, 常常不很明显。

## 参 考 文 献

- [1] 杜功焕等, «声学基础», 上海科技出版社81.7.第一版
- [2] Thiele, A. N., "Loudspeaker in Vented Boxes: Part I" J. A. E. S., Vol.19, No.5, 1971.
- [3] Thiele, A. N. "Loudspeaker in Vented Boxes: Part II" J. A. E. S. Vol.19, No.6, 1971.